

2015학년도 11월 고2 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

[가형]

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | |

1. [출제의도] 지수방정식 계산하기

$2^{2x+1} = 2^5$ 이므로 $2x+1=5$
따라서 $x=2$

2. [출제의도] 수열의 극한 이해하기

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \times 3^n}{3^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{1 + (\frac{1}{3})^n} = 5$

3. [출제의도] 미분계수 이해하기

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} \times 2$
 $= 2f'(1) = 2 \times 2 = 4$

4. [출제의도] 호도법을 이용하여 계산하기

부채꼴의 반지름의 길이를 r 라 하면
(부채꼴의 넓이) $= \frac{1}{2}r^2 \times 2 = 36 \therefore r = 6 (r > 0)$
따라서 (부채꼴의 호의 길이) $= 6 \times 2 = 12$

5. [출제의도] 로그함수의 그래프 이해하기

주어진 함수는 감소함수이므로
 $x=2$ 일 때, 최댓값 $y = \log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$

6. [출제의도] 삼각함수의 미분 이해하기

$f'(x) = \sin x + (x+\pi)\cos x$
 $f'(0) = \sin 0 + (0+\pi)\cos 0 = \pi$

7. [출제의도] 다항함수의 극한 이해하기

주어진 조건에서 $f(x)$ 는 x^2 의 계수가 2이므로
 $f(x) = 2x^2 + ax + b$ 라 하자.
 $f(-1) = 0$ 이므로 $2 - a + b = 0 \therefore b = a - 2$
 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + ax + a - 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x+a-2)}{x+1}$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} (2x+a-2) = a-4 = 3 \therefore a=7, b=5$
따라서 $f(x) = 2x^2 + 7x + 5$ 이고 $f(1) = 14$

8. [출제의도] 적분과 미분의 관계 이해하기

주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면
 $0 = 1 + a + 1 \therefore a = -2$
양변을 x 에 대하여 미분하면
 $f(x) = 3x^2 - 4x$
따라서 $f(-1) = 7$

9. [출제의도] 삼각방정식 이해하기

$2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$ 에서
 $2(1 - \sin^2 x) + 3\sin x - 3 = 0$
 $(2\sin x - 1)(\sin x - 1) = 0$
 $\therefore \sin x = \frac{1}{2}$ 또는 $\sin x = 1$
 $x = \frac{\pi}{6}$ 또는 $x = \frac{5\pi}{6}$ 또는 $x = \frac{\pi}{2}$
따라서 모든 실근의 합은 $\frac{3}{2}\pi$

10. [출제의도] 함수의 극한 추론하기

두 점 P, Q의 좌표가
 $P(t, t^2 - t), Q(t, \sqrt{2t+1} - 1)$ 이므로
 $A(t) = \frac{1}{2}t|t^2 - t|, B(t) = \frac{1}{2}t|\sqrt{2t+1} - 1|$
 $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{B(t)}{A(t)} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\frac{t}{2}|\sqrt{2t+1} - 1|}{\frac{t}{2}|t^2 - t|}$
 $= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2t+1} - 1}{t(1-t)} (\because 0 < t < 1)$
 $= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{2t}{t(1-t)(\sqrt{2t+1} + 1)}$
 $= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{2}{(1-t)(\sqrt{2t+1} + 1)} = 1$

11. [출제의도] 로그부등식 이해하기

진수의 조건에서 $x > 0$ 이고 $\log_2 x > 0 \therefore x > 1$
 $\log_4(\log_2 x) \leq \log_4 4$
 $\log_2 x \leq 4 \therefore x \leq 16$
 $A = \{x \mid 1 < x \leq 16\}$
 $x^2 - 5ax + 4a^2 = (x-a)(x-4a) < 0 \therefore a < x < 4a$
 $B = \{x \mid a < x < 4a\}$
 $A \cap B = B$ 이면 $B \subset A$ 이므로
 $a \geq 1$ 이고 $4a \leq 16 \therefore 1 \leq a \leq 4$
자연수 a 는 1, 2, 3, 4이므로 4개

12. [출제의도] 로그함수를 활용하여 문제해결하기

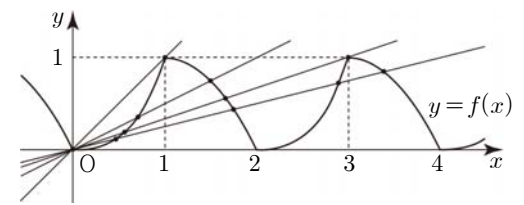
$C_c = \frac{0.5 - 0.3}{\log 6.4 - \log 3.2} = \frac{0.2}{\log 2}$ 이므로
 $\frac{0.2}{\log 2} = \frac{0.3 - 0.1}{\log x - \log 6.4} = \frac{0.2}{\log \frac{x}{6.4}}$
 $\log \frac{x}{6.4} = \log 2, \frac{x}{6.4} = 2$
따라서 $x = 12.8$

13. [출제의도] 정적분 이해하기

$f(x+2) = f(x)$ 이므로
 $\int_2^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx$
 $\int_0^1 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx$
 $= 2 \int_0^1 x^3 dx = 2 \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_0^1 = \frac{1}{2}$

14. [출제의도] 무한급수를 이용하여 추론하기

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{n}x$ 의 그래프는 다음과 같다.



위 그림에서 $a_1 = 2, a_2 = 3, a_3 = 4, a_4 = 5, \dots$
 $\therefore a_n = n+1$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{a_n \times a_{n+2}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+1)(n+3)}$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2}{(k+1)(k+3)}$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+3} \right)$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \dots \right.$
 $\left. + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) + \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} \right) \right\}$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} \right) = \frac{5}{6}$

15. [출제의도] 도함수를 활용하여 문제해결하기

함수 $f(x)$ 를 $f(x) = x^4 + 2x^2 + a$ 라 하자.
곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의
접선의 기울기는 $f'(t) = 4t^3 + 4t = 8$
 $4(t-1)(t^2+t+2) = 0 \therefore t = 1$
접점의 좌표가 $(1, 3+a)$
접선의 방정식은 $y = 8x - 5 + a$ 이므로
 $-5 + a = 2$
따라서 $a = 7$

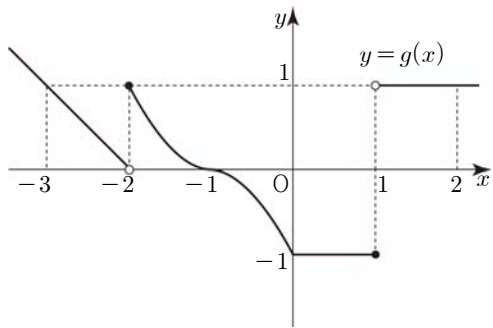
16. [출제의도] 구분구적법을 이용하여 추론하기

구간 $[0, 2]$ 를 n 등분하면 k 번째 구간의 오른쪽 끝점의
 x 좌표는 $\frac{2k}{n}$
왼쪽에서 k 번째 직사각형의 가로 길이는 $\frac{2}{n}$,
세로 길이는 $g\left(\frac{2k}{n}\right) - f\left(\frac{2k}{n}\right) = 2\left(\frac{2k}{n}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{2k}{n}\right)^2$
 $S_k = \frac{2}{n} \left(\frac{4k}{n} - \frac{2k^2}{n^2} \right) = \frac{8k}{n^2} - \frac{4}{n^3} k^2$
 $\therefore p(n) = \frac{4}{n^3}$
 $\sum_{k=1}^n S_k = \sum_{k=1}^n \left(\frac{8k}{n^2} - \frac{4k^2}{n^3} \right)$
 $= \frac{8}{n^2} \times \frac{n(n+1)}{2} - \frac{4}{n^3} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
 $= \frac{4(n+1)}{n} - \frac{2(n+1)(2n+1)}{3n^2}$
 $\therefore q(n) = \frac{2(n+1)(2n+1)}{3n^2}$
따라서 $p(2) \times q(3) = \frac{4}{2^3} \times \frac{2 \times 4 \times 7}{3 \times 3^2}$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{56}{27} = \frac{28}{27}$

17. [출제의도] 함수의 연속성 추론하기

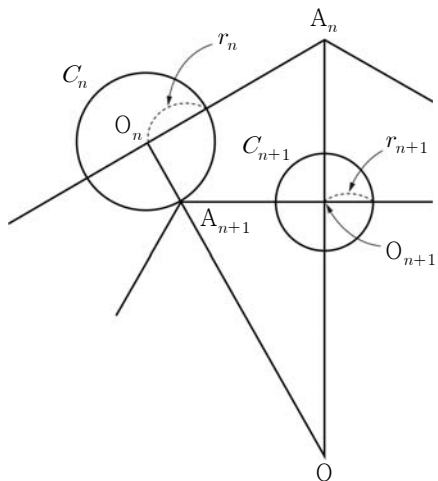
ㄱ. $g(1) = -f(1) = -1 \therefore$ (참)
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \therefore$ (참)
ㄷ. 구간 $(-3, 2)$ 의 $x = -2, -1, 1$ 을 제외한 점에서
 $f(x)$ 가 연속이므로 $g(x)$ 도 연속이다.
i) $x = -2$ 일 때, $g(-2) = f(-2) = 1$ 이고
 $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 1$

$\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 0 \therefore$ 불연속
 ii) $x = -1$ 일 때, $g(-1) = -f(-1) = 0$ 이고
 $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \{-f(x)\} = 0$
 $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 0 \therefore$ 연속
 iii) $x = 1$ 일 때, $g(1) = -f(1) = -1$ 이고
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \{-f(x)\} = -1 \therefore$ 불연속
 불연속인 점은 2개다. \therefore (참)
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ
 [참고]
 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



18. [출제의도] 등비급수를 활용하여 문제해결하기

그림 R_n 에서 새로 그려진 6개의 원의 넓이의 합을 a_n 이라 하자.
 정육각형 H_1 의 한 변의 길이가 6이므로 그림 R_1 의 원의 반지름의 길이는 1이고 $a_1 = 6\pi$ 이다.
 정육각형 H_n 의 가장 긴 대각선들이 만나는 점을 O 라 하자.
 정육각형 H_n 의 한 꼭짓점을 A_n 이라 하고, 정육각형 H_n 의 변 중 점 A_n 을 끝점으로 하는 한 변을 삼등분하는 점을 지름의 양 끝점으로 하는 원을 C_n , 중심을 O_n 이라 하자.
 정육각형 H_{n+1} 과 원 C_n 이 만나는 점을 A_{n+1} 이라 하고, 정육각형 H_{n+1} 의 각 변을 삼등분하는 점을 지름의 양 끝점으로 하는 원 중 선분 OA_n 과 만나는 원을 C_{n+1} , 중심을 O_{n+1} 이라 하자.
 두 원 C_n, C_{n+1} 의 반지름의 길이를 각각 r_n, r_{n+1} 이라 하자.
 다음은 그림 R_{n+1} 의 일부이다.



삼각형 OA_nO_n 은 $\angle OO_nA_n = 90^\circ$, $\angle OA_nO_n = 60^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\overline{O_nA_n} = 3r_n$, $\overline{OO_n} = 3\sqrt{3}r_n$ 이다.
 삼각형 $OA_{n+1}O_{n+1}$ 은 $\angle OO_{n+1}A_{n+1} = 90^\circ$, $\angle OA_{n+1}O_{n+1} = 60^\circ$ 인 직각삼각형이고,
 $\overline{O_{n+1}A_{n+1}} = (3\sqrt{3}-1)r_n$

$\overline{O_{n+1}A_{n+1}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{2}r_n$ 이다.
 $r_{n+1} = \frac{1}{3}\overline{O_{n+1}A_{n+1}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{6}r_n$
 그러므로 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 6π 이고 공비가 $\left(\frac{3\sqrt{3}-1}{6}\right)^2 = \frac{14-3\sqrt{3}}{18}$ 인 등비수열이다.
 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 이므로
 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{6\pi}{1 - \frac{14-3\sqrt{3}}{18}} = \frac{108}{11}(3\sqrt{3}-4)\pi$
 따라서 $k = \frac{108}{11}$, $m = 4$ 이고 $11k+m = 112$

19. [출제의도] 정적분을 활용하여 문제해결하기

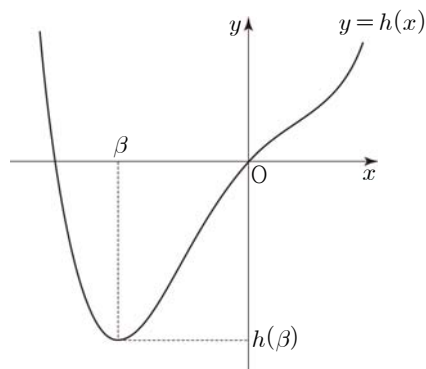
i) $f(x) \geq g(x)$ 일 때
 $x^2 - 6x + 10 \geq x$
 $x \leq 2$ 또는 $x \geq 5$
 $|f(x) - g(x)| = f(x) - g(x)$ 이므로
 $h(x) = \frac{|f(x) - g(x)| + f(x) + g(x)}{2} = f(x)$
 ii) $f(x) < g(x)$ 일 때
 $x^2 - 6x + 10 < x$
 $2 < x < 5$
 $|f(x) - g(x)| = -f(x) + g(x)$ 이므로
 $h(x) = \frac{|f(x) - g(x)| + f(x) + g(x)}{2} = g(x)$
 $\therefore h(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 10 & (x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 5) \\ x & (2 < x < 5) \end{cases}$
 구하는 넓이는
 $\int_0^2 (x^2 - 6x + 10) dx + \int_2^4 x dx + \int_4^5 (x^2 - 6x + 10) dx$
 $= \left[\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 10x \right]_0^2 + \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_2^4 + \left[\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 10x \right]_4^5 = \frac{50}{3}$

20. [출제의도] 도함수를 활용하여 추론하기

ㄱ. $h'(x) = f'(x) + 2$
 $h'(\alpha) = f'(\alpha) + 2 > 0 \therefore$ (참)
 ㄴ. 구간 $(0, \alpha)$ 에서 $-2 < f'(x) < 0$
 $0 < h'(x) < 2$ 이므로 함수 $h(x)$ 는 증가한다.
 \therefore (거짓)
 ㄷ. $h(0) = f(0) + 2 \times 0 = 0$
 $h'(x) = f'(x) + 2 = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 β 라 하자. 함수 $h(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

| | | | | | |
|---------|------------|---------|------------|-----|------------|
| x | \dots | β | \dots | 0 | \dots |
| $h'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ | $+$ | $+$ |
| $h(x)$ | \searrow | 극소 | \nearrow | 0 | \nearrow |

함수 $y = h(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



방정식 $h(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 \therefore (참)
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

21. [출제의도] 로그함수의 극한 문제해결하기

두 곡선 $y = \ln(x+1)$, $y = e^x - 1$ 은 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이고, 두 점 P, Q는 기울기가 -1인 직선 위의 점이므로 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.
 두 점 P(a, b), Q(b, a)에 대하여
 선분 PQ의 중점을 M이라 하면 $M\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$
 $\overline{PM} = \frac{\sqrt{2}}{2}(a-b) (\because a > b)$
 $\therefore S(a) = \frac{\pi}{2}(a-b)^2$
 $\frac{1}{2}\overline{OM} = \frac{\sqrt{2}}{4}(a+b)$
 $\therefore T(a) = \frac{\pi}{8}(a+b)^2$
 $4T(a) - S(a) = 2\pi ab$
 $= 2\pi a \ln(a+1)$
 따라서 $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{4T(a) - S(a)}{\pi a^2} = \lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{2\ln(a+1)}{a} = 2$

22. [출제의도] 다항함수의 미분법 이해하기

$f'(x) = 8x - 3$
 따라서 $f'(6) = 45$

23. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리 이해하기

$2\sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3}\cos\theta$
 $= 2\left(\sin\theta\cos\frac{\pi}{3} - \cos\theta\sin\frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3}\cos\theta$
 $= \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta + \sqrt{3}\cos\theta$
 $= \sin\theta$
 따라서 $p = \frac{4}{5}$ 이고 $20p = 16$

24. [출제의도] 지수함수의 미분법 이해하기

$f'(x) = 5e^x + (5x+3)e^x$
 $= (5x+8)e^x$
 따라서 $a = 5$, $b = 8$ 이고 $ab = 40$

25. [출제의도] 함수의 연속성 이해하기

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이므로
 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x^2+a)}{x-3} = b$
 $\lim_{x \rightarrow 3} (x-3) = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 3} x(x^2+a) = 0$
 $\therefore a = -9$
 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x^2-9)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x+3)(x-3)}{x-3}$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} x(x+3) = 18$
 $\therefore b = 18$
 따라서 $a+b = 9$

26. [출제의도] 급수와 일반항의 관계 이해하기

$\sum_{n=1}^{\infty} \left(na_n - \frac{6n^2+1}{n+2} \right)$ 이 수렴하므로
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(na_n - \frac{6n^2+1}{n+2} \right) = 0$
 $na_n - \frac{6n^2+1}{n+2} = b_n$ 이라 하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$
 $a_n = \frac{b_n}{n} + \frac{6n^2+1}{n(n+2)}$ 이므로
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{b_n}{n} + \frac{6n^2+1}{n(n+2)} \right\} = 6$

따라서 $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n)^2 = 144$

27. [출제의도] 삼각함수의 그래프 추론하기

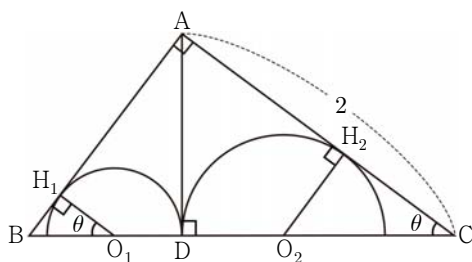
곡선 $y = 4\sin \frac{1}{4}(x - \pi)$ 와 직선 $y = 2$ 가
만나는 점을 구하면
 $4\sin \frac{1}{4}(x - \pi) = 2$ 에서
 $-\frac{\pi}{4} \leq \frac{x - \pi}{4} \leq \frac{9}{4}\pi$ 이므로
 $\frac{x - \pi}{4}$ 의 값은 $\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{13}{6}\pi$
 $x = \frac{5}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{13}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{29}{3}\pi$
그러므로 만나는 점은
 $(\frac{5}{3}\pi, 2), (\frac{13}{3}\pi, 2), (\frac{29}{3}\pi, 2)$
함수 $y = 4\sin \frac{1}{4}(x - \pi)$ 의 치역이 $\{y \mid -4 \leq y \leq 4\}$
점 P와 직선 $y = 2$ 사이의 거리를 h 라 하면
삼각형 PAB의 넓이 $S = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times h$ 에서
 \overline{AB} 의 최댓값은 8π 이고 $0 < h \leq 6$
 S 의 최댓값은 $\frac{1}{2} \times 8\pi \times 6 = 24\pi$
따라서 $k = 24$

28. [출제의도] 다항함수의 적분법을 활용하여 문제해결하기

시간 $t = 6$ 일 때 점 P의 위치가 원점이 되려면
 $\int_0^6 v(t)dt = 0$ 이다.
 $\int_0^6 v(t)dt = \int_0^2 (-3t^2)dt + \int_2^6 \{a(t-2) - 12\}dt$
 $= [-t^3]_0^2 + \left[\frac{1}{2}at^2 - 2at - 12t \right]_2^6$
 $= 8a - 56 = 0$
따라서 $a = 7$

29. [출제의도] 삼각함수의 극한 문제해결하기

그림과 같이 삼각형 ABD의 내부의 반원의 중심을 O_1 ,
반지름의 길이를 r 라 하고, 삼각형 ADC의 내부의
반원의 중심을 O_2 , 반지름의 길이를 R 라 하자.
두 반원이 두 선분 AB, AC와 접하는 점을 각각
 H_1, H_2 라 하자.



삼각형 ADC에서
 $\overline{AH_2} = \overline{AD} = 2\sin\theta, \overline{CH_2} = 2(1 - \sin\theta)$ 이므로
 $R = 2\tan\theta(1 - \sin\theta)$
 $\therefore T(\theta) = 2\pi(1 - \sin\theta)^2 \tan^2\theta$
삼각형 ABD에서
 $\overline{AH_1} = \overline{AD} = 2\sin\theta, \overline{AB} = 2\tan\theta,$
 $\overline{BH_1} = 2(\tan\theta - \sin\theta)$
 $\angle BO_1H_1 = \theta$ 이므로
 $r = \frac{2(\tan\theta - \sin\theta)}{\tan\theta} = 2(1 - \cos\theta)$
 $\therefore S(\theta) = 2\pi(1 - \cos\theta)^2$

$$\begin{aligned} \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2 \times T(\theta)} &= \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{2\pi(1 - \cos\theta)^2}{\theta^2 \times 2\pi(1 - \sin\theta)^2 \tan^2\theta} \\ &= \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos\theta)^2 (1 + \cos\theta)^2}{\theta^2 (1 - \sin\theta)^2 \tan^2\theta (1 + \cos\theta)^2} \\ &= \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{\sin^4\theta}{\theta^4} \times \frac{\theta^2}{\tan^2\theta} \times \frac{1}{(1 - \sin\theta)^2 (1 + \cos\theta)^2} \right\} \\ &= 1 \times 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

따라서 $60\alpha = 15$

30. [출제의도] 정적분 문제해결하기

함수 $f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이므로
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^2 + ax + b) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x$
 $a + b = -1$
 $g(0) + g(1) = \int_0^1 (3x^2 + ax + b)dx + \int_1^2 2x dx$
 $= \left[x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + bx \right]_0^1 + [x^2]_1^2$
 $= \frac{1}{2}a + b + 4 = \frac{7}{2}$

$\therefore a = -1, b = 0$

$g(t) = \int_t^{t+1} f(x)dx$ 에서

i) $t < 0$ 일 때
 $g(t) = \int_t^{t+1} (3x^2 - x)dx = \left[x^3 - \frac{1}{2}x^2 \right]_t^{t+1}$
 $= 3t^2 + 2t + \frac{1}{2}$

ii) $0 \leq t < 1$ 일 때
 $g(t) = \int_t^1 (3x^2 - x)dx + \int_1^{t+1} 2x dx$
 $= \left[x^3 - \frac{1}{2}x^2 \right]_t^1 + [x^2]_1^{t+1}$
 $= -t^3 + \frac{3}{2}t^2 + 2t + \frac{1}{2}$

iii) $t \geq 1$ 일 때
 $g(t) = \int_t^{t+1} 2x dx = [x^2]_t^{t+1} = 2t + 1$

$$\therefore g(t) = \begin{cases} 3t^2 + 2t + \frac{1}{2} & (t < 0) \\ -t^3 + \frac{3}{2}t^2 + 2t + \frac{1}{2} & (0 \leq t < 1) \\ 2t + 1 & (t \geq 1) \end{cases}$$

$$g'(t) = \begin{cases} 6t + 2 & (t < 0) \\ -3t^2 + 3t + 2 & (0 < t < 1) \\ 2 & (t > 1) \end{cases}$$

$g'(t) = 0$ 인 t 의 값은 $-\frac{1}{3}$ 이다.

함수 $g(t)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

| | | | |
|---------|-----|----------------|-----|
| t | ... | $-\frac{1}{3}$ | ... |
| $g'(t)$ | - | 0 | + |
| $g(t)$ | ↘ | 극소 | ↗ |

함수 $g(t)$ 는 $t = -\frac{1}{3}$ 에서 최솟값을 가지므로

따라서 $g\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}$ 이고 $120k = 20$