

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 다항식  $A=2x^2-3x-5$ ,  $B=-x^2+3x$ 에 대하여  $A+2B$ 는? [2점]

- ①  $x-5$                       ②  $2x-5$                       ③  $3x-5$
- ④  $4x-5$                       ⑤  $5x-5$

2.  $2^{-2} \times 16^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 4                      ④ 8                      ⑤ 16

3. 이차방정식  $x^2+4=0$ 의 두 근의 곱은? [2점]

- ① -4                      ② -2                      ③ 2                      ④ 4                      ⑤ 6

4.  $\log_5 30 + \log_5 \frac{1}{10} - \log_5 15$ 의 값은? [3점]

- ① -2                      ② -1                      ③ 0                      ④ 1                      ⑤ 2

5. 두 집합  $A = \{a+2, a^2-2\}$ ,  $B = \{2, 6-a\}$ 에 대하여  $A=B$ 일 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

6. 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식

$$x^3 + a = (x+3)(x^2 + bx + 9)$$

가 성립할 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 12      ② 15      ③ 18      ④ 21      ⑤ 24

7. 함수  $f(x) = 2x+3$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g(15)$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

8. 두 점  $A(a, 4)$ ,  $B(-9, 0)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 4:3으로 내분하는 점이  $y$ 축 위에 있을 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

# 수학 영역(가형)

3

9. 실수  $x$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 가 다음과 같다.

$$p: x^2 - 2x - 8 < 0$$

$$q: x \geq a$$

$p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값은?

[3점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

10. 두 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $Y = \{5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 함수  $f$ 는  $X$ 에서  $Y$ 로의 일대일 대응이다.

$$f(1) = 7, f(2) - f(3) = 3$$

일 때,  $f(3) + f(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

11. 이차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(0)=8$

(나) 이차부등식  $f(x)>0$ 의 해는  $x \neq 2$ 인 모든 실수이다.

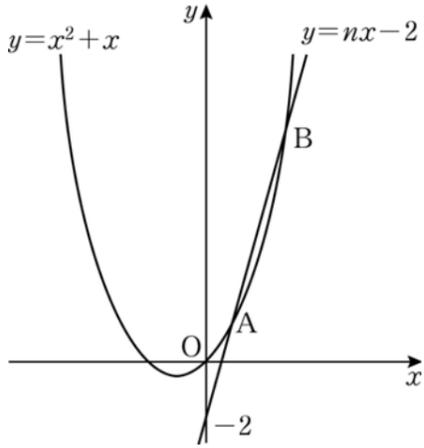
$f(5)$ 의 값은? [3점]

- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

12.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3+(a-1)x^2+ax-2a=0$ 이 한 실근과 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 정수  $a$ 의 개수는? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

[13~14] 그림과 같이 4 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y=x^2+x$ 와 직선  $y=nx-2$ 가 두 점 A, B에서 만난다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오. (단, O는 원점이다.)



13  $n=4$ 일 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

- ①  $\sqrt{17}$                       ②  $\sqrt{34}$                       ③  $2\sqrt{17}$   
 ④  $2\sqrt{34}$                       ⑤  $4\sqrt{17}$

14 두 직선 OA, OB의 기울기를 각각  $a_n, b_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=4}^{20} (a_n + b_n)$ 의 값은? [4점]

- ① 211                      ② 216                      ③ 221                      ④ 226                      ⑤ 231

15. 다항식  $P(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 몫이  $Q(x)$ , 나머지는 3이고, 다항식  $Q(x)$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 2이다.  $P(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라 하자.  $R(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13

16. 유리함수  $f(x) = \frac{3x+k}{x+4}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로

$-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $3$ 만큼 평행이동한 곡선을  $y=g(x)$ 라 하자. 곡선  $y=g(x)$ 의 두 점근선의 교점이 곡선  $y=f(x)$  위의 점일 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $-6$       ②  $-3$       ③  $0$       ④  $3$       ⑤  $6$

17. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1=1$ 이고

$$\frac{a_{n+1}}{n+2} = \frac{a_n}{n} + \frac{1}{2} \quad (n \geq 1) \quad \text{㉠}$$

을 만족시킨다. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = (1+2+3+\dots+n) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}\right) \quad \text{㉡}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i)  $n=1$ 일 때,

$$\text{(좌변)} = a_1 = 1, \quad \text{(우변)} = 1 \times 1 = 1$$

따라서 ㉡이 성립한다.

(ii)  $n=k$ 일 때, ㉡이 성립한다고 가정하면

$$a_k = (1+2+3+\dots+k) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right)$$

이다. ㉠에서

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= \boxed{\text{(가)}} a_k + \frac{k+2}{2} \\ &= \boxed{\text{(가)}} (1+2+3+\dots+k) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right) + \frac{k+2}{2} \\ &= \boxed{\text{(나)}} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right) + \frac{k+2}{2} \\ &= \{1+2+3+\dots+(k+1)\} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k+1}\right) \end{aligned}$$

이다.

따라서  $n=k+1$ 일 때도 ㉡이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 ㉡이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 할 때,  $f(10) \times g(9)$ 의 값은? [4점]

- ① 66      ② 68      ③ 70      ④ 72      ⑤ 74

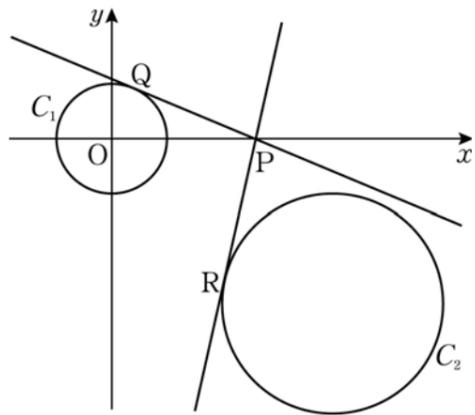
18. 좌표평면에서 두 점  $A(4, a)$ ,  $B(2, 1)$ 을 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 각각  $A'$ ,  $B'$ 이라 하고, 두 직선  $AB$ ,  $A'B'$ 의 교점을  $P$ 라 하자. 두 삼각형  $APA'$ ,  $BPB'$ 의 넓이의 비가 9:4일 때,  $a$ 의 값은? (단,  $a > 4$ ) [4점]

- ① 5      ②  $\frac{11}{2}$       ③ 6      ④  $\frac{13}{2}$       ⑤ 7

19. 좌표평면에 두 원

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1, \quad C_2 : x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$$

이 있다. 그림과 같이  $x$ 축 위의 점  $P$ 에서 원  $C_1$ 에 그은 한 접선의 접점을  $Q$ , 점  $P$ 에서 원  $C_2$ 에 그은 한 접선의 접점을  $R$ 라 하자.  $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 일 때, 점  $P$ 의  $x$ 좌표는? [4점]



- ①  $\frac{19}{8}$     ②  $\frac{5}{2}$     ③  $\frac{21}{8}$     ④  $\frac{11}{4}$     ⑤  $\frac{23}{8}$

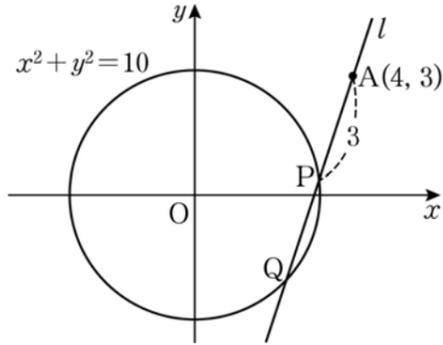
20. 이차함수  $f(x) = k(x-1)^2 - 4k + 2$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 의 꼭짓점을  $A$ 라 하고, 이 곡선이  $y$ 축과 만나는 점을  $B$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 0는 원점이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $k=1$ 일 때,  $\overline{OA} = \sqrt{5}$ 이다.  
 ㄴ. 0이 아닌 실수  $k$ 의 값에 관계없이 곡선  $y=f(x)$ 가 항상 지나는 점은 2개이다.  
 ㄷ. 0이 아닌 실수  $k$ 의 값에 관계없이 직선  $AB$ 는 항상 점  $(-3, 2)$ 를 지난다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 점 A(4, 3)을 지나고 기울기가 양수인 직선  $l$ 이 원  $x^2 + y^2 = 10$ 과 두 점 P, Q에서 만난다.  $\overline{AP} = 3$ 일 때, 직선  $l$ 의 기울기는? [4점]



- ①  $\frac{23}{7}$     ②  $\frac{24}{7}$     ③  $\frac{25}{7}$     ④  $\frac{26}{7}$     ⑤  $\frac{27}{7}$

단답형

22. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_1 = 3$ ,  $a_3 = 2a_2$ 일 때,  $a_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $(1+i)^8$ 의 값을 구하시오. (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [3점]

24.  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x^2 - 2y = k \end{cases}$$

가 오직 한 쌍의 해  $x = \alpha, y = \beta$ 를 가질 때,  $\alpha + \beta + k$ 의 값을 구하시오. (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

25. 두 수  $a, b$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오.

[3점]

(가)  $\log_a b = \frac{4}{3}$

(나)  $\log_9 a + \log_3 b = 11$

26. 어느 고등학교의 2학년 학생 212명을 대상으로 문학 체험, 역사 체험, 과학 체험의 신청자 수를 조사한 결과 다음과 같은 사실을 알게 되었다.

- (가) 문학 체험을 신청한 학생은 80명, 역사 체험을 신청한 학생은 90명이다.  
 (나) 문학 체험과 역사 체험을 모두 신청한 학생은 45명이다.  
 (다) 세 가지 체험 중 어느 것도 신청하지 않은 학생은 12명이다.

과학 체험만 신청한 학생의 수를 구하시오. [4점]

27. 통신 이론에서 가용 대역폭을  $B(\text{Hz})$ , 수신 신호 전력을  $S(\text{W})$ , 잡음 전력을  $N(\text{W})$ 이라고 할 때, 채널 용량  $C(\text{bps})$ 는 다음과 같은 관계식을 만족시킨다고 한다.

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$$

가용 대역폭이 일정하고, 수신 신호 전력이  $1.2\text{W}$ 일 때, 잡음 전력을  $0.4\text{W}$ 에서  $a(\text{W})$ 로 변경하였더니 채널 용량이 3배가 되었다. 상수  $a$ 의 값이  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 등차수열  $\{a_n\}$ 에서

$$a_{11} + a_{21} = 82, \quad a_{11} - a_{21} = 6$$

일 때, 집합  $A = \{a_n \mid a_n \text{은 자연수}\}$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [4점]

29. 수열  $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

집합  $A_n = \{x \mid (x-n)(x-2n+1) \leq 0\}$ 에 대하여  
 $25 \in A_n$ 이면  $a_n = 1$ 이고,  $25 \notin A_n$ 이면  $a_n = -1$ 이다.

$\sum_{k=1}^m a_k = -20$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면 위의 점  $A(0, 1)$ 과 점  $P$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점  $P$ 는 제1사분면에 있다.  
 (나)  $x$ 축 위의 어떤 점  $Q$ 에 대하여  $\overline{AQ} + \overline{PQ} \leq 6$ 이다.

위의 조건을 만족시키는 모든 점  $P$ 가 나타내는 영역을  $D$ 라 하자. 영역  $D$ 에 속하는 점  $(x, y)$ 에 대하여  $x+y$ 의 최댓값이  $p+q\sqrt{2}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 정수이다.)

[4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.