

제 2 교시

수학 영역 (B형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{81} \times \sqrt{\sqrt{16}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^2 + AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x+2} - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

4. 두 사건 A, B 는 서로 독립이고,

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

5. $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 인 θ 에 대하여 $(1 + \tan\theta)\tan 2\theta = 3$ 일 때,
 $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

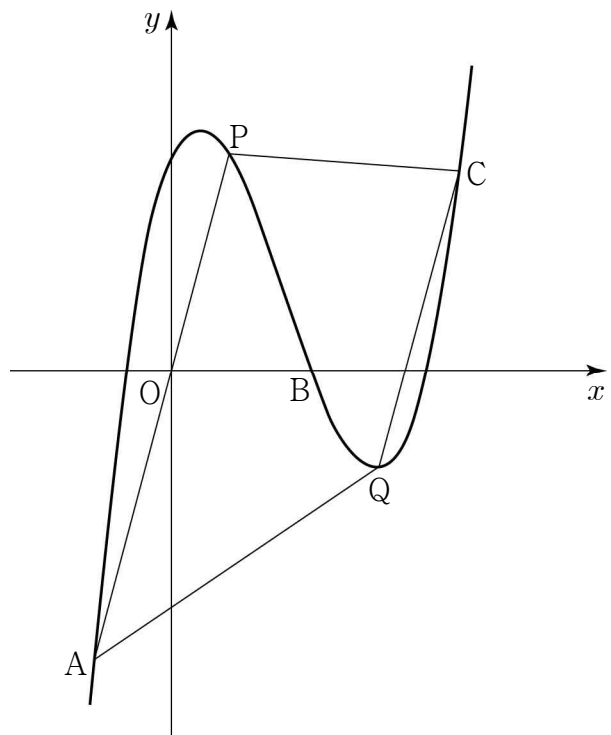
- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

6. 수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4a_n + 3}{2 - a_n} = 2$ 일 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

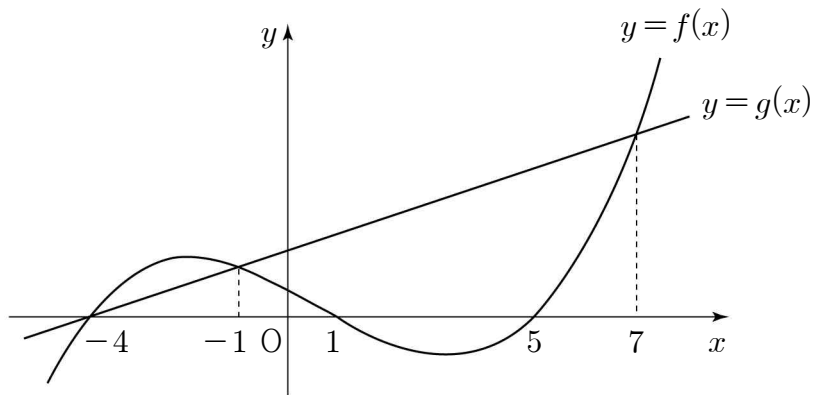
7. 곡선 $y = x^3 - 5x^2 + 4x + 4$ 위에 세 점 $A(-1, -6)$,
 $B(2, 0)$, $C(4, 4)$ 가 있다. 곡선 위에서 두 점 A, B 사이를
움직이는 점 P 와 곡선 위에서 두 점 B, C 사이를 움직이는
점 Q 에 대하여 사각형 $AQCP$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는
두 점 P, Q 의 x 좌표의 곱은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



8. 그림과 같이 다항함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 x 좌표가 $-4, -1, 7$ 인 세 점에서만 만난다.

부등식 $\frac{f(x)}{f(x)-g(x)} \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. $x > 0$ 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$

(나) $f(x)+xf'(x)=x\cos x$

$f(\pi)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{\pi}$ ② $-\frac{1}{\pi}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{\pi}$ ⑤ $\frac{2}{\pi}$

10. 한 개의 주사위를 3번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 x, y, z 라 하자. 방정식 $x+y+z=6$ 을 만족시키는 해의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [3점]

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

11. 이차정사각행렬 X, Y 에 대하여 $*$ 를

$$X * Y = (X - Y)(X + Y)$$

라 정의하자. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [3점]

———— <보 기> ————

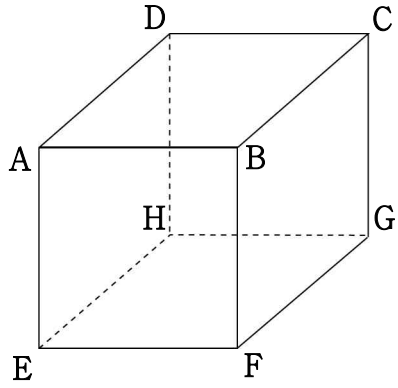
- ㄱ. $A * O = O$ 이면 $A = O$ 이다.
 ㄴ. $A * B = A * (-B)$ 이면 $(AB)^2 = A^2B^2$ 이다.
 ㄷ. $A * E = A$ 이면 $A + E$ 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin x + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

[13~14] 한 변의 길이가 3인 정육면체 ABCD-EFGH가 있다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 선분 AG를 1:2로 내분하는 점을 I라 할 때, 선분 FI의 길이는? [3점]

- ① 3 ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{15}$
- ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{21}$

14. 정육면체의 꼭짓점 중에서 임의의 서로 다른 두 점을 연결한 선분의 길이가 무리수일 때, 그 선분의 길이가 $3\sqrt{3}$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 12$ 이고,

$$\frac{a_{n+1}}{n} = \frac{2a_n}{n+1} + \frac{2^{n+1}}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$(n+1)a_{n+1} = 2na_n + n \cdot 2^{n+1}$$

이다. $b_n = \frac{n}{2^n} a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이고 $b_1 = \boxed{\text{(나)}}$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{2^n}{n} \times \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) + g(p)$ 의 값은? [4점]

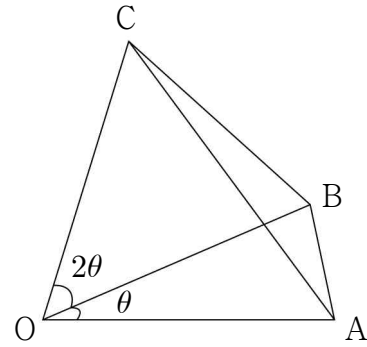
- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

16. 그림과 같이 평면 위에 있는 사각형 OABC가

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}, \quad \angle AOB = \frac{1}{2} \angle BOC = \theta, \quad \cos \theta = \frac{9}{10}$$

를 만족시킨다. $\angle BAC = \alpha$, $\angle BCA = \beta$ 라 할 때,

$\sin^2(\alpha - \beta)$ 의 값은? [4점]

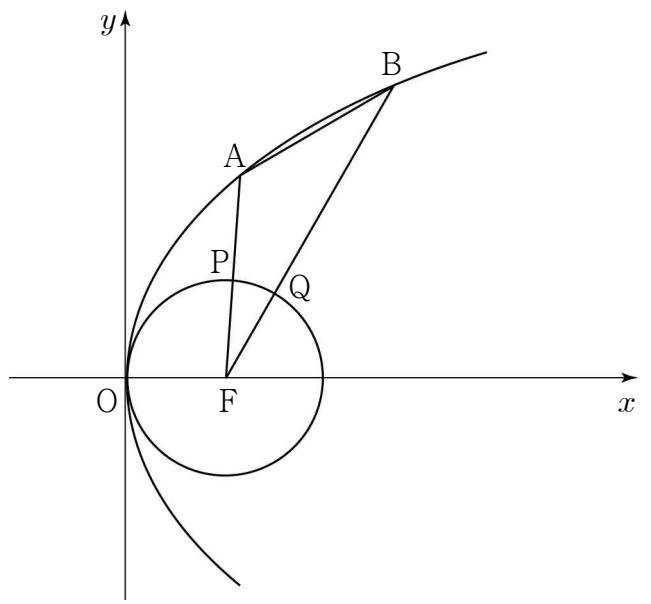


- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$
 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

17. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 두 행렬 $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 각각의 일차변환 f , g 의 합성변환 $h = f \circ g$ 에 의하여 점 $A(2, 0)$ 이 점 $B(-2, 4)$ 로 옮겨진다. 일차변환 h 에 의하여 점 B 가 옮겨지는 점이 $P(a, b)$ 일 때, ab 의 값은?
[4점]

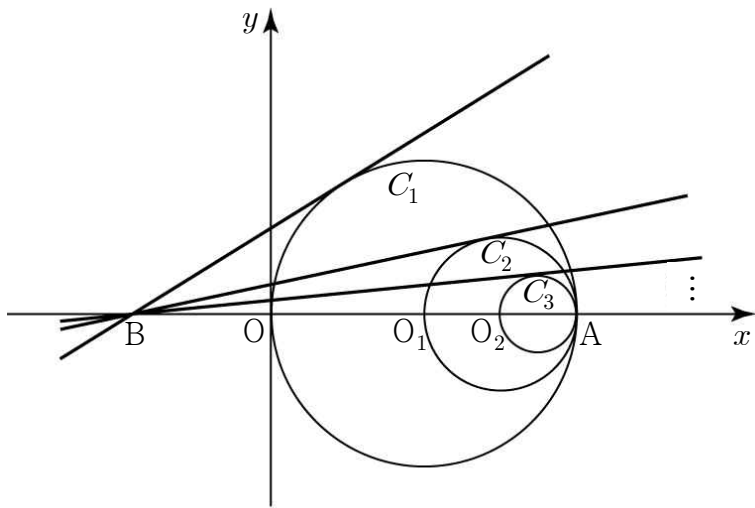
- ① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

18. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4px$ 의 초점 F 를 중심으로 하고 원점을 지나는 원 C 가 있다. 포물선 위의 점 A 와 점 B 에 대하여 선분 FA 와 선분 FB 가 원 C 와 만나는 점을 각각 P , Q 라 할 때, 점 P 는 선분 FA 의 중점이고, 점 Q 는 선분 FB 를 2:5로 내분하는 점이다. 삼각형 AFB 의 넓이가 24일 때, p 의 값은? (단, 점 A 와 점 B 는 제1사분면 위에 있다.) [4점]



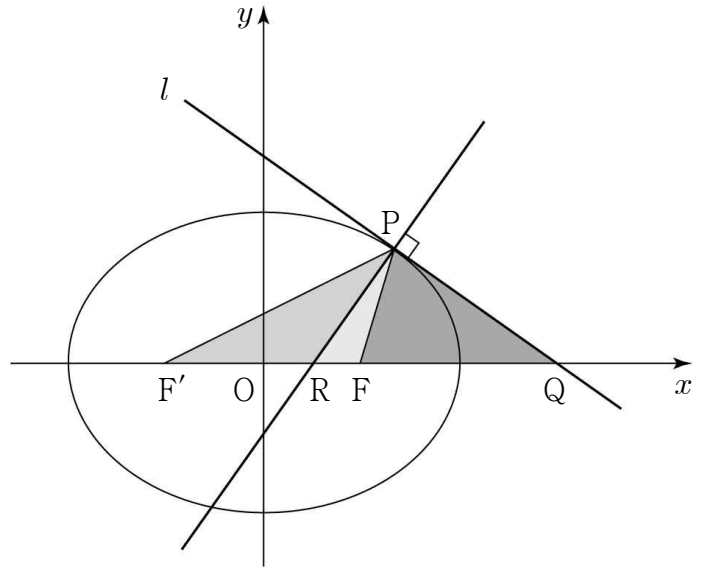
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 그림과 같이 좌표평면에 원 $C_1 : (x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 점 $A(2, 0)$ 이 있다. 원 C_1 의 중심을 O_1 이라 하고, 선분 O_1A 를 지름으로 하는 원을 C_2 라 하자. 원 C_2 의 중심을 O_2 라 하고, 선분 O_2A 를 지름으로 하는 원을 C_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 원을 C_n 이라 하자. 점 $B(-1, 0)$ 에서 원 C_n 에 그은 접선의 기울기를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n a_n$ 의 값은? (단, $a_n > 0$ 이다.) [4점]



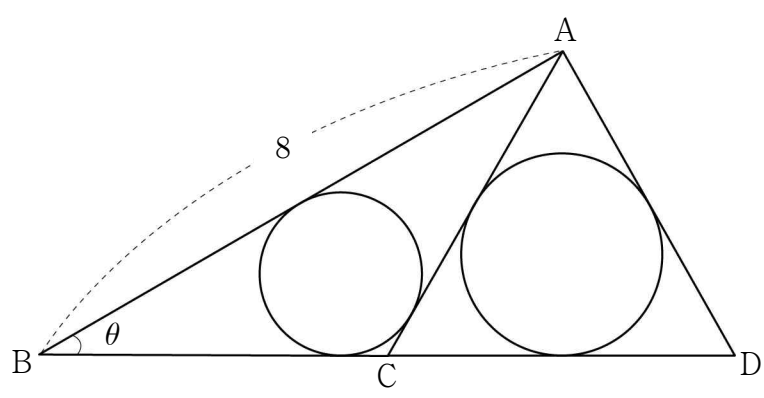
- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{5}{6}$
- ⑤ 1

20. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 타원 $3x^2 + 4y^2 = 12$ 위를 움직이는 제1사분면 위의 점 P 에서의 접선 l 이 x 축과 만나는 점을 Q , 점 P 에서 접선 l 과 수직인 직선을 그어 x 축과 만나는 점을 R 라 하자. 세 삼각형 $PRF, PF'R, PFQ$ 의 넓이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 점 P 의 x 좌표는? [4점]



- ① $\frac{13}{12}$
- ② $\frac{7}{6}$
- ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{4}{3}$
- ⑤ $\frac{17}{12}$

21. $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle ABC = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 선분 BC의 연장선 위에 $\overline{AC}=\overline{AD}$ 인 점 D를 잡는다. 삼각형 ABC에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_1 , 삼각형 ACD에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{r_1 r_2}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 5$ 이고 $a_6 + a_7 = 24$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면에서 두 점 $(1, 0)$, $(1, 1)$ 을 각각 두 점 $(1, 3)$, $(3, 8)$ 로 옮기는 일차변환을 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

24. 무리방정식 $x^2+8x+4+\sqrt{x^2+8x+8}=2$ 의 모든 실근의 곱을 구하시오. [3점]

25. 화학 퍼텐셜 이론에 의하면 절대온도 T (K)에서 이상 기체의 압력을 P_1 (기압)에서 P_2 (기압)으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E (kJ/mol)이라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$E = RT \log_a \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{단, } a, R \text{는 } 1 \text{이 아닌 양의 상수이다.})$$

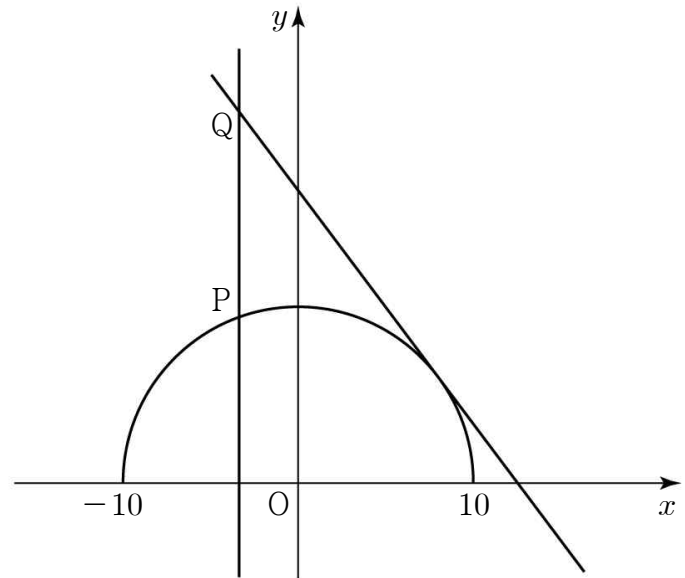
절대온도 300K에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 16기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E_1 ,

절대온도 240K에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 x 기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E_2 라 하자.

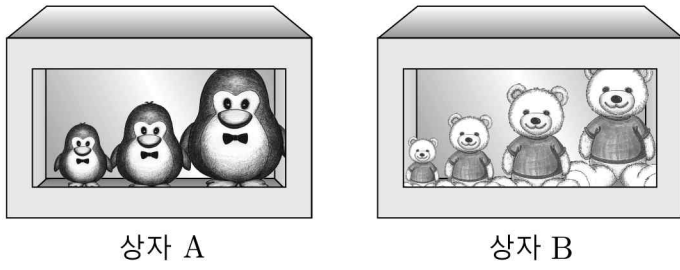
$E_1 = E_2$ 를 만족시키는 x 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $C : x^2+y^2=100$ ($y \geq 0$)과 곡선 C 의

접선 $y = -\sqrt{3}x+20$ 이 있다. 곡선 C 위의 점 P 에서 y 축에 평행한 직선을 그어 접선과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 P 가 점 $A(10, 0)$ 을 출발하여 곡선 위를 매초 5의 일정한 속력으로 점 $B(-10, 0)$ 까지 이동할 때, 시간(초)에 대한 선분 PQ 의 길이의 순간변화율의 최댓값을 구하시오. [4점]

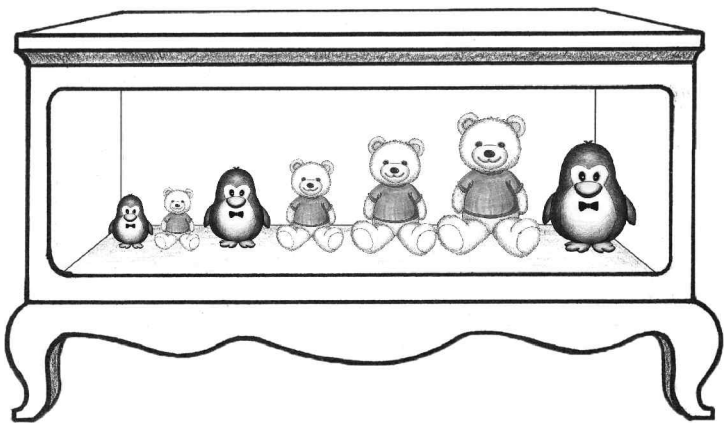


27. 그림과 같이 크기가 서로 다른 3개의 펭귄 인형과 4개의 곰 인형이 두 상자 A, B에 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 담겨져 있다.

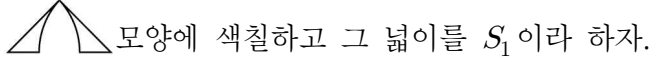


다음 조건을 만족시키도록 상자 A, B의 모든 인형을 일렬로 진열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

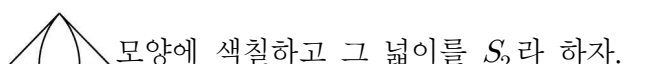
- (가) 같은 상자에 담겨있는 인형은 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 진열한다.
- (나) 상자 A의 왼쪽에서 두 번째 펭귄 인형은 상자 B의 왼쪽에서 두 번째 곰 인형보다 왼쪽에 진열한다.



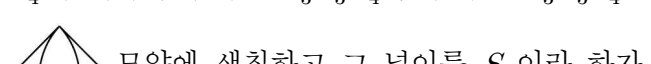
28. 그림과 같이 길이가 4인 선분 B_1C_1 을 빗변으로 하고 $\angle B_1A_1C_1 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 을 그린다. $\overline{B_1A_1} = \overline{B_1C_2}$ 이고 $\overline{C_1A_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 선분 B_1C_1 위의 두 점 C_2 와 B_2 에 대하여 부채꼴 $B_1A_1C_2$ 와 부채꼴 $C_1A_1B_2$ 를 그린 후 생긴



모양에 색칠하고 그 넓이를 S_1 이라 하자. 선분 B_2C_2 를 빗변으로 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부의 점 A_2 에 대하여 $\angle B_2A_2C_2 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그린다. $\overline{B_2A_2} = \overline{B_2C_3}$ 이고 $\overline{C_2A_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 선분 B_2C_2 위의 두 점 C_3 과 B_3 에 대하여 부채꼴 $B_2A_2C_3$ 과 부채꼴 $C_2A_2B_3$ 을 그린 후 생긴



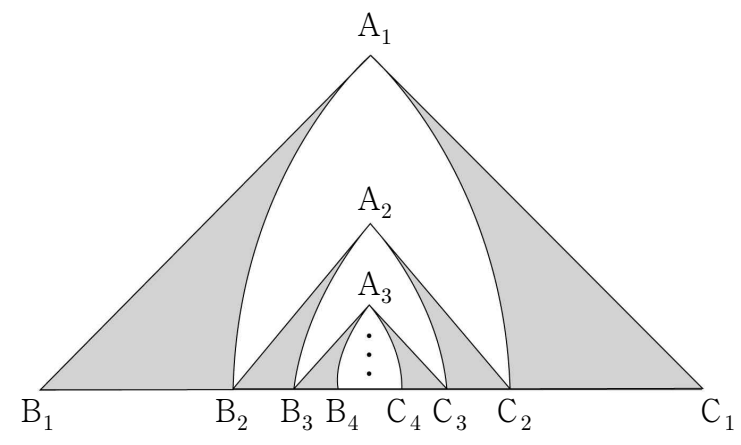
모양에 색칠하고 그 넓이를 S_2 라 하자. 선분 B_3C_3 을 빗변으로 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부의 점 A_3 에 대하여 $\angle B_3A_3C_3 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_3B_3C_3$ 을 그린다. $\overline{B_3A_3} = \overline{B_3C_4}$ 이고 $\overline{C_3A_3} = \overline{C_3B_4}$ 인 선분 B_3C_3 위의 두 점 C_4 와 B_4 에 대하여 부채꼴 $B_3A_3C_4$ 와 부채꼴 $C_3A_3B_4$ 를 그린 후 생긴



이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n 에 대하여

$$\frac{1}{4-\pi} \sum_{n=1}^{\infty} S_n = a + \sqrt{b} \quad (a, b \text{는 정수})$$

일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



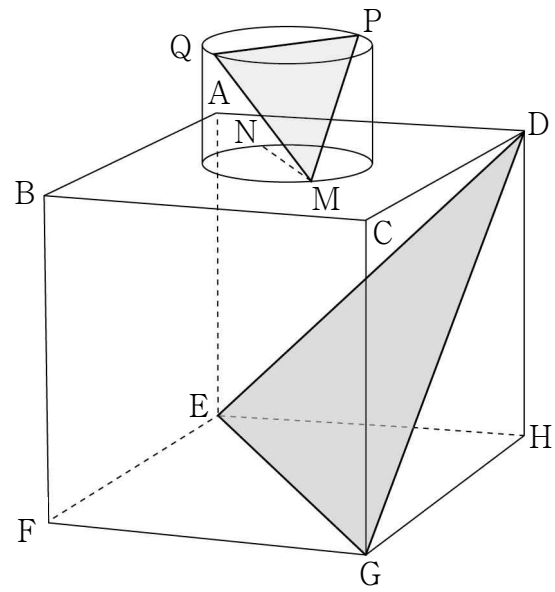
29. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-x) = f(x)$
- (나) $f(x+2) = f(x)$
- (다) $\int_{-1}^1 (x+2)^2 f(x) dx = 50, \int_{-1}^1 x^2 f(x) dx = 2$

$\int_{-3}^3 x^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 한 변의 길이가 4인 정육면체 $ABCD - EFGH$ 와 밑면의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이고 높이가 2인 원기둥이 있다. 그림과 같이 이 원기둥의 밑면이 평면 $ABCD$ 에 포함되고 사각형 $ABCD$ 의 두 대각선의 교점과 원기둥의 밑면의 중심이 일치하도록 하였다. 평면 $ABCD$ 에 포함되어 있는 원기둥의 밑면을 α , 다른 밑면을 β 라 하자.

평면 $AEGC$ 가 밑면 α 와 만나서 생기는 선분을 \overline{MN} , 평면 $BFHD$ 가 밑면 β 와 만나서 생기는 선분을 \overline{PQ} 라 할 때, 삼각형 MPQ 의 평면 DEG 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{b}{a}\sqrt{3}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



※ 확인 사항
 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.