

제 2 교시

# 수학 영역(B형)

5지선다형

1.  $\log_3 4 + \log_3 \frac{3}{4}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A+E$ 의 모든 성분의 합이 9일 때,  $a$ 의 값은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3.  $\sin \theta = \frac{2}{3}$ 일 때,  $\cos 2\theta$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{18}$       ②  $\frac{1}{9}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $\frac{2}{9}$       ⑤  $\frac{5}{18}$

4. 함수  $f(x) = e^{3x} + 10x$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 17      ② 16      ③ 15      ④ 14      ⑤ 13

# 2

## 수학 영역(B형)

5. 함수  $f(x) = \sqrt{5} \sin x + 2 \cos x + a$ 의 최댓값이 7일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6.  $\int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 실수  $a$ 에 대하여 이차정사각행렬  $A$ 가 다음을 만족시킨다.

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$x, y$ 에 대한 연립방정식  $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는  $a$ 의 값은? [3점]

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

8. 수열  $\{a_n\}$  은  $a_1 = 15$  이고,

$$\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) = 2n + 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다.  $a_{10}$  의 값은? [3점]

- ① 28      ② 30      ③ 32      ④ 34      ⑤ 36

9. 함수  $y = e^x$  의 그래프와  $x$  축,  $y$  축 및 직선  $x = 1$  로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선  $y = ax$  ( $0 < a < e$ ) 에 의하여 이등분될 때, 상수  $a$  의 값은? [3점]

- ①  $e - \frac{1}{3}$       ②  $e - \frac{1}{2}$       ③  $e - 1$   
 ④  $e - \frac{4}{3}$       ⑤  $e - \frac{3}{2}$

10. 세대당 종자의 평균 분산거리가  $D$  이고 세대당 종자의 증식률이  $R$  인 나무의 10 세대 동안 확산에 의한 이동거리를  $L$  이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L^2 = 100D^2 \times \log_3 R$$

세대당 종자의 평균 분산거리가 각각 20, 30 인 A 나무와 B 나무의 세대당 종자의 증식률을 각각  $R_A, R_B$  라 하고 10 세대 동안 확산에 의한 이동거리를 각각  $L_A, L_B$  라 하자.

$\frac{R_A}{R_B} = 27$  이고  $L_A = 400$  일 때,  $L_B$  의 값은?

(단, 거리의 단위는 m이다.) [3점]

- ① 200      ② 300      ③ 400      ④ 500      ⑤ 600

11. 두 일차변환  $f, g$ 를 나타내는 행렬을 각각  $\begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 이라 하자. 합성변환  $g^{-1} \circ f$ 에 의하여 점  $(1, 2)$ 가 점  $(5, 1)$ 로 옮겨질 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12. 쌍곡선  $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$  위의 점  $A(4, 1)$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을 B라 하자. 이 쌍곡선의 두 초점 중  $x$ 좌표가 양수인 점을 F라 할 때, 삼각형 FAB의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{5}{12}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{7}{12}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

13. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 - n \quad (n \geq 1)$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10} k a_{4k+1}$ 의 값은? [3점]

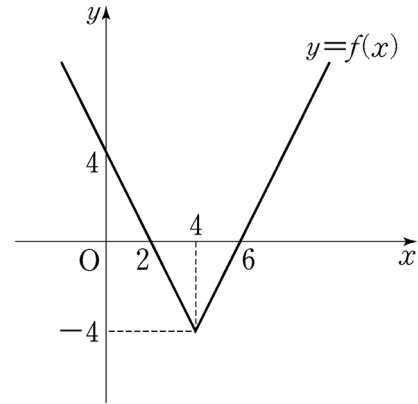
- ① 2960    ② 3000    ③ 3040    ④ 3080    ⑤ 3120

14. 함수  $f(x) = 2|x-4| - 4$ 에 대하여 부등식

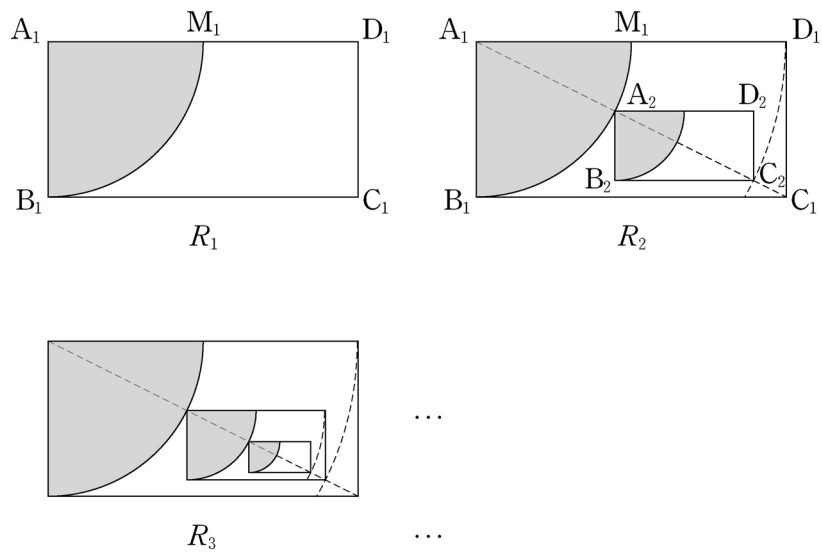
$$\frac{x-3}{f(x)} \geq 1$$

을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 18    ② 21    ③ 24    ④ 27    ⑤ 30



15. 그림과 같이  $\overline{A_1D_1}=2$ ,  $\overline{A_1B_1}=1$ 인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분  $A_1D_1$ 의 중점을  $M_1$ 이라 하자. 중심이  $A_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 을 그리고, 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 의 호  $B_1M_1$ 이 선분  $A_1C_1$ 과 만나는 점을  $A_2$ 라 하고, 중심이  $A_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{A_1D_1}$ 인 원이 선분  $A_1C_1$ 과 만나는 점을  $C_2$ 라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 2:1이고 가로가 선분  $A_1D_1$ 과 평행한 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{5}{16}\pi$       ②  $\frac{11}{32}\pi$       ③  $\frac{3}{8}\pi$
- ④  $\frac{13}{32}\pi$       ⑤  $\frac{7}{16}\pi$

16. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$A^2 = -A, \quad A^2 + B^2 = A + E$$

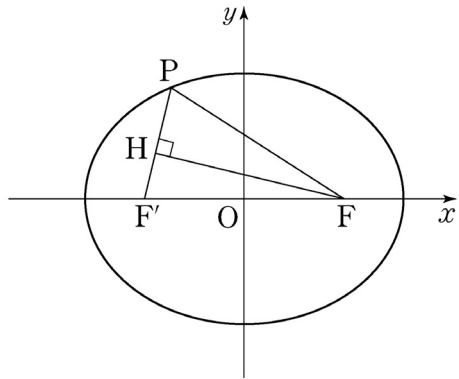
를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ.  $A^3 = A$
- ㄴ.  $AB^2 = B^2A$
- ㄷ.  $B$ 의 역행렬이 존재한다.

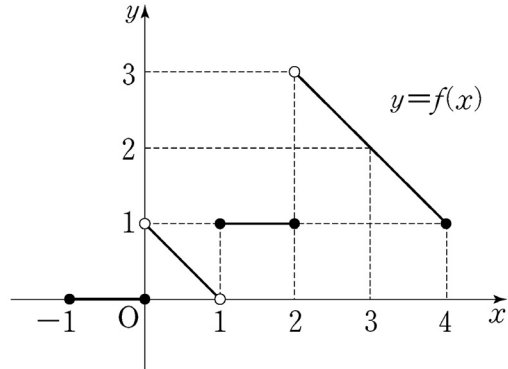
- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 그림과 같이 두 초점  $F, F'$ 이  $x$ 축 위에 있는 타원  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{a} = 1$  위의 점  $P$ 가  $\overline{FP} = 9$ 를 만족시킨다. 점  $F$ 에서 선분  $PF'$ 에 내린 수선의 발  $H$ 에 대하여  $\overline{FH} = 6\sqrt{2}$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]



- ① 29      ② 30      ③ 31      ④ 32      ⑤ 33

18. 닫힌 구간  $[-1, 4]$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) < \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$

ㄴ.  $\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{t}\right) = 1$

ㄷ. 함수  $f(f(x))$ 는  $x=3$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19.  $0 < a < 1 < b$ 인 두 실수  $a, b$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_a(bx-1), \quad g(x) = \log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축의 교점이 곡선  $y=g(x)$ 의 점근선 위에 있도록 하는  $a$ 와  $b$  사이의 관계식과  $a$ 의 범위를 옳게 나타낸 것은? [4점]

- ①  $b = -2a + 2$  ( $0 < a < \frac{1}{2}$ )  
 ②  $b = 2a$  ( $0 < a < \frac{1}{2}$ )  
 ③  $b = 2a$  ( $\frac{1}{2} < a < 1$ )  
 ④  $b = 2a + 1$  ( $0 < a < \frac{1}{2}$ )  
 ⑤  $b = 2a + 1$  ( $\frac{1}{2} < a < 1$ )

20. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수는? [4점]

(가)  $a+b+c=6$   
 (나) 좌표평면에서 세 점  $(1, a), (2, b), (3, c)$ 가 한 직선 위에 있지 않다.

- ① 19      ② 20      ③ 21      ④ 22      ⑤ 23



21. 양의 실수  $t$ 에 대하여 좌표평면에서  $x, y$ 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 \leq 1 \\ y \leq tx \end{cases}$$

가 나타내는 영역의 넓이를  $f(t)$ 라 하자. 다음은  $f'(2)$ 의 값을 구하는 과정이다.

원  $C: x^2 + (y-1)^2 = 1$ 의 중심을 A, 원 C와 직선  $l: y = tx$ 가 만나는 두 점을 각각 O, B라 하자. 직선  $l$ 이  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )라 하면  $\angle OAB = 2\theta$ 이다. 주어진 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하면

$g(\theta) = \theta - \boxed{\text{(가)}}$

이다.  $t = \tan\theta$ 이므로  $g(\theta) = f(t) = f(\tan\theta)$ 이고, 합성함수의 미분법에 의하여

$g'(\theta) = f'(t) \times \boxed{\text{(나)}}$

이다.

$t = 2$ 일 때,  $\tan\theta = 2$ 이므로  $f'(2) = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $h_1(\theta), h_2(\theta)$ 라 하고

(다)에 알맞은 수를  $a$ 라 할 때,  $a \times h_1\left(\frac{\pi}{4}\right) \times h_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

[4점]

- ①  $\frac{8}{25}$     ②  $\frac{2}{5}$     ③  $\frac{12}{25}$     ④  $\frac{14}{25}$     ⑤  $\frac{16}{25}$

단답형

22.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $\left(ax + \frac{1}{x}\right)^4$ 의 전개식에서 상수항이 54일 때, 양수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 일차변환  $f$ 와 두  $2 \times 1$  행렬  $X_1, X_2$ 에 대하여

$$f(X_1) = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad f(X_2) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

이 성립한다.  $f(3X_1 + X_2) = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 + a_2 = 20, \quad \sum_{n=3}^{\infty} a_n = \frac{4}{3}$$

를 만족시킬 때,  $a_1$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) \ln x^4$$

이라 하자. 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(e, -e)$ 에서의 접선과 곡선  $y=g(x)$  위의 점  $(e, -4e)$ 에서의 접선이 서로 수직일 때,  $100f'(e)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 두 함수  $f(x) = -x + 2$ ,  $g(x) = \frac{1}{2}(x-1)$ 에 대하여 무리방정식

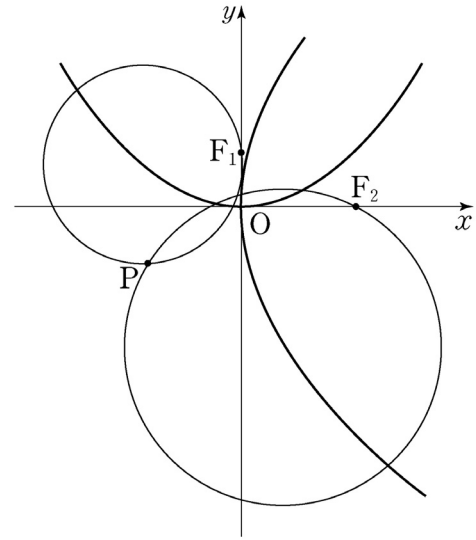
$$\sqrt{g(x)} - \sqrt{g(x) - \{f(x)\}^2} = f(x)$$

의 모든 실근의 합을  $a$ 라 하자.  $10a$ 의 값을 구하시오. [4점]

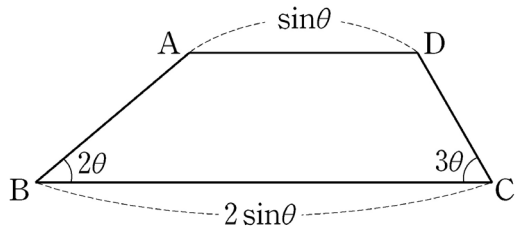
28. 좌표평면에서 포물선  $C_1: x^2 = 4y$ 의 초점을  $F_1$ , 포물선  $C_2: y^2 = 8x$ 의 초점을  $F_2$ 라 하자. 점  $P$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 중심이  $C_1$  위에 있고 점  $F_1$ 을 지나는 원과  
중심이  $C_2$  위에 있고 점  $F_2$ 를 지나는 원의 교점이다.
- (나) 제3사분면에 있는 점이다.

원점  $O$ 에 대하여  $\overline{OP}^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



29. 그림과 같이 사다리꼴 ABCD에서 변 AD와 변 BC가  
 평행하고  $\angle B = 2\theta$ ,  $\angle C = 3\theta$ ,  $\overline{BC} = 2\sin\theta$ ,  $\overline{AD} = \sin\theta$ 이다.  
 사다리꼴 ABCD의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$   
 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$  이고,  $p$ 와  $q$ 는  
 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을  
 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $1 \leq f'(x) \leq 3$ 이다.
- (나) 모든 정수  $n$ 에 대하여 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는  
 점  $(4n, 8n)$ , 점  $(4n+1, 8n+2)$ , 점  $(4n+2, 8n+5)$ ,  
 점  $(4n+3, 8n+7)$ 을 모두 지난다.
- (다) 모든 정수  $k$ 에 대하여 닫힌 구간  $[2k, 2k+1]$ 에서  
 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의  
 일부이다.

$\int_3^6 f(x) dx = a$ 라 할 때,  $6a$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인  
 하시오.