

수학 영역

제 2 교시

1

1. 두 다항식

$$A = 2x^2 - 3xy, B = x^2 + xy$$

에 대하여 $A+B$ 는? [2점]

- ① $x^2 + 4xy$ ② $x^2 - 2xy$ ③ $3x^2 - 2xy$
④ $3x^2 - 4xy$ ⑤ $3x^2 + 4xy$

2. 함수 $f(x) = 2x$ 에 대하여 $(f \circ f)(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

3. 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$x^2 + ax + 4 = x(x+2) + b$$

가 성립할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

4. $1 \leq x \leq 3$ 에서 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+a}$ 의 최솟값이 6일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

5. 부등식 $|x-a| < 3$ 의 해가 $4 < x < 10$ 일 때, 상수 a 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

6. 첫째항이 1, 제3항이 9인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합은? [3점]

- ① 130 ② 150 ③ 170
④ 190 ⑤ 210

7. 복소수 $z = 2 - 3i$ 에 대하여 $(1 + 2i)\bar{z}$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [3점]

- ① $-4 + 7i$ ② $-4 + 4i$ ③ $3 - 4i$
④ $3 + 7i$ ⑤ $7 - 4i$

8. 두 양수 α, β 에 대하여 $x = \alpha, y = \beta$ 가

연립이차방정식 $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ 2x^2 + y^2 = 27 \end{cases}$ 의 해일 때, $\alpha \times \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

10. 이차함수 $f(x) = x^2 - x - 12$ 에 대하여 $f(x-1) < 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

9. 직선 $y = kx + 1$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시킨 직선이 원 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$ 의 중심을 지날 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$
 ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{1, 3, a-1\}, B = \{a^2 - 4a - 7, a+2\}$$

에 대하여 $(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \{1, 3, 8\}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

12. 유리함수 $y = \frac{2x-1}{x-a}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가

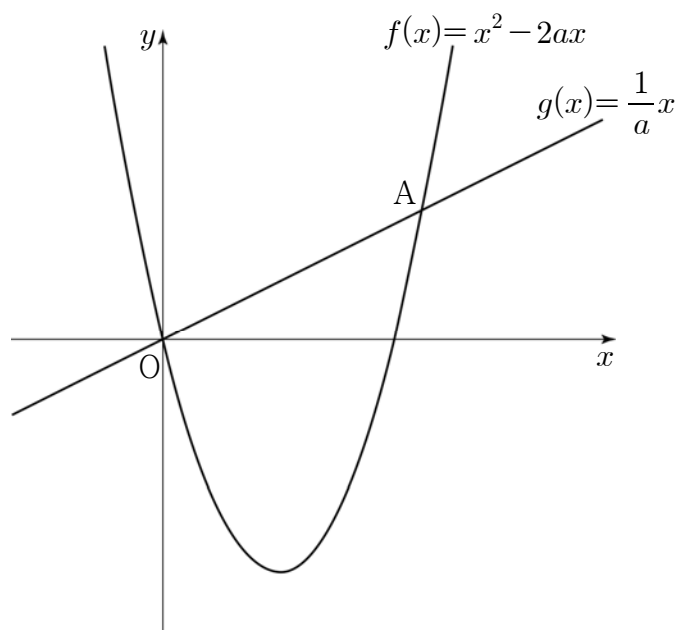
일치할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

[13~14] 그림과 같이 양수 a 에 대하여 이차함수 $f(x) = x^2 - 2ax$ 의

그래프와 직선 $g(x) = \frac{1}{a}x$ 가 두 점 O, A 에서 만난다.

13번과 14번의 두 물음에 답하시오. (단, O 는 원점이다.)



13. $a = 2$ 일 때, 직선 l 은 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프에 접하고 직선 $y = g(x)$ 와 수직이다. 직선 l 의 y 절편은? [3점]

- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$
- ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

14. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점을 B 라 하고 선분 AB 의 중점을 C 라 하자. 점 C 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 CH 의 길이의 최솟값은? [4점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

6

수학 영역

15. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a_{n+1} = a_n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, 4, 5)$$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+6} = a_n$ 이다.

a_{50} 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 7 ③ 10
 ④ 13 ⑤ 16

16. 별에서 단위시간동안 방출되는 복사에너지의 양을 별의 광도라 한다. 별의 표면 온도를 T , 별의 반지름의 길이를 R , 별의 광도를 L 이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$T^2 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma}} \quad (\text{단, } \sigma \text{는 슈테판-볼츠만 상수이다.})$$

두 별 A, B에 대하여 별 A의 표면 온도는 별 B의 표면 온도의 $\frac{1}{2}$ 배이고, 별 A의 반지름의 길이는 별 B의 반지름의 길이의 36배일 때, 별 A의 광도는 별 B의 광도의 k 배이다. k 의 값은? [4점]

- ① 49 ② 64 ③ 81
 ④ 100 ⑤ 121

17. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 P, Q, R 가 각각 세 조건 p, q, r 의 진리집합이라 하자. 세 명제

$$\sim p \rightarrow r, \quad r \rightarrow \sim q, \quad \sim r \rightarrow q$$

가 모두 참일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
[4점]

< 보기 >		
$\neg. P^C \subset R$	$\neg. P \subset Q$	$\supset. P \cap Q = R^C$

- | | | |
|-------------------|-------------------------|-------------------|
| ① \neg | ② \neg | ③ \neg, \supset |
| ④ \neg, \supset | ⑤ \neg, \neg, \supset | |

18. 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 3), B(0, 4)$ 에 대하여 선분 AB 를 $m:n(m > n > 0)$ 으로 외분하는 점을 Q 라 하자.

삼각형 OAQ 의 넓이가 16일 때, $\frac{n}{m}$ 의 값은?
(단, O 는 원점이다.) [4점]

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| ① $\frac{3}{8}$ | ② $\frac{1}{2}$ | ③ $\frac{5}{8}$ |
| ④ $\frac{3}{4}$ | ⑤ $\frac{7}{8}$ | |

19. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4} \dots\dots \textcircled{1}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 1$ 일 때

(좌변) $= 1 \times 2 \times 3 = 6$

(우변) $= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4}{4} = 6$

이므로 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

(ii) $n = m$ 일 때 $\textcircled{1}$ 이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m k(k+1)(k+2) = \frac{m(m+1)(m+2)(m+3)}{4} \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 양변에 \square (가) 를 더하면

$$\sum_{k=1}^{m+1} k(k+1)(k+2)$$

$$= \frac{m(m+1)(m+2)(m+3)}{4} + \square$$

$$= \frac{(m+1)(m+2) \times \square}{4}$$

따라서 $n = m + 1$ 일 때에도 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

위의 과정에서 (가)에 알맞은 식을 $f(m)$, (나)에 알맞은 식을 $g(m)$ 이라 할 때, $f(2) + g(3)$ 의 값은? [4점]

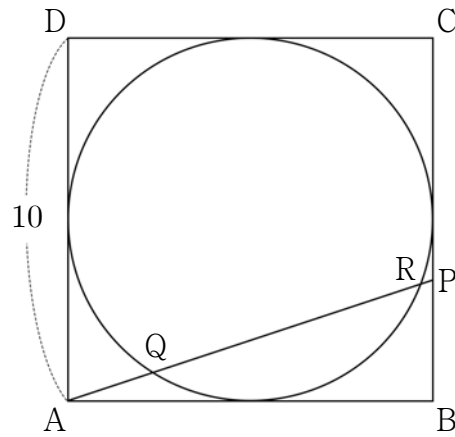
- ① 94 ② 96 ③ 98
- ④ 100 ⑤ 102

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD에

내접하는 원이 있다. 선분 BC를 1:2로 내분하는 점을 P라 하자.

선분 AP가 정사각형 ABCD에 내접하는 원과 만나는 두 점을

Q, R라 할 때, 선분 QR의 길이는? [4점]



- ① $2\sqrt{11}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{13}$
- ④ $2\sqrt{14}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

21. 이차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y=kx$ 위에 있다. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=kx+5$ 와 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 α, β 라 하자. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 축이 직선 $x=\frac{\alpha+\beta}{2}-\frac{1}{4}$ 일 때, $|\alpha-\beta|$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{23}{6}$ ③ $\frac{25}{6}$
 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{29}{6}$

단답형

22. 세 수 3, a , 12가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, a^2 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면에서 두 점 $(-2, -3), (2, 5)$ 를 지나는 직선이 점 $(a, 7)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 7x$ 로 나눈 나머지가 $x + 4$ 일 때,
다항식 $f(x)$ 를 $x - 7$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

26. 사차방정식 $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 13) + 42 = 0$ 의 모든 실근의 곱을
구하시오. [4점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이
 $S_n = 2^{n+2} - 4$ 일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

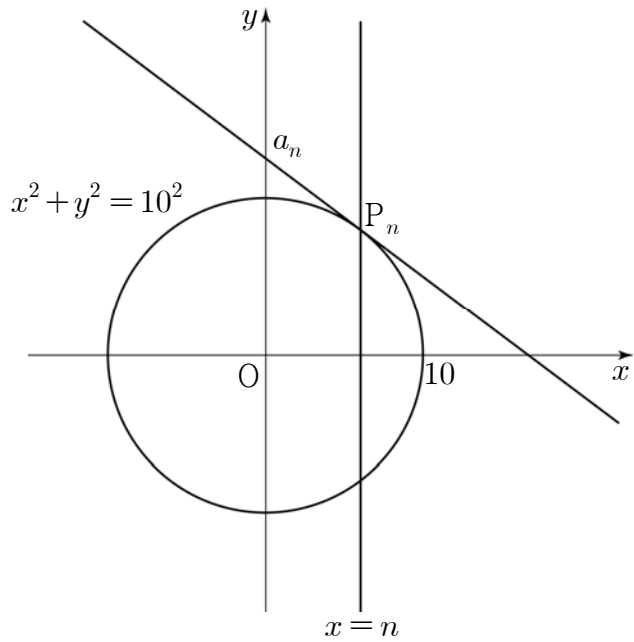
27. 좌표평면에서 제1사분면 위의 점 A를 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점을 B라 하자. x 축 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값이 $10\sqrt{2}$ 일 때, 선분 OA의 길이를 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

28. 실수 전체의 집합 R 에 대하여 함수 $f : R \rightarrow R$ 가

$$f(x) = a|x+2| - 4x$$

로 정의될 때, 이 함수가 일대일대응이 되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 $1 \leq n \leq 9$ 인 자연수 n 에 대하여 직선 $x = n$ 과 원 $x^2 + y^2 = 10^2$ 이 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 P_n 이라 하자. 원 $x^2 + y^2 = 10^2$ 위의 점 P_n 에서의 접선의 y 절편을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^9 \left(\frac{100}{a_n}\right)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 좌표평면 위에 원 $C_1 : (x-a)^2 + (y-b)^2 = 5$ 가 있다.

원 C_1 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 원을 C_2 라 하자.

두 원 C_1, C_2 가 모두 직선 $y = 2x - 2$ 와 만나도록 하는

실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $2b - 3a$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.