

5지 선다형(1 ~ 21)

1. $9^{\frac{2}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\log_3 27^3 + (\log_3 27)^3$ 의 값은? [2점]

- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

3. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여

행렬 $2A - AB$ 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 6 & -6 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 6 & -6 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$

4. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A + A^{-1} = 3E$ 일 때,

행렬 $A^2 + (A^{-1})^2$ 과 같은 행렬은? (단, E 는 단위행렬이다.)

[3점]

- ① E ② $3E$ ③ $5E$ ④ $7E$ ⑤ $9E$

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 2$, $a_{100} - a_{98} = 6$ 일 때,
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ 의 값은? [3점]
- ① 155 ② 158 ③ 161 ④ 164 ⑤ 167

6. x, y 에 대한 연립일차방정식

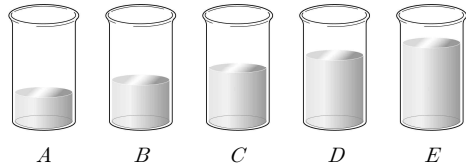
$$\begin{pmatrix} 2^a & -1 \\ 8 & 2^a - 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?
 [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 지수함수 $y = 3^{\frac{x-1}{2}} - 4$ 의 역함수가 $y = a \log_3(x+b) + c$ 일 때,
 세 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은? [3점]
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

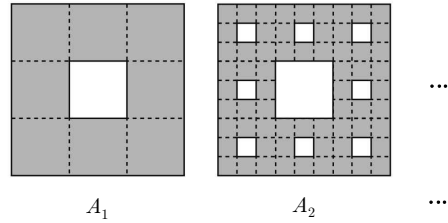
8. 물 800ml를 5개의 컵 A, B, C, D, E 에 적당히 나누어 모두
 부었더니 5개의 컵에 들어 있는 물의 양이 이 순서대로
 등차수열을 이루었다. 컵 C 에 들어 있는 물의 양(ml)은?
 (단, 5개의 컵 A, B, C, D, E 에 들어 있는 물의 양의 합은
 800ml이다.) [3점]



- ① 120 ② 140 ③ 160 ④ 180 ⑤ 200

9. 모든 양수 x 에 대하여 $a^{\log x} = x$, $x^{\log b} = b$ 가 성립한다. 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, \log 는 상용로그이다.) [3점]
- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 종이를 9개의 정사각형으로 9등분한 후 중앙의 정사각형 부분을 잘라내고 남은 도형을 A_1 이라 하자. A_1 에서 8개의 정사각형 각각을 다시 9등분하여 중앙의 정사각형 부분을 각각 잘라내고 남은 도형을 A_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형을 A_n 이라 하자.



A_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} S_n$ 의 값은? [3점]

- ① $8\left\{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^{11}\right\}$ ② $8\left\{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^{10}\right\}$ ③ $9\left\{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^{11}\right\}$
 ④ $9\left\{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^{10}\right\}$ ⑤ $10\left\{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^{11}\right\}$

11. 단원자 이상기체의 단열 과정에서 단열 팽창 전 온도와 부피를 각각 T_i , V_i 라 하고 단열 팽창 후 온도와 부피를 각각 T_f , V_f 라 하자. 단열 팽창 전과 단열 팽창 후의 온도와 부피 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

(단, 기체물 열용량의 비 $\gamma = \frac{5}{3}$ 이고, 온도의 단위는 K, 부피의 단위는 m^3 이다.)

단열 팽창 전 온도가 480(K)이고 부피가 $5(\text{m}^3)$ 인 단원자 이상기체가 있다. 이 기체가 단열 팽창하여 기체의 온도가 270(K)가 되었을 때, 기체의 부피(m^3)는? [3점]

- ① $\frac{308}{27}$ ② $\frac{311}{27}$ ③ $\frac{314}{27}$ ④ $\frac{317}{27}$ ⑤ $\frac{320}{27}$

12. 이차정사각행렬 A, B 가

$$B^2 - A = E, \quad B^4 = A + 2E$$

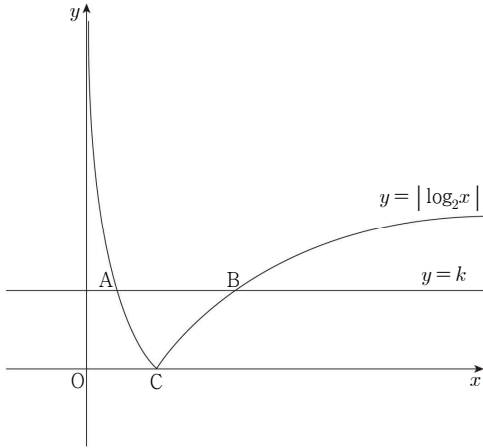
를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

< 보 기 >

- ㄱ. $A^2 + A = E$
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. AB 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[13 ~ 14] 그림과 같이 곡선 $y = |\log_2 x|$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 점을 각각 A, B라 하고 곡선 $y = |\log_2 x|$ 와 x 축이 만나는 점을 C라 하자.
13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. k 가 자연수일 때, 선분 AB 위의 점(양 끝점 포함) 중에서 x 좌표가 2^m (m 은 정수) 꼴인 점의 개수를 a_k 라 하자.

$\sum_{k=1}^{15} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 240 ② 245 ③ 250 ④ 255 ⑤ 260

14. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 S 라 하자.

2^S 의 값은? [4점]

- ① $3+2\sqrt{5}$ ② $5+2\sqrt{5}$ ③ $7+2\sqrt{5}$
④ $7+4\sqrt{5}$ ⑤ $9+4\sqrt{5}$

15. 다음은 $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}$ 를 $p+q\sqrt{5}$ (p, q 는 유리수) 꼴로 나타내는 과정이다.

$\alpha = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}}, \beta = \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ 라 두면 $\alpha\beta = \square$ (가) 이다.
 $\alpha + \beta = x$ 라 하면
 $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$ 을 이용하여
삼차방정식 $x^3 + 3x - 4 = 0$ 을 얻을 수 있다.
이 방정식의 실근은 $x = 1$ 뿐이므로 $\alpha + \beta = 1$ 이다.
따라서 $\alpha + \beta = 1$ 과 $\alpha\beta = \square$ (가) 인 실수 α, β 를 두 근
으로 하는 이차방정식은 \square 이다.
이 이차방정식의 두 근 α, β 가 $\beta < 0 < \alpha$ 이므로
 $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} = \square$ (나) 이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 들어갈 수를 각각 a, b 라 할 때,
 $a+10b$ 의 값은? [4점]

- ① $1+2\sqrt{5}$ ② $2+3\sqrt{5}$ ③ $3+4\sqrt{5}$
- ④ $4+5\sqrt{5}$ ⑤ $5+6\sqrt{5}$

16. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 m 에 대하여 $\sum_{k=m}^{m^2} a_k = m^2$ 을

만족한다. $\sum_{k=1}^{677} a_k = 777$ 일 때, a_{677} 의 값은? [4점]

- ① 71 ② 75 ③ 79 ④ 83 ⑤ 87

17. 두 집합

$$A = \left\{ x \mid \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{13x-6} \geq 0, x \text{는 정수} \right\}$$

$$B = \left\{ x \mid \log_3(5x+6) - \frac{2}{\log_x 3} > 0, x \text{는 정수} \right\}$$

에 대하여 집합 $A-B$ 의 모든 원소의 합은? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

18. 수열 $\{a_n\}$ 을

$a_n =$ (자연수 n 을 n 개 이어 붙여 만든 자연수)

라 하자. 예를 들면 $a_2 = 22$, $a_{10} = 101010101010101010$ 이다.

$\log a_n$ 의 지표를 b_n 이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$\sum_{n=1}^{20} b_n$ 의 값은? (단, \log 는 상용로그이다.) [4점]

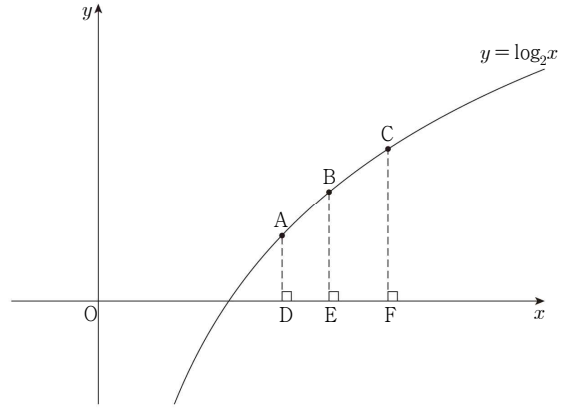
- ① 335
- ② 345
- ③ 355
- ④ 365
- ⑤ 375

19. 그림과 같이 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 하자.

세 점 A, B, C 의 각각의 y 좌표가 이 순서대로 공차가 양수인 등차수열을 이루고 점 F 는 선분 DE 를 9:5 로 외분하는 점일

때, 원점 O 에 대하여 $\frac{\overline{OE}}{\overline{OD} + \overline{OF}} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은?

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



- ① 61
- ② 62
- ③ 63
- ④ 64
- ⑤ 65

20. 그림과 같이 m 행 n 열의 수를 $N(m, n)$ 이라 하고 다음 규칙에 따라 사각형 안에 수를 적는다.

(가) 모든 자연수 m, n 에 대하여
 $N(m, 1) = m$ 이고, $N(1, n) = n$ 이다.
 (나) 1보다 큰 자연수 m, n 에 대하여
 $N(m, n) = N(m, n-1) + N(m-1, n)$ 이다.

	1열	2열	3열	4열	5열	...
1행	1	2	3	4	5	...
2행	2	4	7	11	16	...
3행	3	7	14	25	41	...
4행	4	11	25	50	91	...
5행	5	16	41	91	182	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

자연수 k 에 대하여

$$a_k = N(1, k) + N(2, k-1) + \dots + N(k, 1)$$

이라 하자. 예를 들면 $a_1 = 1$, $a_3 = 3 + 4 + 3 = 10$ 이다.

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20}$ 의 값은? [4점]

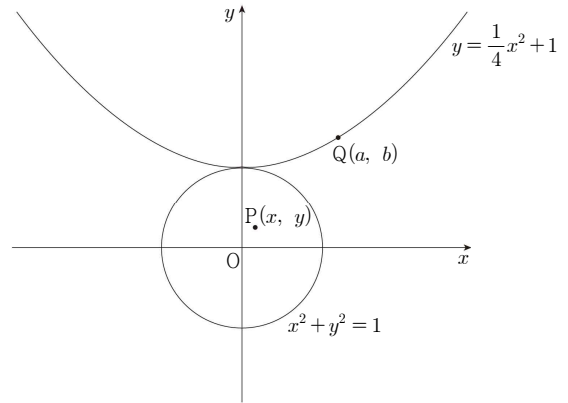
- ① $3 \cdot 2^{20} - 42$ ② $3 \cdot 2^{20} - 43$ ③ $3 \cdot 2^{21} - 41$
- ④ $3 \cdot 2^{21} - 42$ ⑤ $3 \cdot 2^{21} - 43$

21. 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원의 내부의

점 $P(x, y)$ 와 곡선 $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ 위의 점 $Q(a, b)$ 의 좌표를

이용하여 만든 행렬 $\begin{pmatrix} x & y \\ a & b \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 갖지 않는다.

점 Q 가 곡선 $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ 위를 움직일 때, 점 P 가 존재하는 영역의 넓이는? [4점]



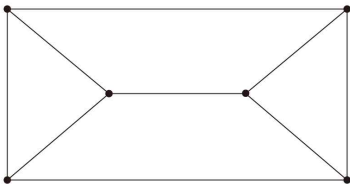
- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

단답형(22 ~ 30)

22. 첫째항이 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 8$ 일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\sum_{k=1}^9 \frac{2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

23. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]



25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 과 자연수 n 에 대하여 A^n 의 (2, 1) 의 성분을 a_n 이라 할 때, $a_n > 100$ 을 만족하는 n 의 최솟값을 구하시오. [3점]

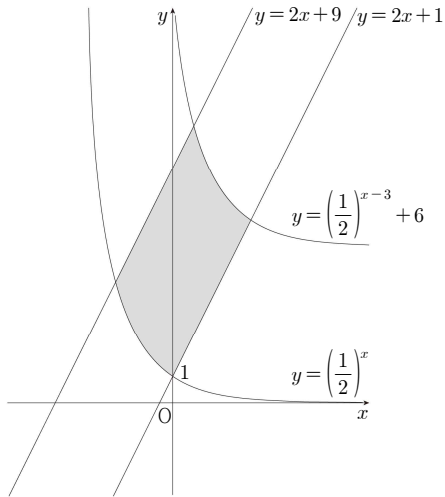
26. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 다음 조건을 만족한다.

(가) 수열 $\{a_{2n-1}\}$ 은 공차가 3인 등차수열이다.

(나) 수열 $\{S_{2n-1}\}$ 은 공비가 2인 등비수열이다.

a_{14} 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 두 곡선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} + 6$ 과 두 직선 $y = 2x + 1$, $y = 2x + 9$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. [4점]



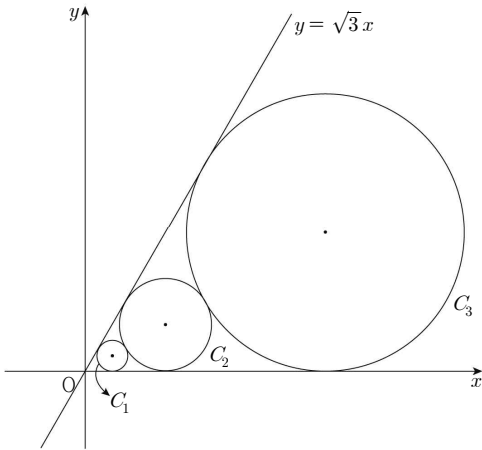
28. $x > 1$, $y > 1$ 일 때, 연립방정식

$$\begin{cases} x^2 = y^3 \\ x^y = y^x \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $16(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

29. 그림과 같이 세 원 C_1, C_2, C_3 은 직선 $y = \sqrt{3}x$ 과 x 축에 동시에 접하고, 원 C_2 는 두 원 C_1, C_3 과 각각 외접하고 있다. 세 원 C_1, C_2, C_3 의 반지름의 길이는 이 순서대로 등비수열을 이루고 원 C_1 의 중심과 원 C_3 의 중심 사이의 거리는 12일 때, 세 원의 넓이의 합은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 세 원 C_1, C_2, C_3 의 중심은 제1사분면에 있고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 하자. 양수 a 가 다음 조건을 만족한다.

$$(가) \sum_{k=1}^{10} f(\sqrt[10]{10^k} a) = 94$$

(나) $100g(a)$ 의 값은 자연수이다.

$100g(a)$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.