

제 2 교시

수학 영역 (A형)

5지선 다형

1. $\sqrt{8} \times \sqrt[3]{4}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

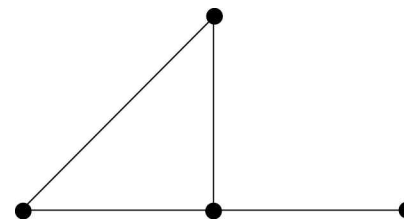
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여
 행렬 $AB - 2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -18 ② -16 ③ -14
- ④ -12 ⑤ -10

3. 두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - a}{x - 2} = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [2점]

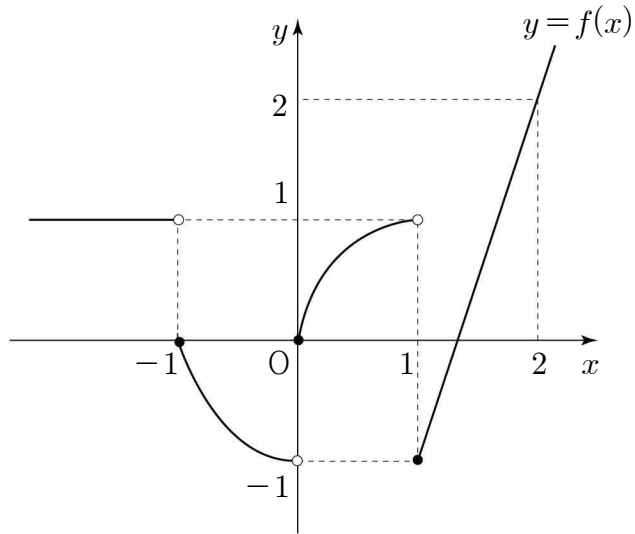
- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수를 p , 1의 개수를 q 라 할 때, $p - q$ 의 값은? [3점]



- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,

$$P(A) = \frac{3}{8}, P(B|A) = \frac{2}{3}$$

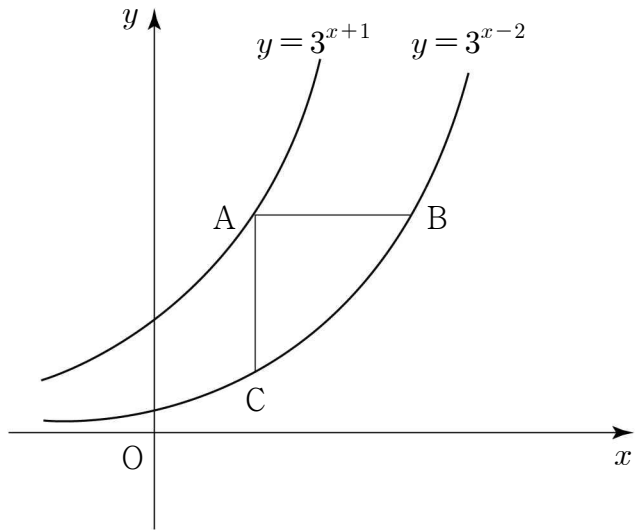
일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{17}{24}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{19}{24}$

7. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + a$ 의 최솟값이 -4 일 때, 최댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

8. 그림과 같이 함수 $y=3^{x+1}$ 의 그래프 위의 한 점 A 와
 함수 $y=3^{x-2}$ 의 그래프 위의 두 점 B, C 에 대하여
 선분 AB 는 x 축에 평행하고 선분 AC 는 y 축에 평행하다.
 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 가 될 때, 점 A 의 y 좌표는?
 (단, 점 A 는 제1사분면 위에 있다.) [3점]



- ① $\frac{81}{26}$ ② $\frac{44}{13}$ ③ $\frac{95}{26}$
- ④ $\frac{101}{26}$ ⑤ $\frac{54}{13}$

9. x, y 에 대한 연립일차방정식 $\begin{pmatrix} t+5 & 2 \\ t-1 & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$ 가
 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 t 의 값의
 합은? [3점]

- ① -7 ② -4 ③ -1 ④ 2 ⑤ 5

10. 곡선 $y=2x^3+ax+b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과 수직인
 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 a^2+b^2 의 값은?
 [3점]

- ① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

11. 이차정사각행렬 X, Y 에 대하여 $*$ 를

$$X * Y = (X - Y)(X + Y)$$

라 정의하자. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [3점]

- <보 기>
- ㄱ. $A * O = O$ 이면 $A = O$ 이다.
 - ㄴ. $A * B = A * (-B)$ 이면 $(AB)^2 = A^2B^2$ 이다.
 - ㄷ. $A * E = A$ 이면 $A + E$ 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 직선 $x = n$ 이 두 곡선

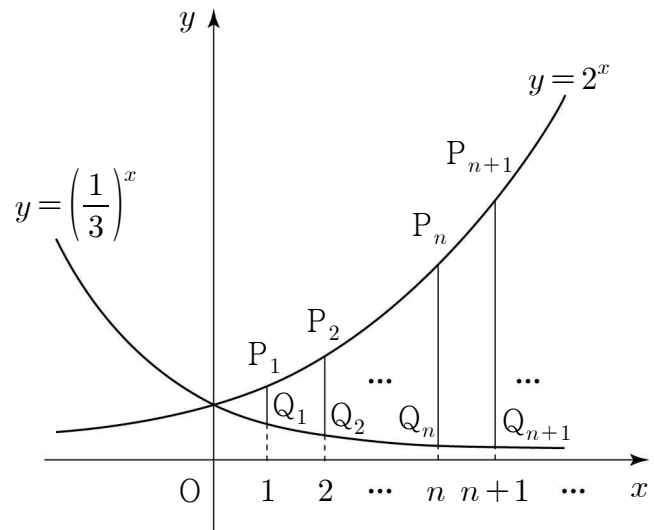
$$y = 2^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자.

사다리꼴 $P_n Q_n Q_{n+1} P_{n+1}$ 의 넓이를 A_n 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{2^{n-1}}$$

의 값은? [3점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

[13~14] 좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 동전을 1번 던질 때마다 다음 규칙에 따라 점 P를 이동시키는 시행을 한다.

- (가) 앞면이 나오면 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨다.
- (나) 뒷면이 나오면 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨다.

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 시행을 5번 한 후 점 P가 직선 $x-y=3$ 위에 있을 확률은?
[3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{5}{32}$ ③ $\frac{3}{16}$
- ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

14. 시행을 1번 한 후 점 P가 위치할 수 있는 점들을 x 좌표가 작은 것부터 차례로 P_1, P_2 라 하고, 시행을 2번 한 후 점 P가 위치할 수 있는 점들을 x 좌표가 작은 것부터 차례로 P_3, P_4, P_5 라 하자. 예를 들어, 점 P_5 의 좌표는 $(2, 0)$ 이고 점 P_6 의 좌표는 $(0, 3)$ 이다. 이와 같은 방법으로 정해진 점 P_{100} 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a-b$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 12$ 이고,

$$\frac{a_{n+1}}{n} = \frac{2a_n}{n+1} + \frac{2^{n+1}}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$(n+1)a_{n+1} = 2na_n + n \cdot 2^{n+1}$$

이다. $b_n = \frac{n}{2^n} a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이고 $b_1 = \boxed{\text{(나)}}$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{2^n}{n} \times \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고,
(나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) + g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

16. 이차함수 $f(x) = x^2 + 1$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{k}{n}\right) \frac{k^2 + 2nk}{n^3} \text{ 의 값은? [4점]}$$

- ① $\frac{26}{5}$ ② $\frac{31}{5}$ ③ $\frac{36}{5}$ ④ $\frac{41}{5}$ ⑤ $\frac{46}{5}$

17. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 $a^{\log_5 16}$ 이 2^n ($n = 1, 2, 3, \dots$)이 되도록 하는 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, k 번째 수를 a_k 라 하자. $\sum_{k=1}^{40} \log_5 a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 185 ② 190 ③ 195 ④ 200 ⑤ 205

18. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = k$$

를 만족시키고, 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 2) \\ 2-x & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 $x = 2$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

19. 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = \int_0^x (t-a)(t-b)dt$ 가
다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 에서 극값을 갖는다.
(나) $f(a) - f(b) = \frac{1}{6}$

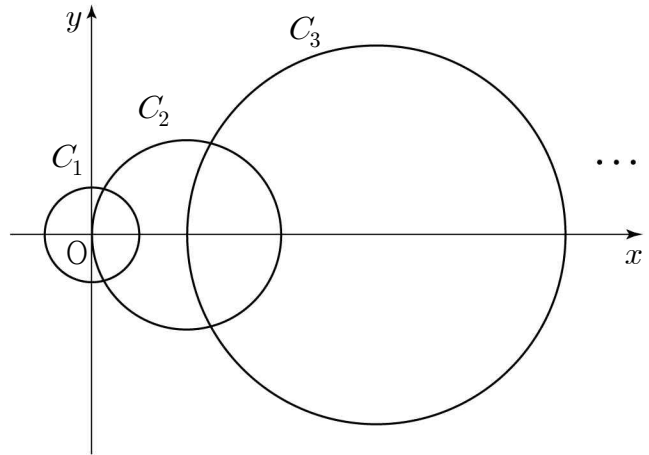
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 자연수 n 에 대하여 중심이 x 축 위에 있고 반지름의 길이가 r_n 인 원 C_n 을 다음과 같은 규칙으로 그린다.

(가) 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C_1 을 그린다.
(나) 원 C_{n-1} 의 중심을 x 축의 방향으로 $2r_{n-1}$ 만큼 평행이동시킨 점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $2r_{n-1}$ 인 원 C_n 을 그린다. ($n = 2, 3, 4, \dots$)

- 원 C_n 의 중심을 $(a_n, 0)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{r_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



21. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0) < f(2)$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(2+x) = f(2-x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $f(|x|) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 7) = 2014$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다항식 $(x+2)^6$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = x^3 - x + 7$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 과 공차가 3인 등차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$b_n - a_n = 2n$$

이 성립한다. $a_{10} = 11$ 일 때, b_5 의 값을 구하시오. [3점]

26. 화학 퍼텐셜 이론에 의하면 절대온도 T (K)에서 이상 기체의 압력을 P_1 (기압)에서 P_2 (기압)으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E (kJ/mol)이라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$E = RT \log_a \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{단, } a, R \text{는 } 1 \text{이 아닌 양의 상수이다.})$$

절대온도 300K에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 16기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E_1 ,

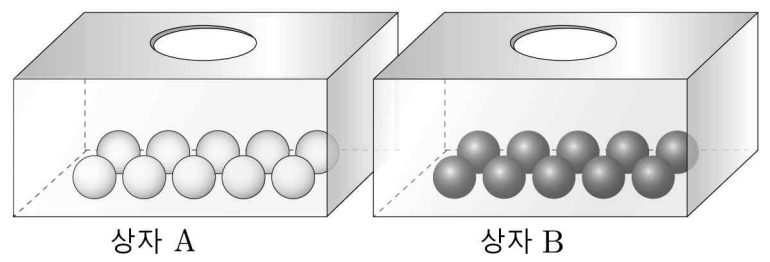
절대온도 240K에서 이상 기체의 압력을 1기압에서 x 기압으로 변화시켰을 때의 이상 기체의 화학 퍼텐셜 변화량을 E_2 라 하자.

$E_1 = E_2$ 를 만족시키는 x 의 값을 구하시오. [4점]

27. $10 < x < 100$ 인 x 에 대하여 $\log \sqrt{x}$ 의 가수가 $\log \frac{1}{x}$ 의 가수의 5 배이다. $\log x = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 상자 A에는 흰 공 10개, 상자 B에는 검은 공 10개가 들어 있다. 다음과 같이 [실행 1]부터 [실행 3]까지 할 때, 상자 B의 흰 공의 개수가 홀수일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

[실행 1] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.
 [실행 2] 상자 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 A에 넣는다.
 [실행 3] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.




29. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

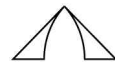
- (가) $f(-x) = f(x)$
- (나) $f(x+2) = f(x)$
- (다) $\int_{-1}^1 (2x+3)f(x) dx = 15$

$\int_{-6}^{10} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]


30. 그림과 같이 길이가 4인 선분 B_1C_1 을 빗변으로 하고 $\angle B_1A_1C_1 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 을 그린다. $\overline{B_1A_1} = \overline{B_1C_2}$ 이고 $\overline{C_1A_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 선분 B_1C_1 위의 두 점 C_2 와 B_2 에 대하여 부채꼴 $B_1A_1C_2$ 와 부채꼴 $C_1A_1B_2$ 를 그린 후 생긴

 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_1 이라 하자.

선분 B_2C_2 를 빗변으로 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부의 점 A_2 에 대하여 $\angle B_2A_2C_2 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그린다. $\overline{B_2A_2} = \overline{B_2C_3}$ 이고 $\overline{C_2A_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 선분 B_2C_2 위의 두 점 C_3 과 B_3 에 대하여 부채꼴 $B_2A_2C_3$ 과 부채꼴 $C_2A_2B_3$ 을 그린 후 생긴

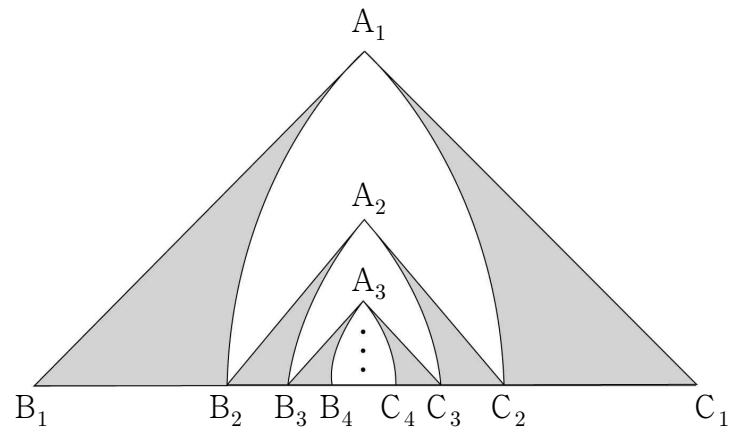
 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_2 라 하자.

선분 B_3C_3 을 빗변으로 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부의 점 A_3 에 대하여 $\angle B_3A_3C_3 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_3B_3C_3$ 을 그린다. $\overline{B_3A_3} = \overline{B_3C_4}$ 이고 $\overline{C_3A_3} = \overline{C_3B_4}$ 인 선분 B_3C_3 위의 두 점 C_4 와 B_4 에 대하여 부채꼴 $B_3A_3C_4$ 와 부채꼴 $C_3A_3B_4$ 를 그린 후 생긴

 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n 에 대하여

$\frac{1}{4-\pi} \sum_{n=1}^{\infty} S_n = a + \sqrt{b}$ (a, b 는 정수)일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항
 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.