

5지선다형

1. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 는?

[2점]

- ① $\{1\}$ ② $\{2, 3\}$ ③ $\{4, 5\}$
- ④ $\{1, 4, 5\}$ ⑤ $\{2, 3, 4, 5\}$

2. $(1+i)(1-i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① $-2i$ ② $-i$ ③ i
- ④ -2 ⑤ 2

3. $(x+2y)(x^2+xy)$ 의 전개식에서 x^2y 의 계수는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $2^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2ax + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 유리함수 $y = \frac{2x-3}{x-4}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식이 $x = p$,

$y = q$ 일 때, $p+q$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 세 수 3, 12, a 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, a 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 36 ③ 48 ④ 60 ⑤ 72

8. 두 함수 $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = \sqrt{x+3} + 1$ 에 대하여 $(f \circ g)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

수학 영역(나형)

3

9. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p : 2x + 4 > 0$$

$$q : x \geq a$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a 의 최댓값은?

[3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

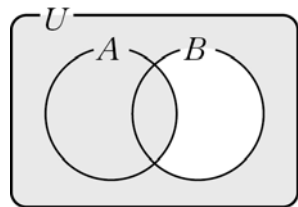
10. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x^2 - 2y = 6 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

11. 그림은 전체집합 U 의 서로 다른 두 부분집합 A, B 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 나타낸 것이다.



다음 중 어두운 부분을 나타낸 집합과 같은 것은? [3점]

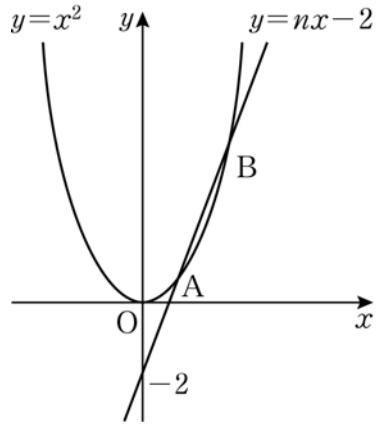
- ① $A \cap B^c$
- ② $(A \cap B) \cup B^c$
- ③ $(A \cap B^c) \cup A^c$
- ④ $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$
- ⑤ $(A - B) \cup (A^c \cap B^c)$

12. x 에 대한 다항식 $(kx^3 + 3)(kx^2 - 4) - kx$ 가 $x+1$ 로 나누어떨어지도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

수학 영역(나형)

[13~14] 그림과 같이 3 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 과 직선 $y=nx-2$ 가 두 점 A, B에서 만난다.
13번과 14번의 두 물음에 답하시오. (단, O는 원점이다.)



13 $n=4$ 일 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

- ① $\sqrt{17}$ ② $\sqrt{34}$ ③ $2\sqrt{17}$
- ④ $2\sqrt{34}$ ⑤ $4\sqrt{17}$

14 두 직선 OA, OB의 기울기를 각각 a_n, b_n 이라 할 때,

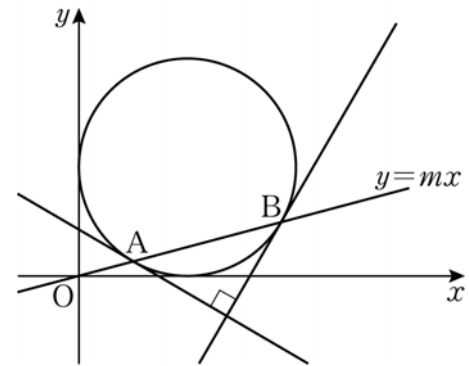
$\sum_{n=3}^{20} (a_n + b_n)$ 의 값은? [4점]

- ① 195 ② 199 ③ 203 ④ 207 ⑤ 211

15. 좌표평면에 원 $x^2 + y^2 - 10x = 0$ 이 있다. 이 원의 현 중에서 점 A(1, 0)을 지나고 그 길이가 자연수인 현의 개수는? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

16. 좌표평면에서 중심이 (1, 1)이고 반지름의 길이가 1인 원과 직선 $y = mx$ ($m > 0$)가 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B에서 각각 이 원에 접하는 두 직선이 서로 수직이 되도록 하는 모든 실수 m 의 값의 합은? [4점]



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

수학 영역(나형)

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고

$$\frac{a_{n+1}}{n+2} = \frac{a_n}{n} + \frac{1}{2} \quad (n \geq 1) \quad \text{㉠}$$

을 만족시킨다. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = (1+2+3+\dots+n) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}\right) \quad \text{㉡}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때,

$$(\text{좌변}) = a_1 = 1, \quad (\text{우변}) = 1 \times 1 = 1$$

따라서 ㉡이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, ㉡이 성립한다고 가정하면

$$a_k = (1+2+3+\dots+k) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right)$$

이다. ㉠에서

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= \boxed{\text{(가)}} a_k + \frac{k+2}{2} \\ &= \boxed{\text{(가)}} (1+2+3+\dots+k) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right) + \frac{k+2}{2} \\ &= \boxed{\text{(나)}} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right) + \frac{k+2}{2} \\ &= \{1+2+3+\dots+(k+1)\} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k+1}\right) \end{aligned}$$

이다.

따라서 $n=k+1$ 일 때도 ㉡이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 ㉡이 성립한다.

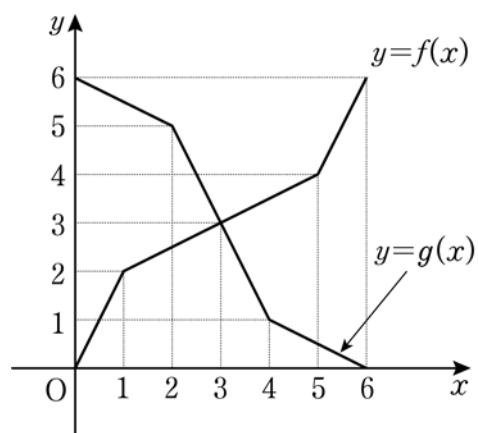
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 할 때, $f(10) \times g(9)$ 의 값은? [4점]

- ① 66 ② 68 ③ 70 ④ 72 ⑤ 74

18. 좌표평면에서 두 점 $A(4, a)$, $B(2, 1)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 각각 A' , B' 이라 하고, 두 직선 AB , $A'B'$ 의 교점을 P 라 하자. 두 삼각형 APA' , BPB' 의 넓이의 비가 9:4일 때, a 의 값은? (단, $a > 4$) [4점]

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

19. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq 6\}$ 인 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 는 일대일 대응이고 그래프는 그림과 같다.



등식 $f^{-1}(a)=g(b)$ 를 만족시키는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는? (단, 두 함수의 그래프는 각각 세 선분으로 되어 있다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 이차함수 $f(x)=k(x-1)^2-4k+2$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 의 꼭짓점을 A라 하고, 이 곡선이 y 축과 만나는 점을 B라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 0는 원점이다.) [4점]

— < 보 기 > —

ㄱ. $k=1$ 일 때, $\overline{OA} = \sqrt{5}$ 이다.
 ㄴ. 0이 아닌 실수 k 의 값에 관계없이 곡선 $y=f(x)$ 가 항상 지나는 점은 2개이다.
 ㄷ. 0이 아닌 실수 k 의 값에 관계없이 직선 AB는 항상 점 $(-3, 2)$ 를 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

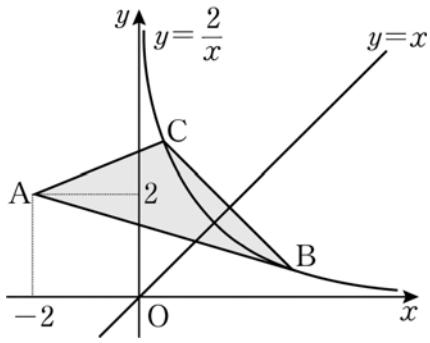
수학 영역(나형)

9

21. 그림과 같이 점 $A(-2, 2)$ 와 곡선 $y = \frac{2}{x}$ 위의 두 점 B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 B 와 점 C 는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.
 (나) 삼각형 ABC 의 넓이는 $2\sqrt{3}$ 이다.

점 B 의 좌표를 (α, β) 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? (단, $\alpha > \sqrt{2}$)
 [4점]



- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

단답형

22. $\log_2 16 \times \log_3 27$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 점 $A(3, 4), B(5, 7)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로
 외분하는 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 좌표평면에서 부등식

$$(x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 64) \leq 0$$

이 나타내는 영역의 넓이가 $a\pi$ 일 때, a 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서

$$a_1 + 2a_{10} = 34, \quad a_1 - a_{10} = -14$$

일 때, 첫째항부터 제10항까지의 합을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = -x^2 + 4$ 위의 점과 직선 $y = 2x + k$ 사이의 거리의 최솟값이 $2\sqrt{5}$ 가 되도록 하는 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

27. 통신 이론에서 가용 대역폭을 $B(\text{Hz})$, 수신 신호 전력을 $S(\text{W})$, 잡음 전력을 $N(\text{W})$ 이라고 할 때, 채널 용량 $C(\text{bps})$ 는 다음과 같은 관계식을 만족시킨다고 한다.

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

가용 대역폭이 일정하고, 수신 신호 전력이 1.2W 일 때, 잡음 전력을 0.4W 에서 $a(\text{W})$ 로 변경하였더니 채널 용량이 3배가 되었다. 상수 a 의 값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 다음은 어떤 학생이 자전거를 탄 전체 시간과 줄넘기를 한 전체 시간에 대한 설명이다.

- (가) 자전거를 탄 전체 시간과 줄넘기를 한 전체 시간의 차는 10분 이하이다.
- (나) 자전거를 탄 전체 시간과 줄넘기를 한 전체 시간의 합은 1시간 이하이다.

이 학생이 자전거를 1분 동안 탔을 때 칼로리 소모량은 4kcal 이고, 줄넘기를 1분 동안 했을 때 칼로리 소모량은 8kcal 이다. 이 학생이 자전거 타기와 줄넘기를 했을 때, 칼로리 소모량의 합을 $a(\text{kcal})$ 라 하자. a 의 최댓값을 구하시오. [4점]

29. 수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

집합 $A_n = \{x \mid (x-n)(x-2n+1) \leq 0\}$ 에 대하여
 $25 \in A_n$ 이면 $a_n = 1$ 이고, $25 \notin A_n$ 이면 $a_n = -1$ 이다.

$\sum_{k=1}^m a_k = -20$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값을 구하시오. [4점]

30. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$

$B = \{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 과 서로소인 자연수}\}$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하시오.
 [4점]

(가) $X \subset A, X \neq \emptyset$

(나) $X \cap B = \emptyset$

(다) 집합 X 의 모든 원소는 12와 서로소이다.

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.