

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. $4^{-\frac{3}{2}} \times 8^{\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 AB 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 무리방정식 $\sqrt{x^2 - 4x} = x^2 - 4x - 2$ 의 모든 실근의 곱은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

5. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가

$x=0, y=0$ 이외의 해를 가질 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

6. 두 실수 x, y 가 $2^x = 3^y = 24$ 를 만족시킬 때,

$(x-3)(y-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 삼각방정식 $\sin 2x = \cos x$ 의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② 2π ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

8. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n^2+1}{2n+3} \right) = 4$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n}{n+1}$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

수학 영역(B형)

3

9. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 26, a_9 = 8$$

일 때, 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 최대가 되도록 하는 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = n^2$ 과

직선 $y = \frac{1}{n}x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 중심으로 하고

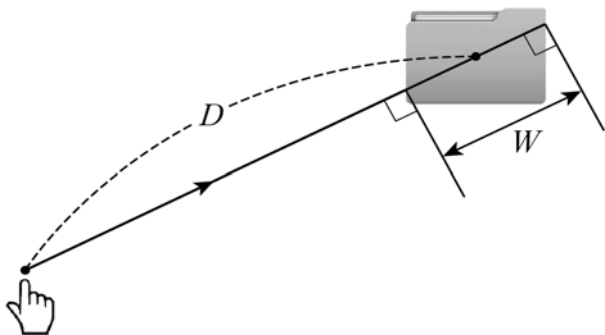
x 축에 접하는 원의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[3점]

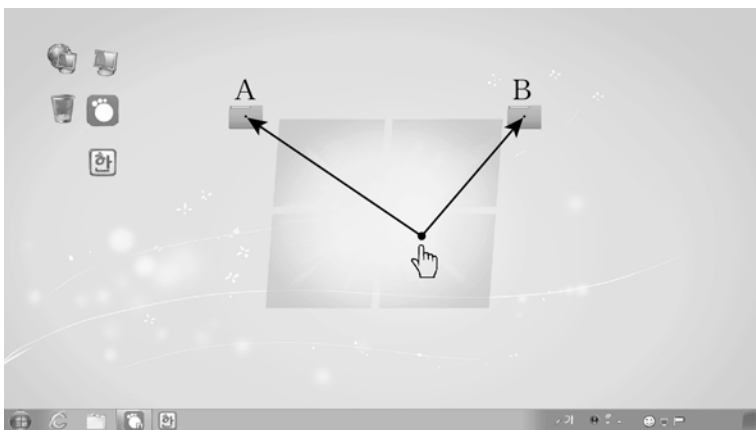
- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

11. 컴퓨터 화면에서 마우스 커서(☞)가 아이콘까지 이동하는 시간을 T (초), 현재 마우스 커서의 위치로부터 아이콘의 중심까지의 거리를 D (cm), 마우스 커서가 움직이는 방향으로 측정된 아이콘의 폭을 W (cm)라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다. (단, $D > 0$)

$$T = a + \frac{1}{10} \log_2 \left(\frac{D}{W} + 1 \right) \quad (\text{단, } a \text{는 상수})$$



그림과 같이 컴퓨터 화면에 두 개의 아이콘 A, B가 있다.

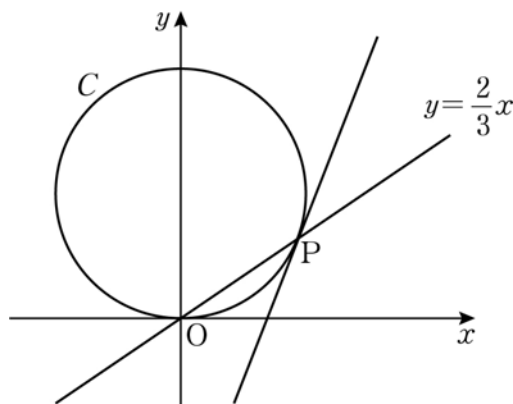


현재 마우스 커서의 위치에서 아이콘 A의 방향으로 측정된 아이콘 A의 폭 W_A 와 아이콘 B의 방향으로 측정된 아이콘 B의 폭 W_B 는 모두 1cm로 같다. 현재 마우스 커서의 위치로부터 아이콘 A의 중심까지의 거리와 아이콘 B의 중심까지의 거리를 각각 D_A (cm), D_B (cm)라 할 때, 마우스 커서가 아이콘 A까지 이동하는 시간 T_A , 아이콘 B까지 이동하는 시간 T_B 는 각각 0.71초, 0.66초이다. $\frac{D_A + 1}{D_B + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

12. 그림과 같이 원점에서 x 축에 접하는 원 C 가 있다.

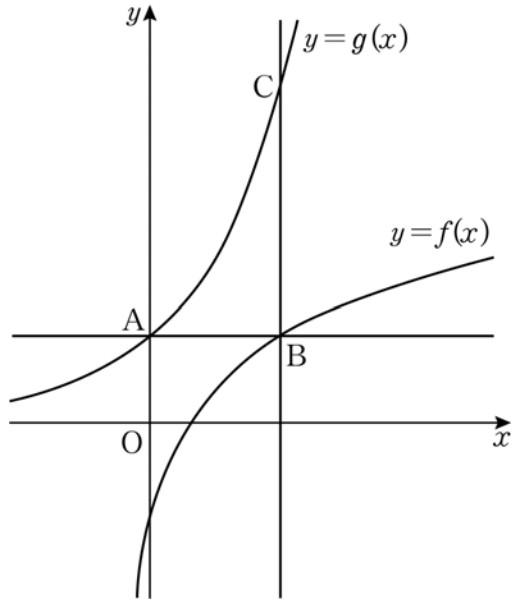
원 C 와 직선 $y = \frac{2}{3}x$ 가 만나는 점 중 원점이 아닌 점 P 라 할 때, 원 C 위의 점 P 에서의 접선의 기울기는? [3점]



- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{28}{15}$ ④ $\frac{32}{15}$ ⑤ $\frac{12}{5}$

[13~14] 그림과 같이 함수 $f(x) = \log_2\left(x + \frac{1}{2}\right)$ 의 그래프와

함수 $g(x) = a^x (a > 1)$ 의 그래프가 있다. 곡선 $y = g(x)$ 가 y 축과 만나는 점을 A, 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점 중 점 A가 아닌 점을 B, 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = g(x)$ 와 만나는 점을 C라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{21}{4}$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

14. 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 C에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AD} = \overline{BD}$ 일 때, $g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $e^{\frac{2}{3}}$ ② $e^{\frac{5}{3}}$ ③ $e^{\frac{8}{3}}$ ④ $e^{\frac{11}{3}}$ ⑤ $e^{\frac{14}{3}}$

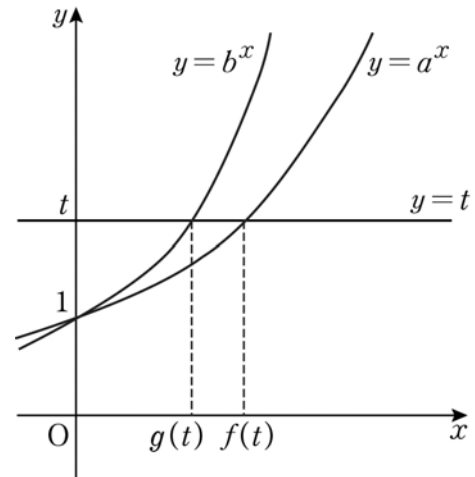
15. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \frac{1}{n+1} \quad (n \geq 1)$
 (나) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 b_n = 2$

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

16. 그림과 같이 두 곡선 $y = a^x$, $y = b^x$ ($1 < a < b$)가 직선 $y = t$ ($t > 1$)과 만나는 점의 x 좌표를 각각 $f(t)$, $g(t)$ 라 할 때, $2f(a) = 3g(a)$ 가 성립한다. $f(c) = g(27)$ 을 만족시키는 실수 c 의 값은? [4점]



- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 + AB = 2E, \quad A^2 - 2A = B^2 + 2B$$

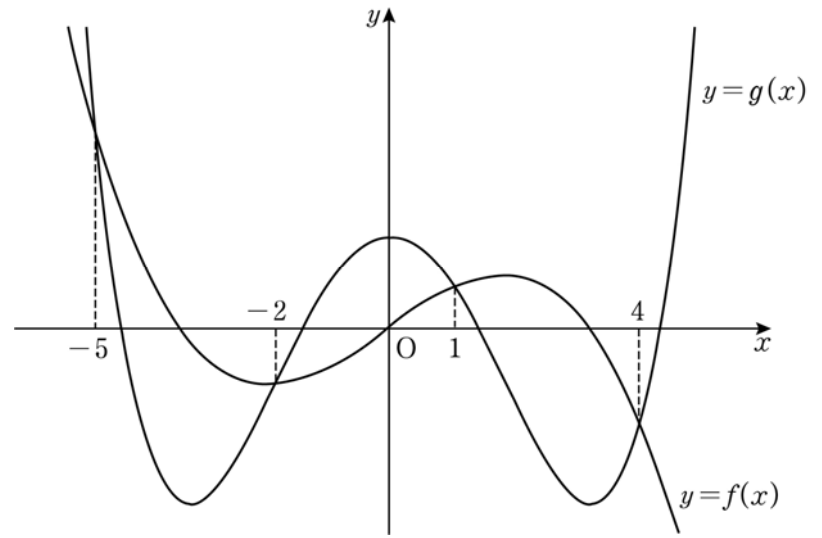
를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.
 - ㄴ. $AB = -BA$
 - ㄷ. $B^2 = 5E - 3A$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 그림과 같이 원점에 대하여 대칭인 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 사차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 네 점에서 만나고 그 네 점의 x 좌표는 $-5, -2, 1, 4$ 이다.

방정식 $\frac{\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2}{x^2 - 4} = 0$ 의 모든 실근의 곱은? [4점]



- ① -400
- ② -200
- ③ -100
- ④ -50
- ⑤ -25

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1, a_2=5$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} - 2a_n & (n \text{이 홀수}) \\ 6a_{n+1} - a_n & (n \text{이 짝수}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에서 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n+1} = a_{2n} - 2a_{2n-1} \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$a_{2n+2} = 6a_{2n+1} - a_{2n} \quad \dots \textcircled{㉡}$$

$$a_{2n+3} = a_{2n+2} - 2a_{2n+1} \quad \dots \textcircled{㉢}$$

이므로 ㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 정리하면

$$a_{2n+3} - a_{2n+1} = 2(a_{2n+1} - a_{2n-1})$$

이고, ㉠에서 $n=1$ 일 때 $a_3=3$ 이므로

$$a_{2n+1} - a_{2n-1} = \textcircled{\text{가}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서

$$a_{2n-1} = \textcircled{\text{나}} \quad (n \geq 1)$$

이고, ㉠으로부터

$$a_{2n} = a_{2n+1} + 2a_{2n-1}$$

이므로

$$a_{2n} = \textcircled{\text{다}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n-1} = \textcircled{\text{나}}, \quad a_{2n} = \textcircled{\text{다}}$$

이다.

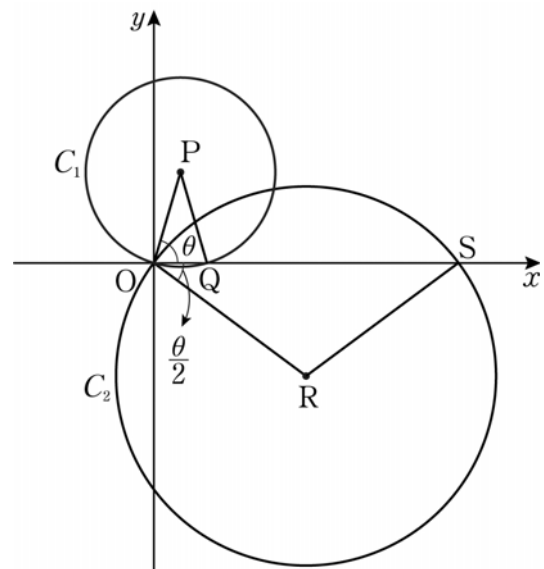
위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$, (다)에 알맞은 식을 $h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(5)g(10)}{h(10)-1}$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

20. 그림과 같이 $\overline{OP}=1$ 인 제1사분면 위의 점 P를 중심으로 하고 원점을 지나는 원 C_1 이 x 축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 Q라 하자. $\overline{OR}=2$ 이고 $\angle ROQ = \frac{1}{2}\angle POQ$ 인 제4사분면 위의 점 R를 중심으로 하고 원점을 지나는 원 C_2 가 x 축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 S라 하자.

$\angle POQ = \theta$ 라 할 때, 삼각형 OQP와 삼각형 ORS의 넓이의 합이 최대가 되도록 하는 θ 에 대하여 $\cos \theta$ 의 값은?

(단, O는 원점이고, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{-3+2\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{-1+\sqrt{3}}{4}$
 ④ $\frac{-3+2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin^2 x + a \cos x, \quad g(x) = \begin{cases} 0 & (x < -\frac{\pi}{2}) \\ x & (-\frac{\pi}{2} \leq x < \pi) \\ bx & (x \geq \pi) \end{cases}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, a, b 는 실수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}-0} g(x) = 0$

ㄴ. $a=2$ 이면 합성함수 $(f \circ g)(x)$ 는 $x = -\frac{\pi}{2}$ 에서 연속이다.

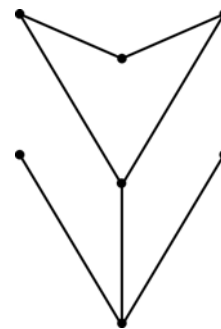
ㄷ. a 의 값에 관계없이 합성함수 $(f \circ g)(x)$ 가 $x = \pi$ 에서 연속이면 $b = 2n-1$ (n 은 정수)이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x) = 20x^2 \ln x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]



24. 함수 $y = 2\sin x + \cos x - 1$ 은 $x = \alpha$ 에서 최댓값을 가질 때, $30\sin 2\alpha$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 연립부등식

$$\begin{cases} \frac{(x-4)(x-7)}{x-9} \geq 0 \\ \frac{x-k}{x-2} \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 7이 되도록 하는 실수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 할 때,

$$\sum_{k=1}^{10} f(2^k) = m \log 2 - n$$

이다. 두 자연수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의

값을 구하시오. [4점]

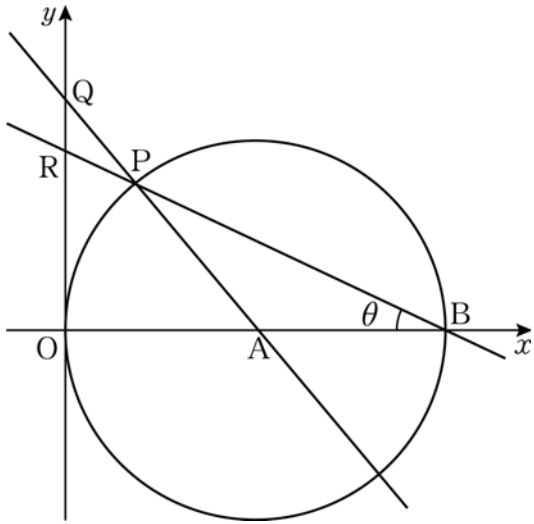
27. 모든 항이 양의 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_3 = 7a_3$ 일 때, $\sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{a_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 삼차함수 $f(x) = x^3 - x^2 - 9x + 1$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq k) \\ f(2k-x) & (x < k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 그림과 같이 중심이 $A(3, 0)$ 이고 점 $B(6, 0)$ 을 지나는 원이 있다. 이 원 위의 점 P 를 지나는 두 직선 AP, BP 가 y 축과 만나는 점을 각각 Q, R 라 하자. $\angle PBA = \theta$ 라 하고, 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



30. 함수 $f(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 $f(x) = |x-1|$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+2)$ 를 만족시킬 때, 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = x + f(x)$$

라 하자. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $n \leq a \leq n+2$
- (나) $0 < b \leq g(a)$

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.