

수학 영역(가형)

제 2 교시

1

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{4x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

2. ${}_nP_2 = 56$ 일 때, 자연수 n 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

3. $f(x) = \sin x$ 일 때, $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

4. 좌표평면에서 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \log_4 x$ 가 직선 $x = 16$ 과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 두 점 P, Q 사이의 거리는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

5. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A^C) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{6}$ 일 때,
 $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{8}$

② $\frac{1}{7}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{4}$

6. 자연수 8을 세 개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

7. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{2x-1} dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{15}$

② $\frac{2}{15}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{4}{15}$

⑤ $\frac{1}{3}$

8. $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 일 때, $2\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\theta$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 1
 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

9. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = \frac{1}{3}$ 을 만족시킨다. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$g(2) + g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② 2 ③ $\frac{8}{3}$
 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 4

10. 진동가속도레벨 $V(\text{dB})$ 는 공해진동에 사용되는 단위로 진동가속도 크기를 의미하며 편진폭 $A(\text{m})$, 진동수 $w(\text{Hz})$ 에 대하여 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

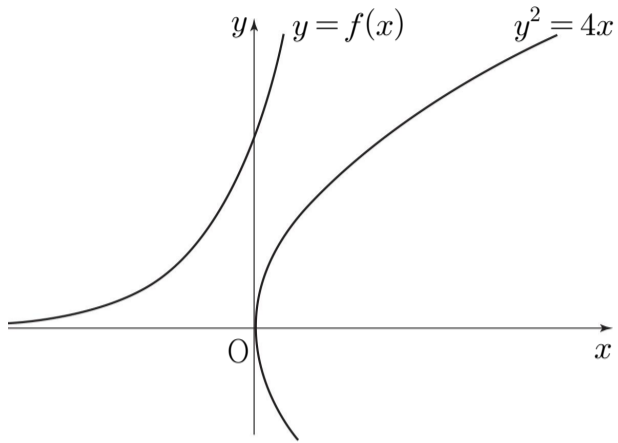
$$V = 20 \log \frac{Aw^2}{k} \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

편진폭이 A_1 , 진동수가 10π 일 때 진동가속도레벨이 83이고, 편진폭이 A_2 , 진동수가 80π 일 때 진동가속도레벨이 91이다.

$\frac{A_2}{A_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{32} \times 10^{\frac{1}{5}}$ ② $\frac{1}{32} \times 10^{\frac{2}{5}}$ ③ $\frac{1}{64} \times 10^{\frac{1}{5}}$
 ④ $\frac{1}{64} \times 10^{\frac{2}{5}}$ ⑤ $\frac{1}{64} \times 10^{\frac{3}{5}}$

[11~12] 그림과 같이 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)=e^{x+k}$ 의 그래프와 포물선 $y^2=4x$ 가 있다. 11번과 12번의 두 물음에 답하시오.



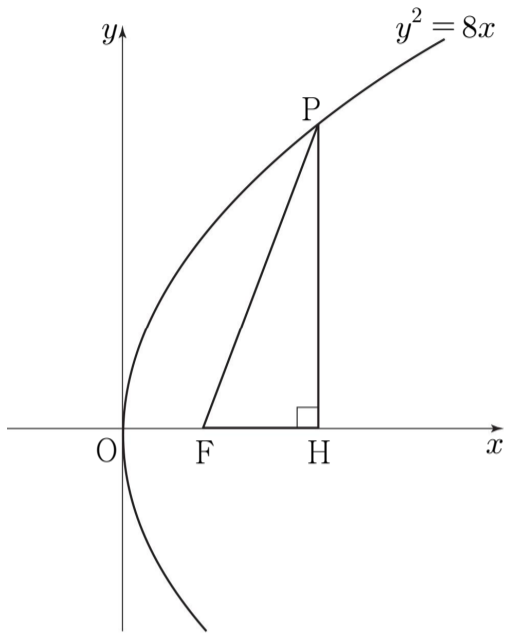
11. $k=1$ 일 때, 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 포물선 $y^2=4x$ 의 준선, x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $e-2$ ② $e-1$ ③ $e-\frac{1}{2}$
 ④ $e-\frac{1}{e}$ ⑤ $e-\frac{1}{2e}$

12. 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 $(4, 4)$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 지날 때, k 의 값은? [3점]

- ① $\ln 2$ ② $\ln \frac{7}{3}$ ③ $\ln \frac{8}{3}$
 ④ $\ln 3$ ⑤ $\ln \frac{10}{3}$

13. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 PFH의 넓이가 $3\sqrt{10}$ 일 때, 선분 PF의 길이는?
(단, 점 P의 x 좌표는 점 F의 x 좌표보다 크다.) [3점]



- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

14. 다음은 모든 실수 x 에 대하여 $2x-1 \geq ke^{x^2}$ 을 성립시키는 실수 k 의 최댓값을 구하는 과정이다.

$f(x) = (2x-1)e^{-x^2}$ 이라 하자.

$$f'(x) = \left(\boxed{\text{(가)}} \right) \times e^{-x^2}$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 조사하면

함수 $f(x)$ 의 극솟값은 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

또한 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ 이므로

함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형을 그리면

함수 $f(x)$ 의 최솟값은 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

따라서 $2x-1 \geq ke^{x^2}$ 을 성립시키는 실수 k 의 최댓값은

$\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $g(x)$, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $g(2) \times p$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{10}{e}$ ② $\frac{15}{e}$ ③ $\frac{20}{\sqrt[4]{e}}$
④ $\frac{25}{\sqrt[4]{e}}$ ⑤ $\frac{30}{\sqrt[4]{e}}$

6

수학 영역(가형)

15. 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7개의 공이 들어 있는 상자에서 임의로 1개의 공을 꺼내는 시행을 반복할 때, 짝수가 적혀 있는 공을 모두 꺼내면 시행을 멈춘다. 5번째까지 시행을 한 후 시행을 멈출 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [4점]

① $\frac{6}{35}$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{8}{35}$

④ $\frac{9}{35}$

⑤ $\frac{2}{7}$

16. 함수 $f(x) = xe^{-2x+1}$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - a & (x > b) \\ 0 & (x \leq b) \end{cases}$$

가 실수 전체에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

[4점]

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{1}{8}$

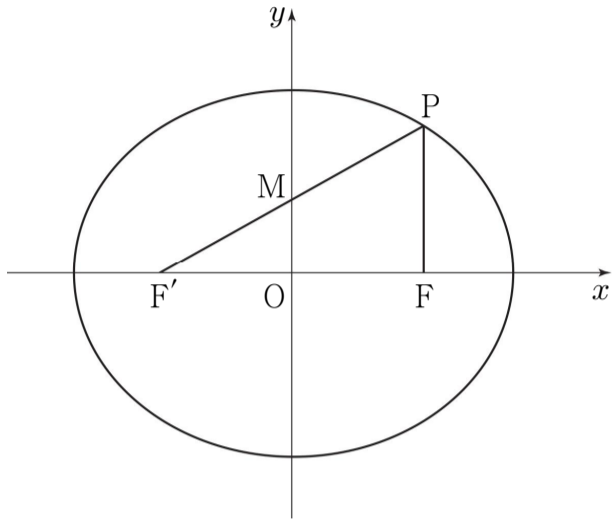
③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{2}$

17. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점 중

x 좌표가 양수인 점을 F , 음수인 점을 F' 이라 하자. 타원 위의 점 P 에 대하여 선분 PF' 의 중점 M 의 좌표가 $(0, 1)$ 이고 $\overline{PM} = \overline{PF}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

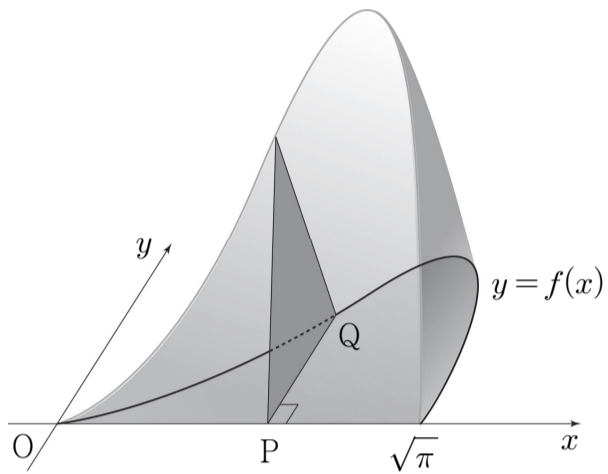


- ① 14 ② 15 ③ 16
 ④ 17 ⑤ 18

18. 양의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln x$ 위의 두 점 $P(t, \ln t)$, $Q(2t, \ln 2t)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 각각 $R(r(t), 0)$, $S(s(t), 0)$ 이라 하자. 함수 $f(t)$ 를 $f(t) = r(t) - s(t)$ 라 할 때, 함수 $f(t)$ 의 극솟값은? [4점]


- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$
 ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$


19. 그림과 같이 함수 $f(x) = \sqrt{x(x^2+1)}\sin(x^2)$ ($0 \leq x \leq \sqrt{\pi}$)에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 두 점 $P(x, 0)$, $Q(x, f(x))$ 를 지나고 x 축에 수직인 평면으로 입체도형을 자른 단면이 선분 PQ 를 한 변으로 하는 정삼각형이다. 이 입체도형의 부피는? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}(\pi+2)}{8}$
- ② $\frac{\sqrt{3}(\pi+3)}{8}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}(\pi+4)}{8}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}(\pi+2)}{4}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}(\pi+3)}{4}$

20. 주머니에 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 5개의 공을 동시에 꺼낼 때 꺼낸 공에 적혀 있는 자연수 중 연속된 자연수의 최대 개수가 3인 사건을 A 라 하자.

예를 들어  은 연속된 자연수의 최대 개수가 3이므로

사건 A 에 속하고,  은 연속된 자연수의 최대 개수가 2이므로 사건 A 에 속하지 않는다.

사건 A 가 일어날 확률은? [4점]



- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{3}{14}$
- ③ $\frac{11}{42}$
- ④ $\frac{13}{42}$
- ⑤ $\frac{5}{14}$

21. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (-2 \leq x \leq 0) \\ -x+2 & (0 < x \leq 2) \end{cases}$$

이다. 좌표평면에서 $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 타원 $\frac{x^2}{k^2} + y^2 = 1$ 이 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(k)$ 라 하자. 함수 $g(k)$ 가 불연속이 되는 모든 k 의 값들의 집합의 합은? [4점]

- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$
 ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

단답형

22. 다항식 $(2x+1)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = 0.85, P(A) = 0.24$$

일 때, $P(B)$ 의 값은 α 이다. 100α 의 값을 구하시오. [3점]

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 점 $(5, 3)$ 을 지나고 두 점근선의 방정식이

$y = x, y = -x$ 이다. 이 쌍곡선의 주축의 길이를 구하시오.
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

26. x 에 대한 방정식 $\left| \cos x + \frac{1}{4} \right| = k$ 가 서로 다른 3개의 실근을

갖도록 하는 실수 k 의 값을 α 라 할 때, 40α 의 값을 구하시오.
(단, $0 \leq x < 2\pi$) [4점]

25. $\int_1^5 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} \right) dx = \ln \alpha$ 일 때, 실수 α 의 값을 구하시오.

[3점]

27. 모든 실수 x 에 대하여 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2)=f(x)$ 이다.
- (나) $0 \leq x \leq 1$ 일 때, $f(x)=\sin\pi x+1$ 이다.
- (다) $1 < x < 2$ 일 때, $f'(x) \geq 0$ 이다.

$$\int_0^6 f(x)dx = p + \frac{q}{\pi} \text{ 일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p, q 는 정수이다.) [4점]

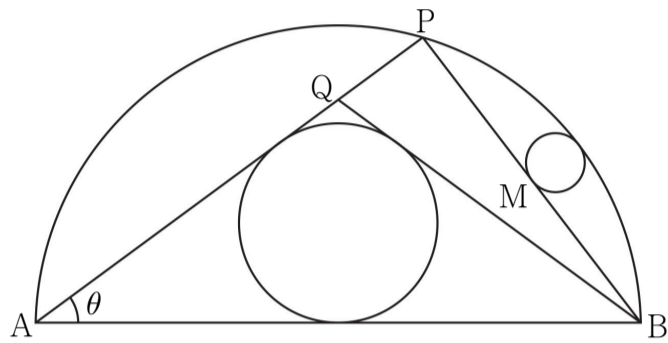
28. 다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x+y+z+w=18$
- (나) x, y, z, w 중에서 2개는 3으로 나눈 나머지가 1이고, 2개는 3으로 나눈 나머지가 2이다.

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다.

호 AB 위의 한 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 선분 PB의 중점 M에서 선분 PB에 접하고 호 PB에 접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 AP 위에 $AQ = BQ$ 가 되도록 점 Q를 잡고 삼각형 ABQ에 내접하는 원의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times T(\theta)}{S(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



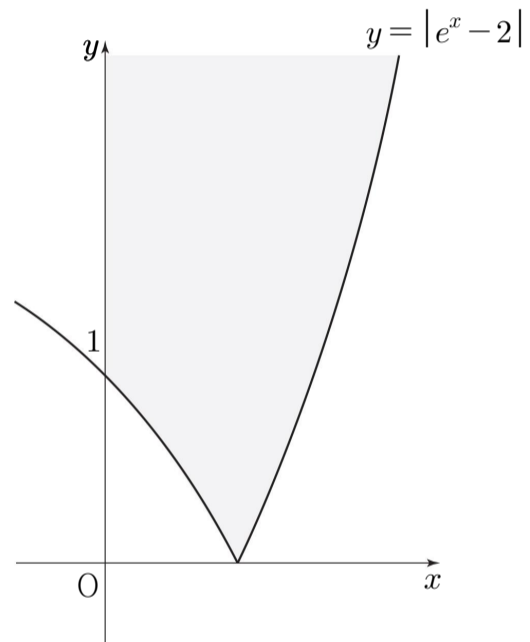
30. 좌표평면에서 x, y 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq |e^x - 2| \end{cases}$$

가 나타내는 영역을 D 라 하자. 양의 실수 t 에 대하여 영역 D 의 서로 다른 네 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 정사각형 A 의 한 변의 길이는 t 이다.
- (나) 정사각형 A 의 한 변은 x 축과 평행하다.

정사각형 A 의 두 대각선의 교점의 y 좌표의 최솟값을 $f(t)$ 라 할 때, $f'(\ln 2) + f'(\ln 5) = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.