

수학 영역(A형)

제 2 교시

1

1. $2 \times 4^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

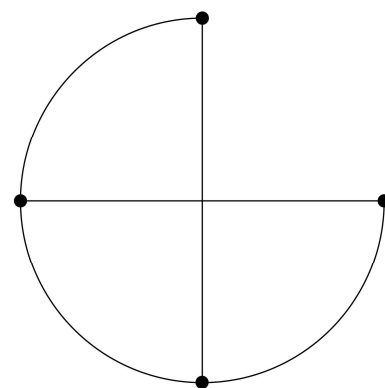
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

3. 첫째항이 2이고, 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_6 의 값은? [2점]

- ① 14 ② 15 ③ 16
 ④ 17 ⑤ 18

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

5. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^3 = kA$ 일 때, 실수 k 의 값은?

[3점]

- ① 9 ② 12 ③ 15
 ④ 18 ⑤ 21

7. 로그부등식 $2\log_2(x-3) \leq 2 + \log_2(x+5)$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

6. 정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $f(x) = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{21}{8}$ ③ 3
 ④ $\frac{27}{8}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

8. 두 실수 x, y 에 대하여 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & 6 \\ y & 3 \end{pmatrix}$ 가

$A^{-1} - AB = 2E$ 를 만족시킬 때, $x + y$ 의 값은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

10. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 5^n - 1$

일 때, $\frac{a_5}{a_3}$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20
 ④ 25 ⑤ 30

9. $\sum_{k=1}^{n+1} (k+2)^2 - \sum_{k=1}^n (k^2+4) = 389$ 일 때, 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

11. 지수부등식 $4^x \times 5^{2x-1} \leq 2 \times 10^{x+3}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [3점]

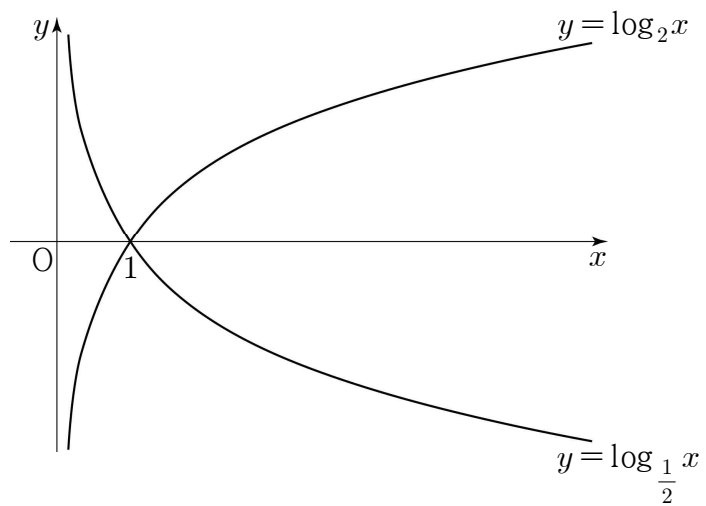
- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

12. $3^{\log_2 5} \times \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_2 3}$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 8 ⑤ 9

[13 ~ 14] 그림은 함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 의 그래프이다.

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프가 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 의 그래프와

점 (p, q) 에서 만날 때, $p+q$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

14. 1보다 큰 자연수 n 에 대하여 직선 $x = n$ 이 두 함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 의 그래프와 만나는 점의 y 좌표를 각각 a_n, b_n 이라 하자.

$b_n \leq m \leq a_n$ 을 만족시키는 정수 m 의 개수를 c_n 이라 할 때,

$\sum_{n=2}^{16} c_n$ 의 값은? [4점]

- ① 89 ② 91 ③ 93
- ④ 95 ⑤ 97

15. 네 실수 a, b, x, y 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & a^3 b^2 = 9 \\ \text{(나)} \quad & a^{2x} = \frac{1}{(2b)^{3y}} = 6 \end{aligned}$$

이때, $\frac{3}{2x} - \frac{2}{3y}$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

16. 초원지역에서의 풍속은 지표면으로부터의 높이에 따라 변한다.

어느 초원지역에서 지표면의 거친 정도를 나타내는 값을 $r(\text{m})$, 지형지물의 평균 높이를 $h(\text{m})$, 지표면으로부터의 높이를 $z(\text{m})$ 라 할 때, 풍속 $U(z)(\text{m}/\text{초})$ 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$U(z) = u \log\left(\frac{z-h}{r}\right) \quad (\text{단, } z-h > r \text{ 이고 } u \text{ 는 상수이다.})$$

지표면의 거친 정도를 나타내는 값이 0.2 m이고 지형지물의 평균 높이가 0.3 m인 어느 초원지역에서 지표면으로부터의 높이가 7.5 m일 때의 풍속을 U_1 , 지표면으로부터의 높이가 43.5 m일 때의

풍속을 U_2 라 할 때, $\frac{U_2}{U_1}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{5}{4}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

17. 이차정사각행렬 A 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
 (나) $A \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

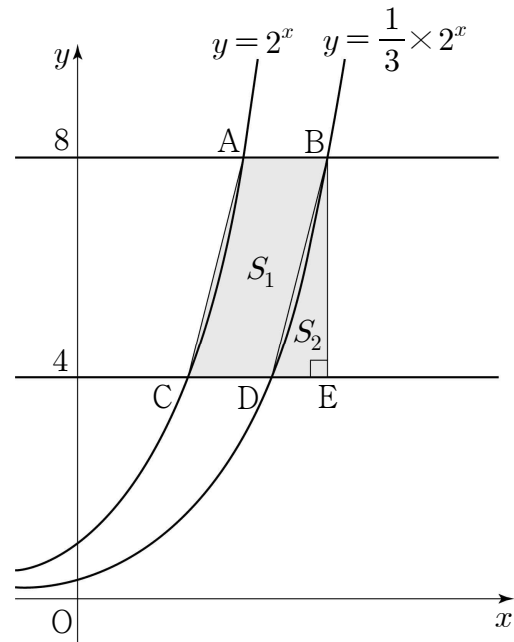
행렬 A 의 모든 성분의 합은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

18. 그림과 같이 두 곡선 $y=2^x$, $y=\frac{1}{3} \times 2^x$ 이 직선 $y=8$ 과 만나는

두 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=4$ 와 만나는 두 점을 각각 C, D라 하자. 점 B에서 직선 $y=4$ 에 내린 수선의 발을 E라 할 때, 사각형 ACDB의 넓이를 S_1 , 삼각형 BDE의 넓이를 S_2 라 하자.

$\frac{S_1}{S_2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\log_2 3$ ② $\frac{3}{2} \log_2 3$ ③ $2 \log_2 3$
 ④ $\frac{5}{2} \log_2 3$ ⑤ $3 \log_2 3$

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$2^{2n}a_{n+1} = 2^{2n-1}a_n + (n+1)2^n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$2^n a_{n+1} = 2^{n-1} a_n + (n+1)$$

이다. $b_n = 2^n a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이고, $b_1 = 2$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{1}{2^n} \times \left(\boxed{\text{(나)}} \right) \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(4) + g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 48 ② 50 ③ 52
- ④ 54 ⑤ 56

20. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A + 2B = E, \quad AB + BA = 2E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

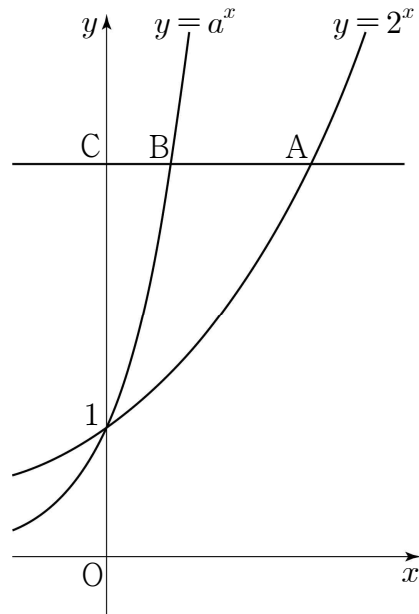
< 보 기 >

- ㄱ. $AB = BA$
- ㄴ. $B - E$ 의 역행렬이 존재한다.
- ㄷ. $(A + B)^2 = 4B^4$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 두 곡선 $y=2^x$ 과 $y=a^x (a > 2)$ 에 대하여 y 축 위의 점 C 를 지나고 x 축과 평행한 직선이 두 곡선과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자.

자연수 n 에 대하여 $\overline{CB} : \overline{BA} = 1 : n$ 을 만족시키는 a 의 값을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) \times f(2) \times f(3) \times \dots \times f(10) = 2^m$ 이다. m 의 값은? (단, 점 C 의 y 좌표는 1보다 크다.) [4점]



- ① 65
- ② 67
- ③ 69
- ④ 71
- ⑤ 73

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_2 = 4, a_5 = 13$ 일 때,

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$$

의 값을 구하시오. [3점]

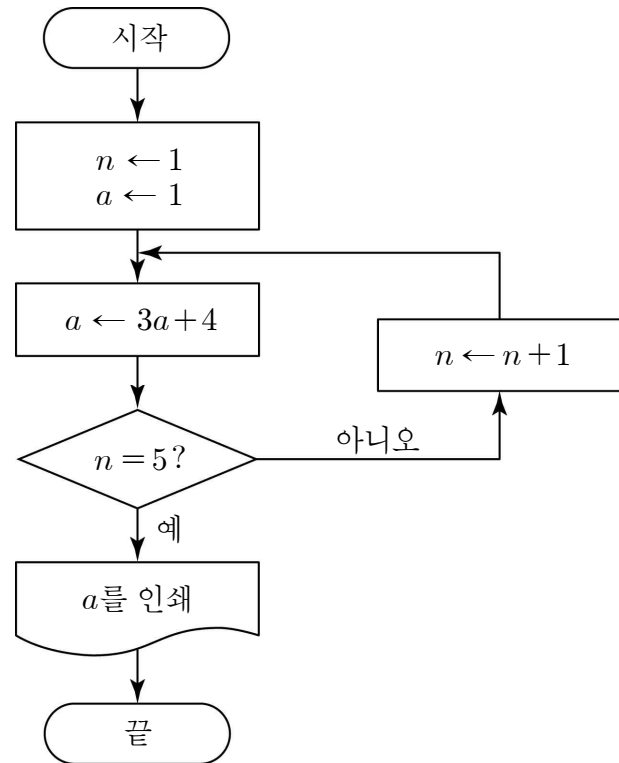
23. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & -k \\ k-4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

24. 지수방정식 $2^{2x+1} + 8 = 17 \times 2^x$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [3점]

26. 다음 순서도에서 인쇄되는 a 의 값을 구하시오. [4점]



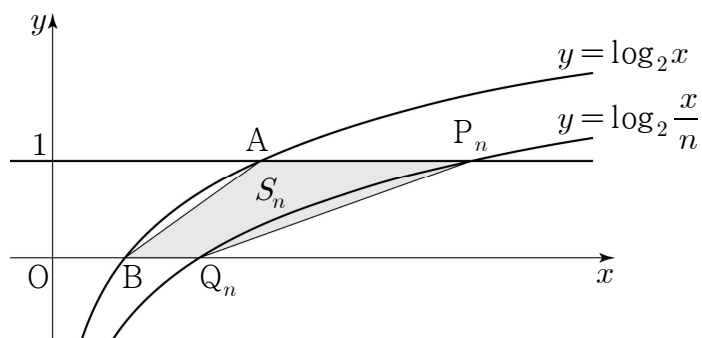
25. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_8 a_{10} = 100$, $a_9 + a_{11} = 30$ 을 만족시킬 때, $\sum_{k=5}^{10} a_{2k-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. $1 \leq x \leq 8$ 인 x 에 대하여 양수 N 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\log N = \log_2 x$
 (나) $\log N$ 의 가수와 $\log \frac{1}{N}$ 의 가수가 같다.

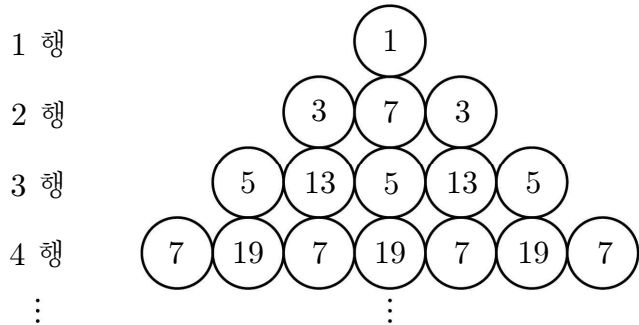
N 의 모든 값의 곱이 $10^{\frac{n}{m}}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오.
 (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 그림과 같이 1보다 큰 자연수 n 에 대하여 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \log_2 \frac{x}{n}$ 가 직선 $y=1$ 과 만나는 두 점을 각각 A, P_n 이라 하고, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, Q_n 이라 하자. 사각형 ABQ_nP_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $2 \sum_{n=2}^{10} S_n$ 의 값을 구하시오. [4점]



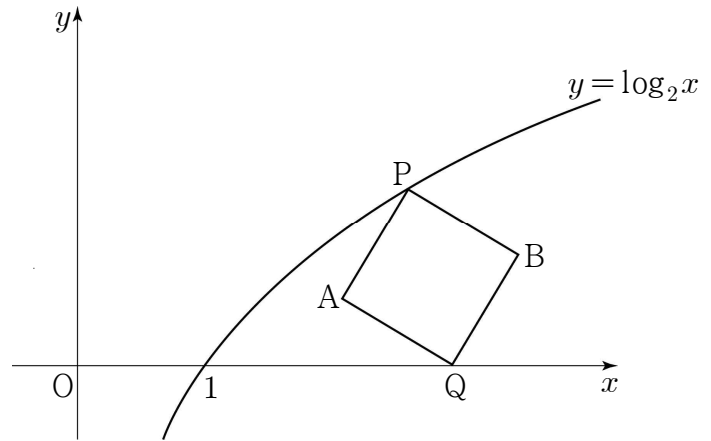
29. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 1행에는 1개, 2행에는 3개, ..., n 행에는 $(2n-1)$ 개의 크기가 같은 원을 나열하고 그 안에 다음 규칙에 따라 숫자를 써 넣는다.

- (가) 1행의 원 안에는 1을 써 넣는다.
 (나) $n \geq 2$ 일 때, n 행의 홀수 번째 놓인 원 안에는 $(2n-1)$ 을 써 넣는다. n 행의 짝수 번째 놓인 원 안에는 $(n-1)$ 행과 n 행에 놓인 원 중에서, n 행의 짝수 번째 놓인 원과 접하는 세 원 안에 쓰인 수의 합을 써 넣는다.



1행부터 10행까지 나열된 원 안에 써 넣은 모든 수의 합을 S 라 할 때, $\frac{S}{10}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 좌표평면 위의 한 점 $A\left(2, \frac{1}{2}\right)$ 과 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 한 점 $P(p, \log_2 p)$ 에 대하여 선분 AP 를 한 변으로 하는 정사각형 $AQBP$ 가 있다. 점 Q 의 좌표가 $(q, 0)$ 일 때, 2^{p+q} 의 값을 구하시오. (단, $p > 2$) [4점]



※ 확인사항
 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.