

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬  $B$ 는? [2점]

- ①  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$     ②  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$     ③  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$     ④  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$     ⑤  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

2.  $\log_2 4 \times \log_4 2^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① -4    ② -2    ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤ 1

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + \tan x}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

4. 부등식  $\left(2^x - \frac{1}{4}\right)(2^x - 1) < 0$ 을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

5.  $\tan\theta = \frac{1}{4}$  일 때,  $\sin 2\theta$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{7}{17}$     ②  $\frac{8}{17}$     ③  $\frac{9}{17}$     ④  $\frac{10}{17}$     ⑤  $\frac{11}{17}$

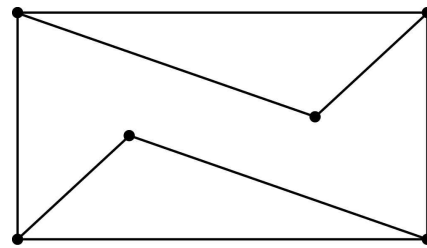
6.  $x, y$ 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} (1 \ 2) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ a \end{pmatrix}$$

의 해가 존재할 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 2    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

7. 다음은 어느 지역에 있는 6개의 지점을 꼭짓점으로 하고, 이 지점들을 잇는 도로를 변으로 하는 그래프이다. 이 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 행렬로 나타낼 때, 행의 성분으로 0을 4개 포함하는 행의 개수는? [3점]



- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

# 수학 영역(B형)

3

8. 양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표를  $f(x)$ 라 할 때,

$$\lim_{x \rightarrow 100-0} \{f(x) + f(x^2)\}$$

의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 함수  $f(x) = 4\sin x + 6\cos^2 \frac{x}{2} + 1$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

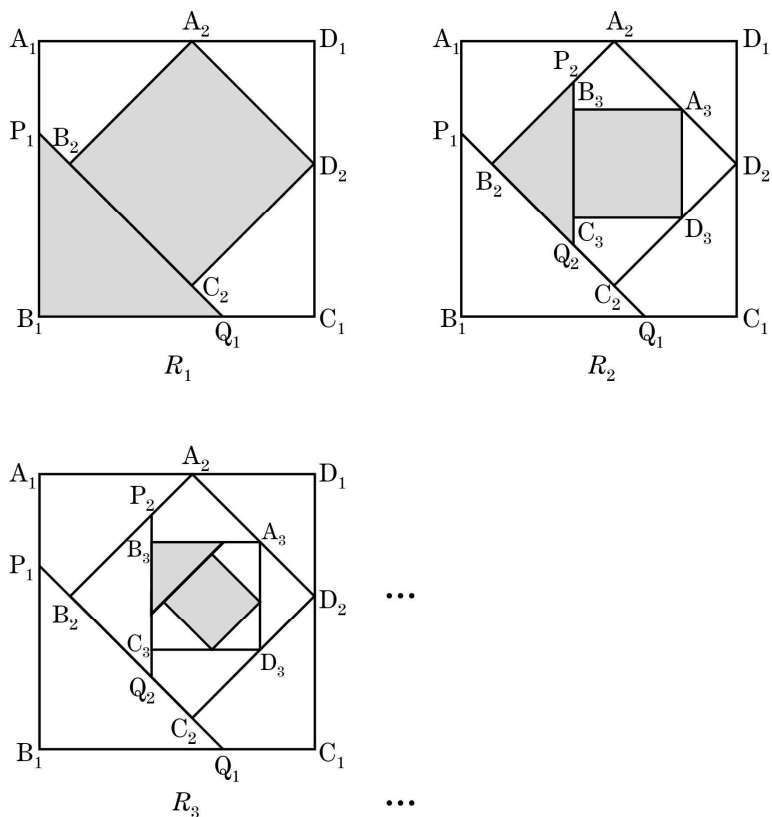
10. 함수  $f(x) = e^{-x}(\ln x - 2)$ 가  $x = a$ 에서 극값을 가질 때, 다음 중  $a$ 가 속하는 구간은? [3점]

- ①  $(1, e)$       ②  $(e, e^2)$       ③  $(e^2, e^3)$   
④  $(e^3, e^4)$       ⑤  $(e^4, e^5)$

11. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분  $A_1B_1$ 을 1:2로 내분하는 점을  $P_1$ , 선분  $B_1C_1$ 을 2:1로 내분하는 점을  $Q_1$ 이라 하자. 선분  $A_1D_1$  위의 점  $A_2$ , 선분  $P_1Q_1$  위의 두 점  $B_2, C_2$ , 선분  $C_1D_1$  위의 점  $D_2$ 를 네 꼭짓점으로 하는 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부와 삼각형  $P_1B_1Q_1$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에서 선분  $A_2B_2$ 를 1:2로 내분하는 점을  $P_2$ , 선분  $B_2C_2$ 를 2:1로 내분하는 점을  $Q_2$ 라 하자. 선분  $A_2D_2$  위의 점  $A_3$ , 선분  $P_2Q_2$  위의 두 점  $B_3, C_3$ , 선분  $C_2D_2$  위의 점  $D_3$ 을 네 꼭짓점으로 하는 정사각형  $A_3B_3C_3D_3$ 을 그리고 정사각형  $A_3B_3C_3D_3$ 의 내부와 삼각형  $P_2B_2Q_2$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{375}{49}$
- ②  $\frac{400}{49}$
- ③  $\frac{425}{49}$
- ④  $\frac{450}{49}$
- ⑤  $\frac{475}{49}$

12. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

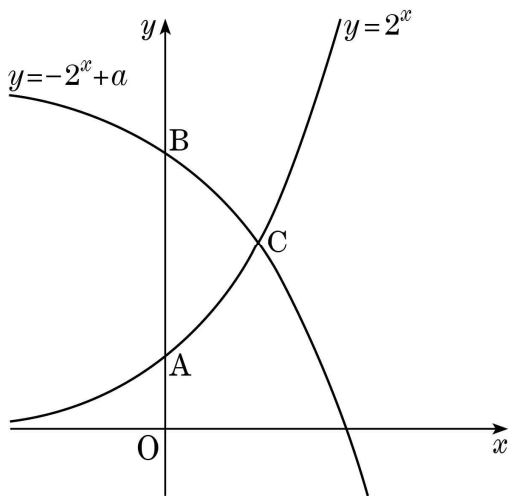
$$1+2+2^2+\dots+2^{n-1} < a_n < 2^n$$

$$\frac{3n-1}{n+1} < \sum_{k=1}^n b_k < \frac{3n+1}{n}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8^n - 1}{4^{n-1}a_n + 8^{n+1}b_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 4
- ④ 8
- ⑤ 16

[13~14] 2보다 큰 실수  $a$ 에 대하여 두 곡선  $y=2^x$ ,  $y=-2^x+a$ 가  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선의 교점을 C라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13.  $a=6$ 일 때, 삼각형 ACB의 넓이는? [3점]

- ①  $2\log_2 3$       ②  $\frac{5}{2}\log_2 3$       ③  $3\log_2 3$   
 ④  $\frac{7}{2}\log_2 3$       ⑤  $4\log_2 3$

14. 직선 AC의 기울기를  $f(a)$ , 직선 BC의 기울기를  $g(a)$ 라 할 때,  $\lim_{a \rightarrow 2+0} \{f(a)-g(a)\}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{\ln 2}$       ②  $\frac{2}{\ln 2}$       ③  $\ln 2$       ④  $2\ln 2$       ⑤ 2

15. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 2$  이고

$$\frac{a_n}{n} - \frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n a_{n+1}}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정이다.

수열  $\{a_n\}$ 의 모든 항이 0이 아니므로

$$\frac{a_n}{n} - \frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n a_{n+1}}{n+1}$$

을 변형하면

$$\frac{n+1}{a_{n+1}} - \frac{n}{a_n} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.  $b_n = \frac{n}{a_n}$  이라 하면  $b_1 = \frac{1}{2}$  이고

$$b_{n+1} - b_n = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$a_n = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 할 때,  $f(13)g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

16. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2a & (x \geq 1) \\ 3x + a & (x < 1) \end{cases}$$

$$g(x) = x^2 + ax + 3$$

에 대하여 합성함수  $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수  $a$ 의 값의 합은? [4점]

- ①  $\frac{7}{4}$       ②  $\frac{15}{8}$       ③ 2      ④  $\frac{17}{8}$       ⑤  $\frac{9}{4}$

# 수학 영역(B형)

7

17. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$A^2 = BA + E, (A - B + 2E)(A - B - 2E) = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이고,  $O$ 는 영행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

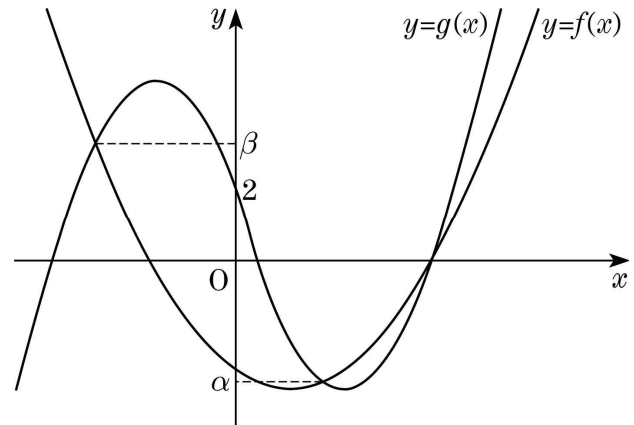
ㄱ.  $A$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ.  $A^2 + B^2 = 2AB + 4E$

ㄷ.  $A$ 의 모든 성분의 합이 2이면  $B$ 의 모든 성분의 합은  $-6$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

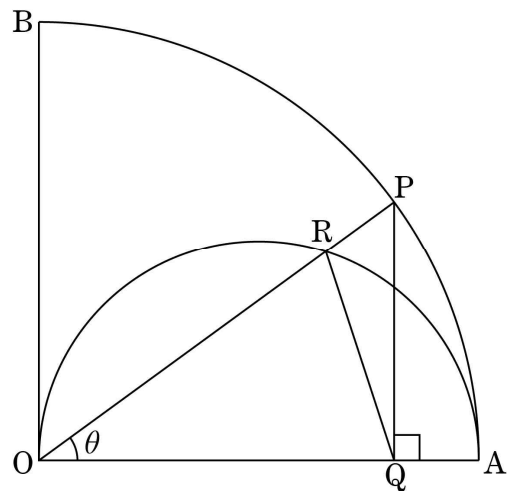
18. 그림과 같이 이차함수  $y=f(x)$ 와 삼차함수  $y=g(x)$ 의 그래프가 세 점에서 만나고 각 교점의  $y$ 좌표는  $\alpha, 0, \beta$ 이다.



무리방정식  $f(x) - 1 = \sqrt{g(x)\{f(x) - 2\} + 1}$ 의 실근의 개수는?  
 (단,  $\alpha < 0, \beta > 2$ ) [4점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

19. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB와 선분 OA를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 Q, 선분 OP와 반원의 교점 중 O가 아닌 점을 R라 하고,  $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 PRQ의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{8}$
- ②  $\frac{1}{4}$
- ③  $\frac{3}{8}$
- ④  $\frac{1}{2}$
- ⑤  $\frac{5}{8}$

20. 자연수  $n$ 에 대하여 다음과 같이 모든 자연수를 작은 것부터  $n$ 행에  $n$ 개씩 차례로 나열하였다. 이때  $n$ 행에 있는  $n$ 의 배수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어  $a_2 = 2, a_5 = 15$ 이다.

1행	1				
2행	2	3			
3행	4	5	6		
4행	7	8	9	10	
5행	11	12	13	14	15
6행	16	17	18	19	20 21
⋮			⋮		⋮

수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 4800
- ② 4820
- ③ 4840
- ④ 4860
- ⑤ 4880



# 수학 영역(B형)

9

21.  $-1$ 과  $1$ 을 제외한 모든 실수  $x$ 에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 이다.  
 (나)  $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = f(1) = -1$ 이고  $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 1$ 이다.  
 (다)  $x \neq 1$ 인 모든 양수  $x$ 에 대하여  $f'(x) < 0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —  
 ㄱ. 함수  $f(x)$ 의 그래프는 직선  $y=x$ 와 한 점에서 만난다.  
 ㄴ. 함수  $f(x)$ 의 그래프는  $x$ 축과 세 점에서 만난다.  
 ㄷ.  $f'(\alpha) = -1$ 인 실수  $\alpha$ 가 적어도 두 개 존재한다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수  $f(x) = 8x - \frac{4}{x}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 분수방정식  $\frac{3x-7}{x^2-1} + \frac{2}{x-1} = 2$ 의 해를  $\alpha$ 라 할 때,  $60\alpha$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \frac{1}{3}$  일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2+n}-n}{a_n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 함수  $f(x) = (x-a)(x-5)$ ,  $g(x) = (x-1)(x-3)^2$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 집합  $\left\{x \mid \frac{g(x)}{f(x)} = 0\right\}$ 의 원소의 개수는 1이다.

(나) 집합  $\left\{x \mid \frac{f(x)}{g(x)} \leq 0, x \text{는 자연수}\right\}$ 의 원소의 개수는 2이다.

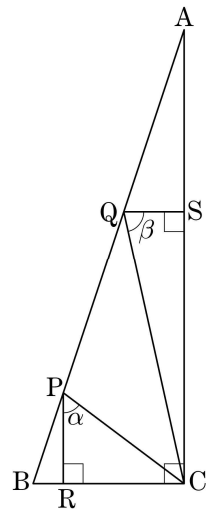
$f(10)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

25. 충전된 전하량이  $Q_0$ 인 축전기에 전구를 연결한 지  $t$ 초 후에 남아 있는 전하량을  $Q_t$ 라 하면

$$\log Q_t - \log Q_0 = kt \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

가 성립한다. 충전된 전하량이  $Q_0$ 인 축전기에 전구를 연결한 지  $a$ 초 후에 남아 있는 전하량은  $\frac{1}{4}Q_0$ 이고, 충전된 전하량이  $Q_0$ 인 축전기에 전구를 연결한 지  $b$ 초 후에 남아 있는 전하량은  $\frac{1}{10}Q_0$ 이다. 충전된 전하량이  $Q_0$ 인 축전기에 전구를 연결한 지  $2a+b$ 초 후에 남아 있는 전하량은  $\frac{Q_0}{p}$ 이다. 상수  $p$ 의 값을 구하시오. (단, 전하량의 단위는 쿨롱(C)이다.) [3점]

27.  $\overline{AC}=3$ ,  $\overline{BC}=1$ ,  $\angle C = 90^\circ$  인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 4:1로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 2:3으로 내분하는 점을 Q라 하자. 점 P에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 R, 점 Q에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 S라 하자.  $\angle CPR = \alpha$ ,  $\angle CQS = \beta$ 라 할 때,  $\tan(\beta - \alpha) = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 첫째항이  $a$ 이고 공차가  $-4$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $S_n < 200$ 일 때, 자연수  $a$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

29. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 \times a_2^2 \times a_3^3 \times \dots \times a_n^n = 10^{n^2-n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다.  $\log a_k$ 의 가수가 0.99일 때,  $k$ 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 실수  $t$ 에 대하여 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가  $\tan(\sin t)$ 인 직선과 원  $x^2 + y^2 = e^{2t}$ 이 만나는 점 중에서  $x$ 좌표가 양수인 점을  $P$ 라 하고, 점  $P$ 가 나타내는 곡선을  $C$ 라 하자.  $t = \pi$ 일 때, 곡선  $C$  위의 점  $P$ 에서의 접선과  $x$ 축 및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는  $a \times e^{b\pi}$ 이다.  $10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는 유리수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.