

5지 선다형(1 ~ 21)

1. 두 다항식 $A=2x^2+3xy+1$, $B=2x^2+2xy-3$ 에 대하여 $A-B$ 는? [2점]

- ① $xy+4$ ② $xy+2$ ③ xy
④ $xy-2$ ⑤ $xy-4$

2. $(4+2i)+(1-3i)$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [2점]

- ① $3-i$ ② $3+i$ ③ $4-i$ ④ $5-i$ ⑤ $5+i$

3. 다항식 x^3-ax+6 이 $x-1$ 로 나누어떨어지도록 하는 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 이차부등식 $x^2+ax+b < 0$ 의 해가 $-1 < x < 5$ 가 되도록 하는 두 상수 a , b 의 곱 ab 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

5. 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$(x-1)(x+a) = bx^2 - 3x + 2$$

가 성립할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

6. $\frac{2016^3 + 1}{2016^2 - 2016 + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 2016 ② 2017 ③ 2018 ④ 2019 ⑤ 2020

7. x 에 대한 부등식

$$|x-a| < 5$$

를 만족시키는 정수 x 의 최댓값이 12일 때, 정수 a 의 값은?

[3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

8. 다항식 $(x^2 - x)^2 + 2x^2 - 2x - 15$ 가 $(x^2 + ax + b)(x^2 + ax + c)$ 로 인수분해될 때, 세 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

[3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

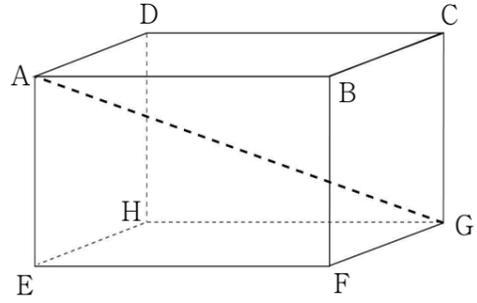
9. 삼차방정식

$$x^3 + x^2 + x - 3 = 0$$

의 두 허근을 α, β 라 할 때, $(\alpha-1)(\beta-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 그림과 같이 모든 모서리 길이의 합이 20인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. $\overline{AG} = \sqrt{13}$ 일 때, 직육면체 $ABCD-EFGH$ 의 겉넓이는? [3점]



- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

11. 연립일차방정식

$$\frac{x+y}{4} = y-z = \frac{z-x}{2} = 2$$

의 해를 $x=a$, $y=b$, $z=c$ 라 할 때, 세 실수 a , b , c 의 곱 abc 의 값은? [3점]

- ① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

12. 사차방정식

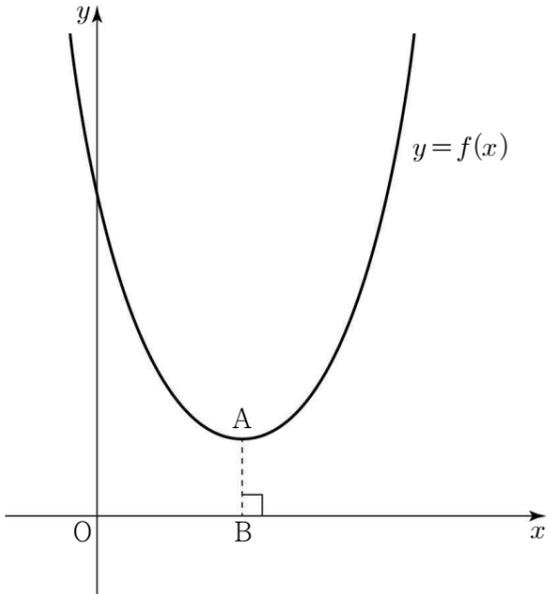
$$x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$$

의 네 실근 중 가장 작은 것을 α , 가장 큰 것을 β 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[13 ~ 14] 이차함수 $f(x) = x^2 - 2ax + 5a$ 의 그래프의 꼭짓점을 A라 하고, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

(단, O는 원점이고, a 는 $a \neq 0$, $a \neq 5$ 인 실수이다.)



13. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 오직 한 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. $0 < a < 5$ 일 때, $\overline{OB} + \overline{AB}$ 의 최댓값은? [4점]

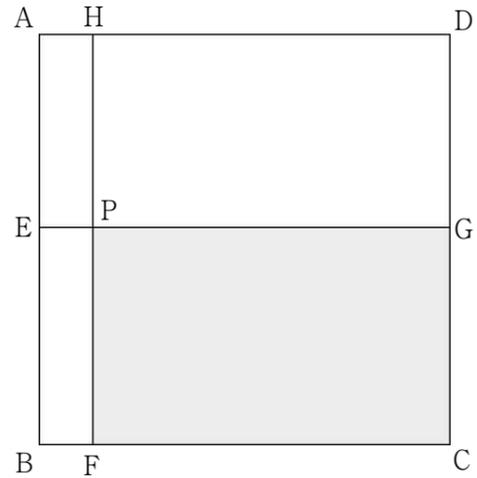
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

15. 복소수 $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}i}$ 에 대하여 $z^n = 1$ 이 되도록 하는 자연수

n 의 최솟값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

16. 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 정사각형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡고, 점 P를 지나고 정사각형의 각 변에 평행한 두 직선이 정사각형의 네 변과 만나는 점을 각각 E, F, G, H라 하자.



직사각형 PFCG의 둘레의 길이가 28이고 넓이가 46일 때, 두 선분 AE와 AH의 길이를 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, 이차방정식의 이차항의 계수는 1이다.) [4점]

- ① $x^2 - 6x + 4 = 0$ ② $x^2 - 6x + 6 = 0$ ③ $x^2 - 6x + 8 = 0$
 ④ $x^2 - 8x + 6 = 0$ ⑤ $x^2 - 8x + 8 = 0$

17. 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 0이 아닌 실수)에 대하여

$z^2 - z$ 가 실수일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\overline{z^2 - z}$ 는 실수이다.

ㄴ. $z + \bar{z} = 1$

ㄷ. $z\bar{z} > \frac{1}{4}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 행성의 인력에 의하여 주위를 공전하는 천체를 위성이라고 한다.

행성과 위성 사이의 거리를 r (km), 위성의 공전 속력을 v (km/sec), 행성의 질량을 M (kg)이라고 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$M = \frac{rv^2}{G} \quad (\text{단, } G \text{는 만유인력상수이다.})$$

행성 A와 A의 위성 사이의 거리가 행성 B와 B의 위성 사이의 거리의 45배일 때, 행성 A의 위성의 공전 속력이

행성 B의 위성의 공전 속력의 $\frac{2}{3}$ 배이다. 행성 A와 행성 B의

질량을 각각 M_A, M_B 라 할 때, $\frac{M_A}{M_B}$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

19. 세 유리수 a, b, c 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$ax^2 + \sqrt{3}bx + c = 0$$

의 한 근이 $\alpha = 2 + \sqrt{3}$ 이다. 다른 한 근을 β 라 할 때,

$\alpha + \frac{1}{\beta}$ 의 값은? [4점]

- ① -4 ② $-2\sqrt{3}$ ③ 0
 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

20. 다음은 x 에 대한 다항식 $ax^9 + bx^8 + 1$ 이 다항식 $x^2 - x - 1$ 로 나누어떨어지기 위한 정수 a, b 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라 하면

$$p + q = 1, pq = -1$$

이다.

따라서 $p^2 + q^2 = \boxed{\text{(가)}}$, $p^4 + q^4 = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

x 에 대한 다항식 $ax^9 + bx^8 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어떨어지면

$$ap^9 + bp^8 = -1 \dots\dots ①$$

$$aq^9 + bq^8 = -1 \dots\dots ②$$

이다.

①, ②의 양변에 각각 q^8, p^8 을 곱하여 정리하면

$$ap + b = -q^8 \dots\dots ③$$

$$aq + b = -p^8 \dots\dots ④$$

이다.

③에서 ④를 뺀 식으로부터 $a(p - q) = p^8 - q^8$ 이고,

$p \neq q$ 이므로 $a = \frac{p^8 - q^8}{p - q}$ 이다.

따라서 $a = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

⋮

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 r, s, t 라 할 때, $r + s + t$ 의 값은? [4점]

- ① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

21. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$-x^2 + 3x + 2 \leq mx + n \leq x^2 - x + 4$$

가 성립할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은? (단, m, n 은 상수이다.) [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

단답형(22 ~ 30)

22. 등식 $a + 2i = 4 + (b - 1)i$ 를 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

23. $(6x + y - 2z)^2$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

24. 연립부등식

$$\begin{cases} x-1 \geq 2 \\ x^2-5x \leq 0 \end{cases}$$

의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다. $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 이차방정식 $x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\alpha^2 - 5\beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 몫은 $Q(x)$, 나머지는 5이고,
 $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는 10이다. $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로
나눈 나머지를 $ax+b$ 라 할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $3a+b$ 의
값을 구하시오. [4점]

27. 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) x 에 대한 방정식 $f(x)=0$ 의 두 근은 -2 와 4 이다.
 (나) $5 \leq x \leq 8$ 에서 이차함수 $f(x)$ 의 최댓값은 80 이다.

$f(-5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 세 학생 A, B, C 가 36개의 사탕을 다음의 단계에 따라 나누어 가지려고 한다.

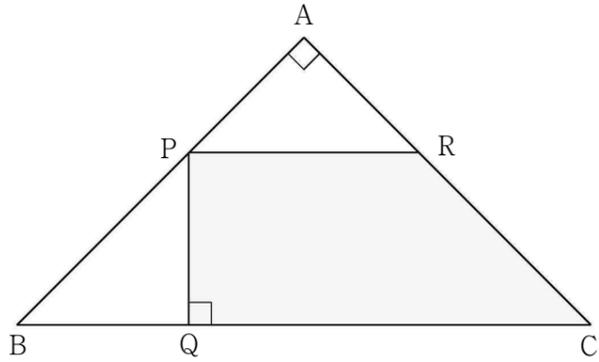
- (단계1) 학생 A 가 사탕 p 개를 가져와 $\frac{1}{2}p$ 개는 자신이 가지고, 나머지 사탕은 두 학생 B, C 에게 같은 개수로 나누어준다.
 (단계2) 학생 B 는 학생 A 가 가져가고 남은 사탕 중에서 q 개를 가져와 $\frac{1}{3}q$ 개는 자신이 가지고, 나머지 사탕은 두 학생 A, C 에게 같은 개수로 나누어준다.
 (단계3) 학생 C 는 학생 A, B 가 가져가고 남은 사탕 r 개를 가져와 $\frac{1}{4}r$ 개는 자신이 가지고, 나머지 사탕은 두 학생 A, B 에게 같은 개수로 나누어준다.

위의 방법으로 사탕을 모두 나누어 가졌을 때, A, B, C 가 갖게 된 사탕의 개수는 각각 14, 12, 10개였다.

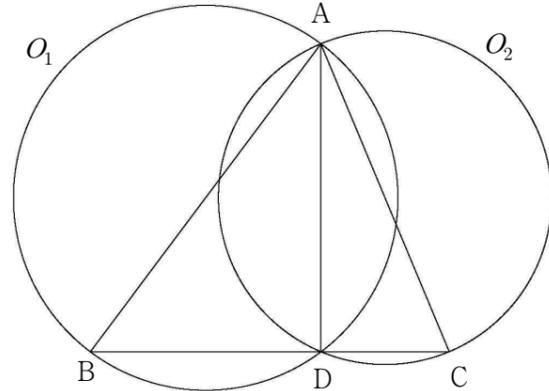
$p+2q$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 6$ 인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 변 AB 위의 한 점 P에서 변 BC에 내린 수선의 발을 Q라 하고, 점 P를 지나고 변 BC와 평행한 직선이 변 AC와 만나는 점을 R라 하자. 사각형 PQCR의 넓이의 최댓값을 구하시오.

(단, 점 P는 꼭짓점 A와 꼭짓점 B가 아니다.) [4점]



30. 그림과 같이 삼각형 ABC의 변 AB와 변 AC를 각각 지름으로 하는 두 원 O_1, O_2 가 두 점 A, D에서 만난다.



$\overline{AD}, \overline{AC}, \overline{BC}, \overline{AB}$ 가 이 순서대로 네 개의 연속된 짝수일 때, 두 원 O_1, O_2 의 넓이의 합은 S 이다. $\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.