

5지 선다형(1 ~ 21)

1. $\sqrt[3]{8} \times 2^2$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

2. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 4\}$ 에 대하여 집합 $A - B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 5n - 1}{2n^2 - n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 9$, $\sum_{k=1}^{10} b_k = 5$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1=1$, $a_2=4$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

7. 두 일차함수 $f(x)=x-10$, $g(x)=2x-1$ 에 대하여

$(f^{-1} \circ g)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

6. 명제

‘ $x^2-6x+5 \neq 0$ 이면 $x-a \neq 0$ 이다.’

가 참이 되기 위한 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 유리함수 $y=\frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의

방향으로 5만큼 평행이동한 그래프가 점 $(5, a)$ 를 지날 때,

상수 a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

9. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - a}{x - 2} = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

[3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

10. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{2n^2 - n}{3n - 1} < a_n < \frac{2n^2 + n}{3n - 1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2n + 3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

11. $\log_{(x-1)}(-x^2+4x+5)$ 가 정의되도록 하는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

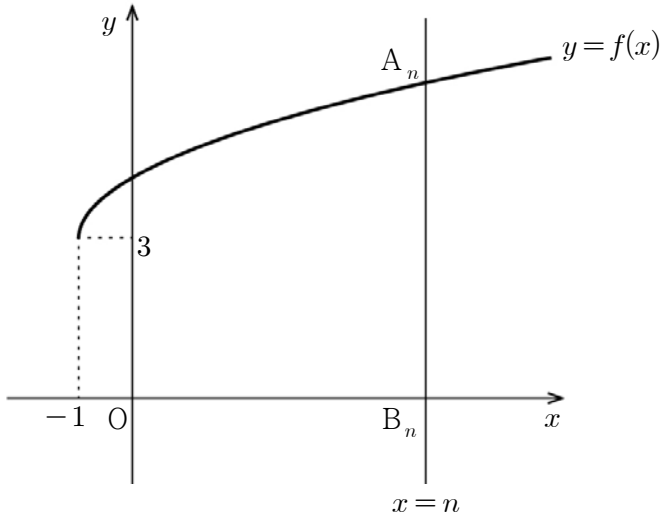
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{2 \times 3^{n+1} + 2^n}{3^n + 2^n} \right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

[13 ~ 14] 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n$ 이
 무리함수 $f(x) = \sqrt{2x+2} + 3$ 의 그래프와 만나는 점을 A_n ,
 x 축과 만나는 점을 B_n 이라 하자. (단, O 는 원점이다.)
 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 삼각형 OA_nB_n 의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{45}{2}$
- ② $\frac{47}{2}$
- ③ $\frac{49}{2}$
- ④ $\frac{51}{2}$
- ⑤ $\frac{53}{2}$

14. 선분 A_nB_n 의 길이보다 크지 않은 최대의 정수를 a_n 이라 할 때,

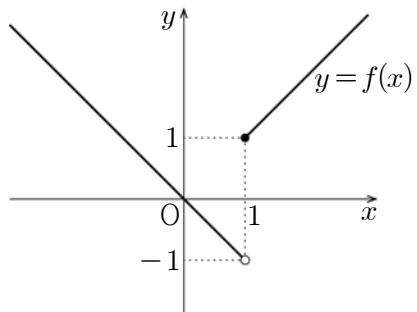
$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 61
- ② 62
- ③ 63
- ④ 64
- ⑤ 65

15. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \geq 1) \\ -x & (x < 1) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다.



함수 $g(x) = 2x - a$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 전체집합 U 가 실수 전체의 집합일 때, 실수 x 에 대한

두 조건 p, q 가

$$p: a(x-1)(x-2) < 0, \quad q: x > b$$

이다. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

(단, a, b 는 실수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $a=0$ 일 때, $P = \emptyset$ 이다. ㄴ. $a > 0, b=0$ 일 때, $P \subset Q$ 이다. ㄷ. $a < 0, b=3$ 일 때, 명제 ‘ $\sim p$ 이면 q 이다.’는 참이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 밀도가 균일한 공기 중에서 자유 낙하하는 물체에 작용하는 중력과 공기 저항력이 평형을 이루게 될 때의 물체의 속력을 종단속력이라 한다. 질량이 m 이고 단면적이 S 인 구형 물체의 종단속력 v (m/초)는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$v^2 = \frac{2mg}{D\rho S}$$

(단, D 는 끌림 계수, ρ 는 공기 밀도, g 는 중력가속도이며, 질량 단위는 kg, 단면적 단위는 m^2 이다.)

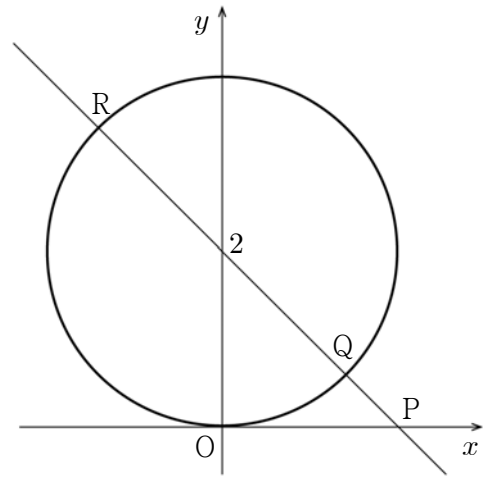
밀도가 균일한 공기 중에서 자유 낙하하는 구형의 두 물체 A 와 B 에 작용하는 끌림 계수(D), 공기 밀도(ρ), 중력가속도(g)가 서로 같다. 두 물체 A 와 B 의 질량의 비는 $1:2\sqrt{2}$ 이고 단면적의 비는 $1:8$ 일 때, 두 물체 A, B 의 종단속력을 각각

v_A, v_B 라 하자. $\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^3$ 의 값은? [4점]

- ① $2^{\frac{9}{8}}$ ② $2^{\frac{3}{2}}$ ③ $2^{\frac{15}{8}}$ ④ $2^{\frac{9}{4}}$ ⑤ $2^{\frac{21}{8}}$

18. 그림과 같이 좌표평면 위에 중심이 $(0, 2)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 양수 t 에 대하여 점 $P(t, 0)$ 과 원의 중심을 지나는 직선이 원과 만나는 두 점 중에서 점 P 에 가까운 점을 Q , 나머지 한 점을 R 라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{PQ} \times \overline{PR}}{\overline{OP}^2 - \overline{PQ}^2}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

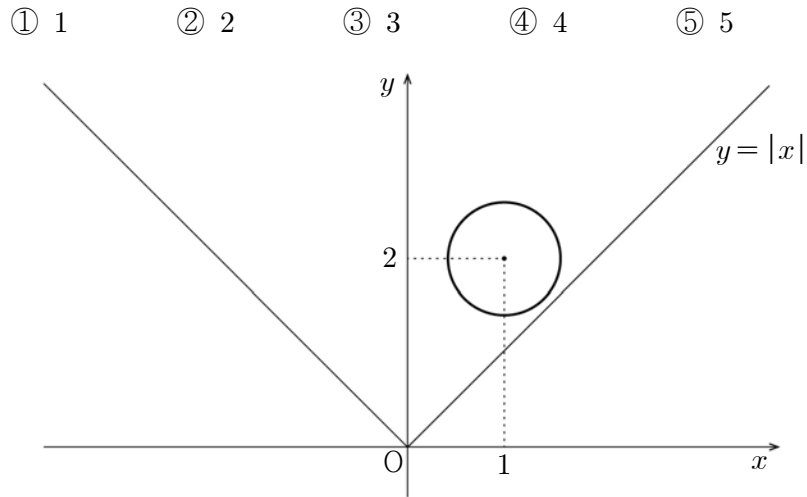


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 양수 r 에 대하여

함수 $y = |x|$ 의 그래프와 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = r^2$ 이 만나는 점의 개수를 $f(r)$ 라 하자. 함수 $f(r)$ 가 불연속인 점의 개수는?

[4점]



20. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$6 \left(\sum_{k=1}^n k \right) \left(\sum_{k=1}^n k^2 \right) = 5 \sum_{k=1}^n k^4 + \sum_{k=1}^n k^2 \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 일부이다.

<증명>

(1) $n=1$ 일 때, (좌변) $= 6 \times 1 \times 1^2 = 6$ 이고,
(우변) $= 5 \times 1^4 + 1^2 = 6$ 이므로 (*)이 성립한다.

(2) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$6 \left(\sum_{k=1}^m k \right) \left(\sum_{k=1}^m k^2 \right) = 5 \sum_{k=1}^m k^4 + \sum_{k=1}^m k^2$$

이다.

$n=m+1$ 일 때, (*)이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} & 6 \left(\sum_{k=1}^{m+1} k \right) \left(\sum_{k=1}^{m+1} k^2 \right) \\ &= 6 \left\{ \sum_{k=1}^m k + (\overline{[가]}) \right\} \left\{ \sum_{k=1}^m k^2 + (m+1)^2 \right\} \\ &= 6 \left(\sum_{k=1}^m k \right) \left(\sum_{k=1}^m k^2 \right) \\ &\quad + (\overline{[가]}) \times \left\{ 6 \sum_{k=1}^m k^2 + 6(m+1) \sum_{k=1}^m k + 6(m+1)^2 \right\} \\ &= 6 \left(\sum_{k=1}^m k \right) \left(\sum_{k=1}^m k^2 \right) + (m+1)^2 \times (\overline{[나]}) \\ &\quad \vdots \\ &= 5 \sum_{k=1}^{m+1} k^4 + \sum_{k=1}^{m+1} k^2 \end{aligned}$$

그러므로 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $\frac{g(10)}{f(5)}$ 의 값은? [4점]

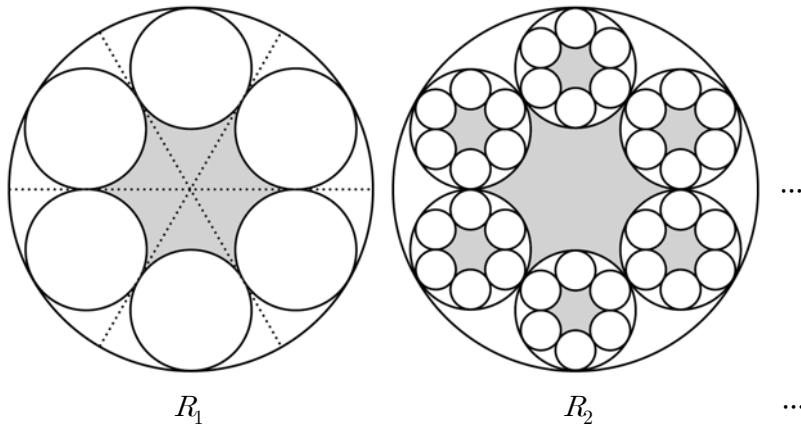
- ① 101 ② 103 ③ 105 ④ 107 ⑤ 109

21. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원을 부채꼴로 6등분하여 각각의 부채꼴에 내접하는 원을 하나씩 그려 넣는다. 이 6개의 원에 의해 만들어지는 ☆ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 합동인 6개의 원 안에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 6개의 ☆ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = a\sqrt{3} + b\pi$ 이다.

$a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



- ① $\frac{7}{6}$
- ② $\frac{4}{3}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{11}{6}$

단답형(22 ~ 30)

22. $\lim_{x \rightarrow 5} (3x-1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\log_2 4 + (\log_2 16)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

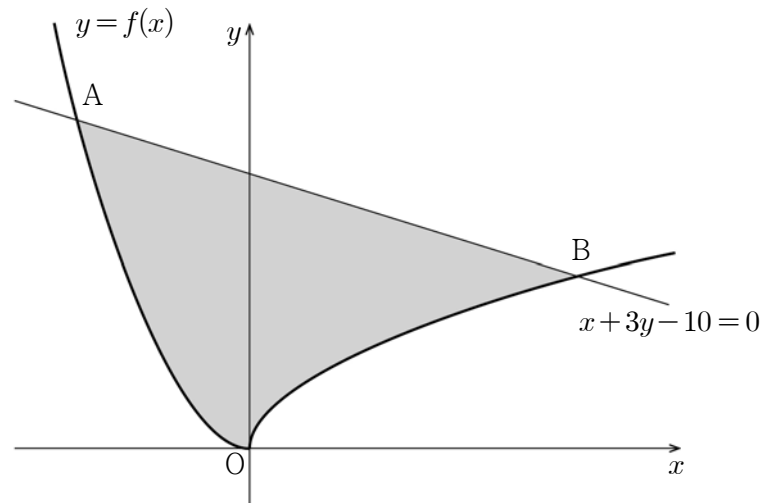
$$n(U) = 40, n(A \cap B) = 6$$

일 때, $n(A^c \cup B^c)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 어느 음악 사이트에서는 매달 말에 그 달 A 노래의 다운로드 건수를 발표한다. 2015년 1월부터 5월까지 이 사이트에서 발표한 A 노래의 다운로드 건수는 매달 일정한 비율로 감소하였다. 2015년 발표한 A 노래의 '1월 다운로드 건수'는 480 건이었고, '5월 다운로드 건수'가 30 건이었다. 2015년 '3월 다운로드 건수'를 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 의 그래프와 직선 $x + 3y - 10 = 0$ 이

두 점 $A(-2, 4), B(4, 2)$ 에서 만난다. 그림과 같이 주어진 함수 $f(x)$ 의 그래프와 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



27. 실수 전체의 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$n(A)=5, B=\left\{\frac{x+a}{2} \mid x \in A\right\}$$

이다. 두 집합 A, B 가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 집합 A 의 모든 원소의 합은 28이다.
 (나) 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은 49이다.
 (다) $A \cap B = \{10, 13\}$

28. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다. a_{10} 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \sum_{k=1}^n b_k = n^2 + n$$

$$(나) \sum_{k=1}^n a_k b_k - 5 \sum_{k=1}^n b_k = \frac{n^2(n+1)^2}{2}$$

29. 2이상 100 이하의 자연수 n 에 대하여 집합

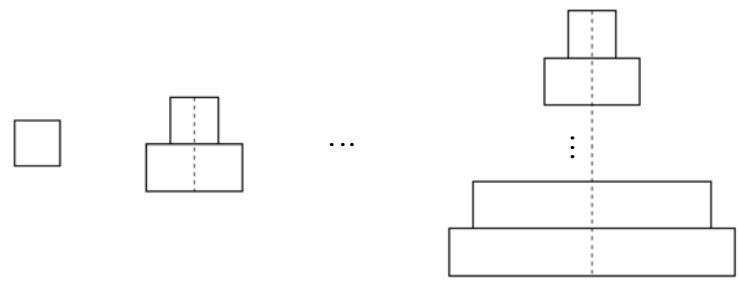
$$\{\log_n k \mid k \text{는 자연수}, 1 \leq k \leq n\}$$

의 원소 중 유리수의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어 $f(3)=2$, $f(4)=3$ 이다. $f(n) \geq 5$ 가 되는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형을 [도형 1]이라 하자.

[도형 1]의 아랫변에 가로 길이 4, 세로 길이 2인 직사각형을 한 직선에 대해 대칭이 되도록 이어 붙여 만든 도형을 [도형 2]라 하자. 이때 한 직선은 [도형 2]의 가장 긴 변의 중점을 지난다.

이와 같은 방법으로 3이상의 자연수 n 에 대하여 [도형 $(n-1)$]의 아랫변에 가로 길이 $2n$, 세로 길이 2인 직사각형을 이어 붙여 만든 도형을 [도형 n]이라 하자.



[도형 1] [도형 2] ... [도형 n]

자연수 n 에 대하여 [도형 n]을 포함하는 원들 중 가장 작은 원의 넓이를 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{80a_n}{\pi n^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.