

2014학년도 9월 고2 전국연합학력평가 정답 및 해설

수학 영역

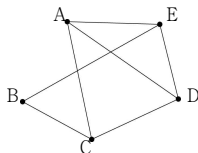
A형 정답

1	①	2	②	3	③	4	④	5	⑤
6	⑥	7	⑦	8	⑧	9	⑨	10	⑩
11	⑪	12	⑫	13	⑬	14	⑭	15	⑮
16	⑯	17	⑰	18	⑱	19	⑲	20	⑳
21	㉑	22	㉒	23	㉓	24	㉔	25	㉕
26	360	27	12	28	10	29	32	30	31

수학 영역

A형 해설

1. [출제의도] 지수법칙 이해하기
 $2^{\frac{2}{3}} \times (2^3)^{\frac{1}{9}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} = 2$
2. [출제의도] 행렬이 서로 같은 조건 이해하기
 $A = B$ 이므로 $a-1=5, b+2=6$
 따라서 $a=6, b=4$
 그러므로 $a+b=10$
3. [출제의도] 로그의 성질 이해하기
 $\frac{1}{2} \log_3 6^2 - \log_3 2 = \log_3 \frac{6}{2} = \log_3 3 = 1$
4. [출제의도] 지수방정식의 해 구하기
 $\left(\frac{9}{4}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{1+x}$ 에서 $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-1}$
 그러므로 $2x = -x-1$ 에서 $x = -\frac{1}{3}$
5. [출제의도] 역행렬 계산하기
 $(A-E)B = E$ 이므로
 $B = (A-E)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$
 그러므로 $a+b+c+d = -2$
6. [출제의도] 로그부등식의 해 구하기
 진수 조건에 의하여 $x-3 > 0, x+1 > 0$ 이므로
 $x > 3$ ㉑
 주어진 로그부등식에서 $(x-3)(x+1) \leq 32$ 이므로
 $-5 \leq x \leq 7$ ㉒
 ㉑, ㉒에서 $3 < x \leq 7$
 그러므로 주어진 로그부등식의 정수해 x 의 개수는 4
7. [출제의도] 그래프와 행렬의 관계 이해하기
 주어진 행렬이 나타내는 그래프는 그림과 같다.



따라서 해당하는 경로는 ACD, AED
 그러므로 경로의 수는 2

8. [출제의도] 로그함수의 성질 이해하기

$y = \log_{\frac{1}{3}}((x+1)^2 + 9)$
 밑이 1보다 작은 양수이므로
 $x = -1$ 일 때 최댓값 $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$

9. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

나머지 정리에 의하여
 $(\log_2 a)^2 + 2 \log_2 a + 3 = (\log_2 2a)^2 + 2 \log_2 2a + 3$
 $\log_2 a = t$ 라고 하면
 $t^2 + 2t + 3 = (t+1)^2 + 2(t+1) + 3$ 이므로
 $t = \log_2 a = -\frac{3}{2}$

그러므로 $a = 2^{-\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

(다른풀이)

$f(x) = x^2 + 2x + 3$ 이라 하자. 나머지 정리에 의하여
 $f(\log_2 a) = f(\log_2 2a)$ 이고, $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이 직선 $x = -1$ 이므로

$$\frac{\log_2 a + \log_2 2a}{2} = -1$$

$$\text{따라서 } \log_2 a = -\frac{3}{2}$$

$$\text{그러므로 } a = 2^{-\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

10. [출제의도] 지수의 성질을 이용하여 실수의 대소 관계 추론하기

$A = 2\sqrt{3}, B = \sqrt[3]{81} = 3^{\frac{4}{3}}, C = \sqrt[4]{256} = 2^2$
 이므로 $A < C$
 $B^3 = 81, C^3 = 64$ 이므로 $C < B$
 그러므로 $A < C < B$

11. [출제의도] 지수방정식의 해 구하기

$a = 2$ 이므로 주어진 방정식은
 $2^x - \sqrt{2} \times \frac{1}{2^x} + 1 - \sqrt{2} = 0$
 $(2^x + 1)(2^x - \sqrt{2}) = 0$
 $2^x > 0$ 이므로 $2^x = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$
 그러므로 $x = \frac{1}{2}$

12. [출제의도] 행렬의 정의를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & a^3 \\ a^3 & 2a^2 \end{pmatrix}$
 행렬 M 의 모든 성분의 곱이 2^8 이므로 $2^2 a^9 = 2^8$
 그러므로 $a = 2^{\frac{2}{3}}$

13. [출제의도] 행렬의 성질을 이용하여 역행렬을 구하는 과정 추론하기

㉑에서 $A^{-1} = \boxed{2} \times A + B$ ㉒
 또한 $AA^{-1} = A^{-1}A$ 이므로 ㉒에서 $AB = BA$
 따라서 ㉒에서 $AB = \boxed{\frac{2}{3}} \times A + \frac{1}{3}E$ 이고,
 ㉑에서 $AB = E - 2A^2$ 이므로
 $E - 2A^2 = \boxed{\frac{2}{3}} \times A + \frac{1}{3}E$
 그러므로 $A^{-1} = \boxed{3} \times A + E$ 이다.

따라서 $p = 2, q = \frac{2}{3}, r = 3$

그러므로 $pqr = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = 4$

14. [출제의도] 로그를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{4.86(1010-900)^{0.5}}{4.86(1010-960)^{0.5}} = \left(\frac{110}{50}\right)^{0.5} = \sqrt{2.2}$$

$$\log \frac{V_A}{V_B} = \log \sqrt{2.2} = \frac{1}{2}(\log 1.1 + \log 2)$$

$$= 0.1712 = \log 1.483$$

그러므로 $\frac{V_A}{V_B} = 1.483$

15. [출제의도] 행렬의 성질 추론하기

$A \in S$ 를 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}$ 라 하자.

$$\neg. A^{-1} = \frac{1}{a^2 + bc} \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} = \frac{1}{a^2 + bc} A \quad (\text{참})$$

$$\neg. (\text{반례}) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{거짓})$$

㉔. \neg 으로부터 어떤 두 실수 l, m 에 대하여
 $A^2 = lE, B^2 = mE$

(좌변) $AB^2A = A(mE)A = mA^2 = mlE$
 (우변) $BA^2B = B(lE)B = lB^2 = mlE$ (참)

16. [출제의도] 지수함수의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

행렬 $\begin{pmatrix} 2^x & a+4 \\ -1 & 2^x-4 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하므로

$$(2^x)^2 - 4 \times 2^x + a + 4 \neq 0$$

$x < 2$ 이므로 $2^x = t$ 라 하면 $0 < t < 4$ 이고
 $f(t) = t^2 - 4t + a + 4 = (t-2)^2 + a$ 라 할 때,
 $f(t) \neq 0$ 이므로 $f(0) \leq 0$ 또는 $f(2) > 0$
 그러므로 $a \leq -4$ 또는 $a > 0$

17. [출제의도] 행렬의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

연립방정식 $\begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & -\frac{b}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2^x \\ 3^y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 에서

$2^x \neq 0, 3^y \neq 0$ 이므로 이 연립방정식이 해를 갖기

위해서는 행렬 $\begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & -\frac{b}{3} \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지

않아야 한다. 따라서 $b(a+1) = 3$

이때 $\frac{3^y}{2^x} = a+1 > 0$ 이므로 정수 a, b 의 순서쌍

(a, b) 는 $(0, 3), (2, 1)$

그러므로 ab 의 최댓값은 2

18. [출제의도] 지수함수 이해하기

점 C 의 x 좌표를 $a(a > 0)$ 라 하면 $C(a, 2^a)$

$$\overline{CD} = \overline{BD} = a \text{이므로 } (\triangle BDC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} a^2 = 8$$

따라서 $a = 4$, 점 C 의 y 좌표는 16, $p = 20$

그러므로 $(\triangle OAC \text{의 넓이}) = 160$

19. [출제의도] 역행렬을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

행렬 $\begin{pmatrix} 3 & y \\ 4 & x-1 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않으므로

$$3x - 4y - 3 = 0$$

따라서 점 $P(x, y)$ 가 나타내는 도형은 그림과 같이 선분 QR 이다.

