

제 2 교시

수학 영역 (A형)

5 지 선 다 형

1. $2^{\frac{2}{3}} \times 8^{\frac{1}{9}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a-1 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & b+2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A=B$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

3. $\log_9 36 - \log_3 2$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

4. 지수방정식 $\left(\frac{9}{4}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{1+x}$ 의 해는? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 $(A-E)B = E$ 가 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 로그부등식 $\log_2(x-3) + \log_2(x+1) \leq 5$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 5개의 꼭짓점 A, B, C, D, E로 이루어진 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타낸 행렬이 다음과 같다.

$$\begin{matrix} & A & B & C & D & E \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

이 그래프의 꼭짓점 A에서 출발하여 다른 한 꼭짓점을 지나 꼭짓점 D로 가는 경로의 수는? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

8. 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 2x + 10)$ 의 최댓값은? [3점]

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

9. 다항식 $x^2 + 2x + 3$ 을 두 일차식 $x - \log_2 a$ 와 $x - \log_2 2a$ 로 각각 나눈 나머지가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ④ 1
- ⑤ $\sqrt{2}$

10. 세 수 $A = 2^{\sqrt{3}}$, $B = \sqrt[3]{81}$, $C = \sqrt[4]{256}$ 의 대소 관계로 옳은 것은? [3점]

- ① $A < B < C$
- ② $A < C < B$
- ③ $B < A < C$
- ④ $C < A < B$
- ⑤ $C < B < A$

[11~12] 지수함수 $f(x) = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)에 대하여 11번과 12번의 두 물음에 답하시오.

11. $a = 2$ 일 때 방정식 $f(x) - \sqrt{2}f(-x) + 1 - \sqrt{2} = 0$ 의 해는?
[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

12. 이차정사각행렬 M 의 (i, j) 성분 m_{ij} 가

$$m_{ij} = \begin{cases} f(i) + f(j) & (i = j) \\ f(i) \times f(j) & (i \neq j) \end{cases}$$

일 때 행렬 M 의 모든 성분의 곱이 2^8 이다. 이때 상수 a 의 값은?
[3점]

- ① $2^{\frac{1}{3}}$ ② $2^{\frac{2}{3}}$ ③ 2 ④ $2^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{5}{3}}$

13. 다음은 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

$$2A^2 + AB = E \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$AB + 2BA = 2A + E \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

이 성립할 때, 행렬 A 의 역행렬 A^{-1} 를 A 와 E 로 나타내는 과정이다. (단, E 는 단위행렬이다.)

㉠에서 $A^{-1} = \boxed{\text{(가)}} \times A + B \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$
 또한 $AA^{-1} = A^{-1}A$ 이므로 ㉢에서 $AB = BA$
 따라서 ㉡에서 $AB = \boxed{\text{(나)}} \times A + \frac{1}{3}E$ 이고,
 ㉠에서 $AB = E - 2A^2$ 이므로
 $E - 2A^2 = \boxed{\text{(나)}} \times A + \frac{1}{3}E$
 그러므로 $A^{-1} = \boxed{\text{(다)}} \times A + E$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, 세 수 p, q, r 의 곱 pqr 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

14. 어느 해상에서 태풍의 최대 풍속은 중심 기압에 따라 변한다. 태풍의 중심 기압이 P (hPa)일 때 최대 풍속 V (m/초)는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$V = 4.86(1010 - P)^{0.5}$$

이 해상에서 태풍의 중심 기압이 900(hPa)과 960(hPa)일 때, 최대 풍속이 각각 V_A (m/초), V_B (m/초)이었다. $\frac{V_A}{V_B}$ 의 값은?

(단, $\log 1.1 = 0.0414$, $\log 1.472 = 0.1679$, $\log 1.483 = 0.1712$, $\log 2 = 0.3010$ 으로 계산한다.) [4점]

- ① 1.301
- ② 1.414
- ③ 1.472
- ④ 1.483
- ⑤ 1.679

15. 집합 $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \mid a, b, c \text{는 양의 실수} \right\}$ 에 대하여 S 의 임의의 두 원소 A, B 에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

———— <보 기> ————

- ㄱ. $A^{-1} = kA$ (단, k 는 실수)
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. $AB^2A = BA^2B$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. $x < 2$ 인 임의의 실수 x 에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} 2^x & a+4 \\ -1 & 2^x-4 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하도록 하는 실수 a 의 값의 범위는? [4점]

- ① $-5 \leq a < -1$ ② $-4 \leq a < 0$
 ③ $-3 \leq a < 1$ ④ $a \leq -3$ 또는 $a > 1$
 ⑤ $a \leq -4$ 또는 $a > 0$

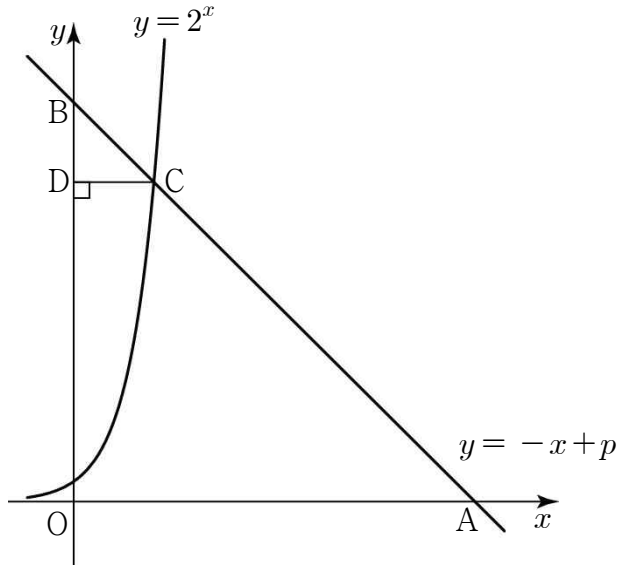
17. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} (a+1) \cdot 2^x - 3^y = 0 \\ 2^x - b \cdot 3^{y-1} = 0 \end{cases}$$

이 해를 갖도록 하는 정수 a, b 의 곱 ab 의 최댓값은? [4점]

- ① -4
- ② -2
- ③ 0
- ④ 2
- ⑤ 4

18. 그림과 같이 직선 $y = -x + p$ ($p > 1$)이 x 축, y 축, 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점을 각각 A, B, C 라 하고, 점 C에서 y 축에 내린 수선의 발을 D라 하자. 삼각형 BDC의 넓이가 8일 때, 삼각형 OAC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]

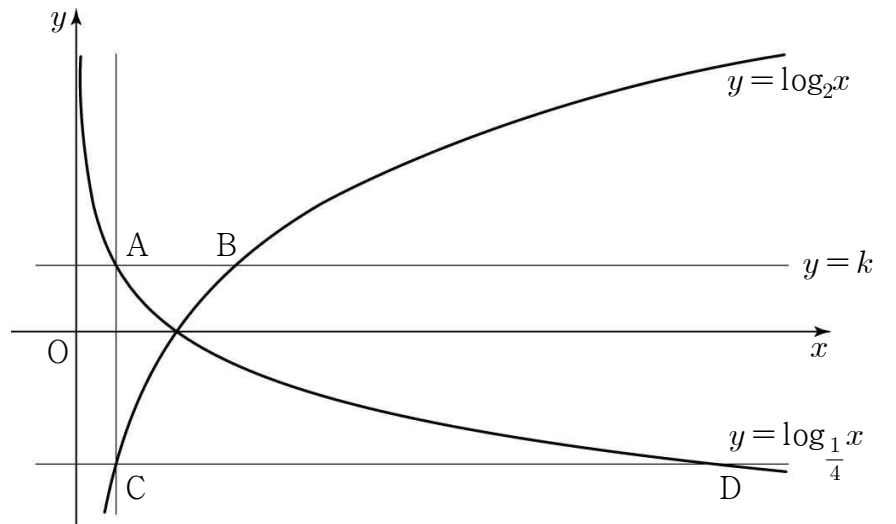


- ① 120
- ② 130
- ③ 140
- ④ 150
- ⑤ 160

19. 부등식 $(x-4)^2 + (y-1)^2 \leq 4$ 를 만족시키는 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 에 대하여 행렬 A 를 $A = \begin{pmatrix} 3 & y \\ 4 & x-1 \end{pmatrix}$ 이라 하자. 행렬 A 의 역행렬이 존재하지 않을 때, 점 $P(x, y)$ 가 나타내는 도형의 길이는? [4점]

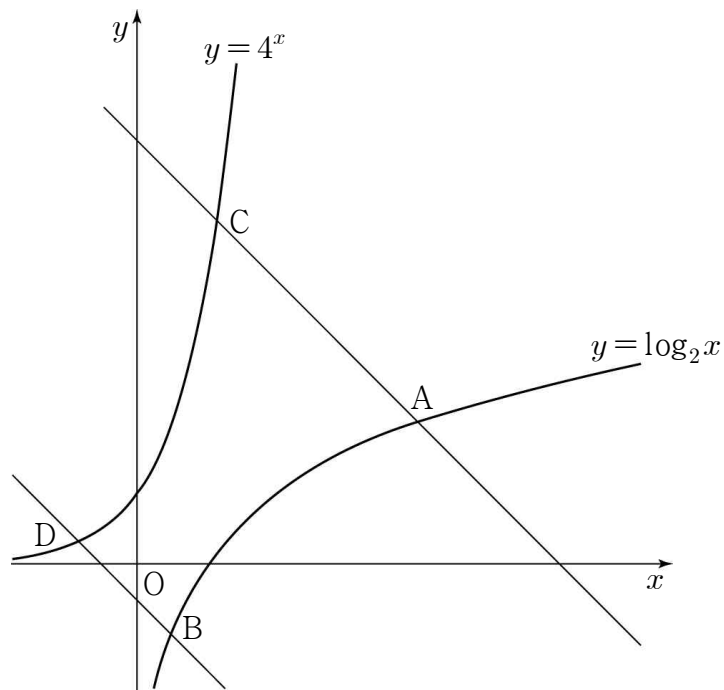
- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{6}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{15}$

20. 그림과 같이 직선 $y=k$ ($k > 0$)이 두 곡선 $y = \log_{\frac{1}{4}}x$, $y = \log_2x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_2x$ 와 만나는 점을 C라 하고, 점 C를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_{\frac{1}{4}}x$ 와 만나는 점을 D라 하자. $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{1}{5}$ 일 때, 실수 k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

21. 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 점 $A(4, 2)$ 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = 4^x$ 과 만나는 점을 $C(x_1, y_1)$ 이라 하고, 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 점 $B(\frac{1}{2}, -1)$ 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = 4^x$ 과 만나는 점을 $D(x_2, y_2)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $x_1 + x_2 > 0$

ㄴ. $y_1 y_2 > 1$

ㄷ. $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} > \frac{7}{6}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\log_a 3 \times \log_9 b = 10$ 일 때, $\log_a b$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0, a \neq 1, b > 0$) [3점]

23. 5개의 꼭짓점으로 이루어진 그래프 G 의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타낸 행렬이 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & p \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

그래프 G 에서 2개의 변이 연결된 꼭짓점의 개수를 q 라 할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $y = a + \frac{1}{2} \log_3(x-b)$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=4$ 이고 이 그래프가 점 $(13, 2)$ 를 지날 때, $5(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

25. 두 실수 x, y 에 대하여 두 행렬 A, B 를

$$A = \begin{pmatrix} -1 & x \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ y & -1 \end{pmatrix}$$

이라 하자. $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 일 때 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 공장에서 두 제품 A, B 를 생산하고 있다. 두 제품 A, B 의 7월의 생산량의 총합은 400개였다. 제품 A 의 8월의 생산량은 제품 A 의 7월의 생산량에 비하여 15% 증가하였고, 제품 B 의 8월의 생산량은 제품 B 의 7월의 생산량에 비하여 10% 감소하여 두 제품 A, B 의 8월의 생산량의 총합은 420개였다. 7월의 두 제품 A, B 의 생산량을 각각 x, y 라 하면 다음 등식이 성립한다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 40 \\ 46 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 40 \\ 42 \end{pmatrix}$$

이때 두 상수 a 와 b 에 대하여 $\frac{ab}{4}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 연립부등식

$$\begin{cases} 3^{5(1-x)} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-1} \\ (\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + 3 < 0 \end{cases}$$

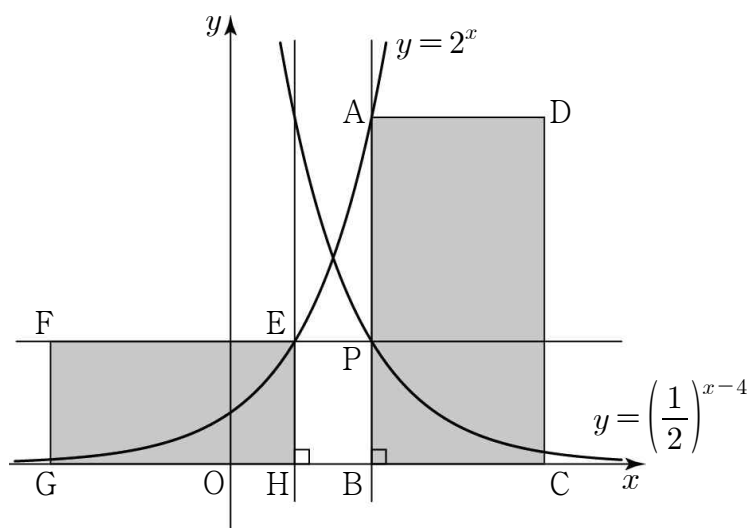
을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

28. 두 지수함수 $f(x)=4^x$, $g(x)=3 \cdot 2^{x+1}-k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $ab < 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 의 제1사분면 위의 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B라 하고, 직선 AB와 곡선 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}$ 의 교점을 P라 하자. 점 P를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 E, 점 E에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하자. x 축 위의 두 점 C와 G를

$$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 1, \overline{EH} : \overline{HG} = 1 : 2$$

가 되도록 잡아 직사각형 ABCD와 직사각형 EFGH를 각각 그린다. 이때 직사각형 ABCD의 넓이와 직사각형 EFGH의 넓이의 합의 최솟값을 구하시오. [4점]



30. 양수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표와 가수를 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, 다음 두 조건을 모두 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(2x) = f(y) = 0$
- (나) $g(2x+y) < g(2x) + g(y)$

※ 확인 사항
 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.