

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. 다항식 $(3x+5)(x^2+x-2)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2. 다항식 x^3+3x+9 를 $x+1$ 로 나눈 나머지는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수직선 위의 두 점 A(1), B(7)에 대하여 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점을 P(a)라 할 때, a의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

4. 두 조건

$$p : x^2 \leq 9$$

$$q : x \leq a$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 실수 a의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 두 복소수 $\alpha=3+i$, $\beta=1-2i$ 에 대하여 $(\alpha-\beta)(\bar{\alpha}-\bar{\beta})$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이고, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 각각 α , β 의 켈레복소수이다.) [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

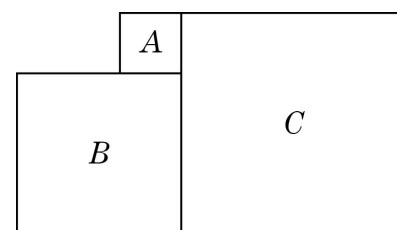
6. 무리함수 $f(x)=\sqrt{ax+b}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $f(2)=3$, $g(5)=10$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

7. $a>1$ 인 실수 a 의 덧셈과 곱셈에 대한 역원을 각각 x , y 라 할 때, $|x+y|-|x-y|$ 의 값은? [3점]

- ① $-2a$ ② $-\frac{2}{a}$ ③ $\frac{2}{a}$ ④ a ⑤ $2a$

8. 그림과 같이 정사각형 A 의 한 변의 길이와 정사각형 B 의 한 변의 길이의 합은 정사각형 C 의 한 변의 길이와 같다. 두 정사각형 A , B 의 넓이가 각각 $4-2\sqrt{3}$, $12+6\sqrt{3}$ 일 때, 정사각형 C 의 한 변의 길이는? [3점]

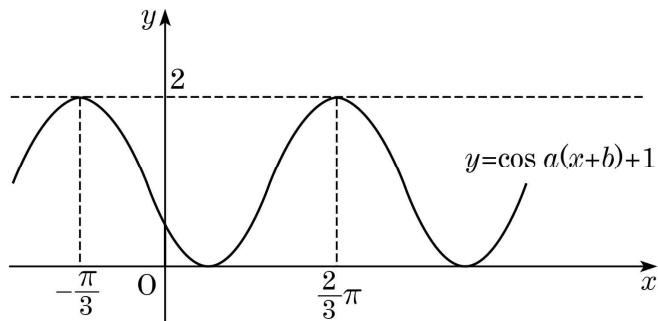


- ① $2+2\sqrt{3}$ ② $2+3\sqrt{3}$ ③ $3+2\sqrt{3}$
 ④ $4+\sqrt{3}$ ⑤ $4+2\sqrt{3}$

수학 영역(A형)

3

9. 그림은 함수 $y = \cos a(x+b)+1$ 의 그래프이다. 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은? (단, $a > 0, 0 < b < \pi$ 이고, 0 는 원점이다.) [3점]



- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② π ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ 2π

10. 모든 실수 x 에 대하여 $\sqrt{kx^2-kx+3}$ 의 값이 실수가 되도록 하는 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

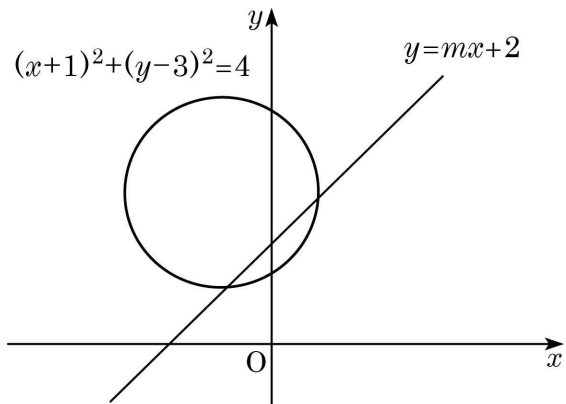
11. 다항식

$$f(x) = x^3 - (a+4)x^2 + (4a-5)x + 5a$$

에 대하여 $f(a) = f(a+3) = 0$ 을 만족시키는 실수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

[12~13] 그림은 원 $(x+1)^2+(y-3)^2=4$ 와 직선 $y=mx+2$ 를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 12번과 13번의 두 물음에 답하시오. (단, O는 원점이다.)



12. 원과 직선의 두 교점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이가 $2\sqrt{2}$ 가 되도록 하는 상수 m 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

13. 직선이 원의 중심을 지날 때, 원의 내부는 직선과 y 축에 의하여 4개의 영역으로 나뉘어진다. 이 4개의 영역에 서로 다른 5가지의 색 중 4가지를 택하여 칠하려 한다. 4개의 영역에 각각 다른 색을 사용하여 모두 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? [3점]

- ① 120 ② 144 ③ 168 ④ 192 ⑤ 216

14. 두 실수 x, y 에 대하여

$$x * y = x + y + xy$$

라 하자. $(1 * a) * b = 3$ 을 만족시키는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

15. 어느 학교에서 토론, 글쓰기, 탐구 발표 대회가 열렸다. 다음은 3가지 대회 중 적어도 한 대회에 참가한 학생 100명에 대한 설명이다.

- (가) 토론 대회에 참가한 학생 중 글쓰기 대회에 참가하지 않은 학생은 23명이다.
(나) 글쓰기 대회에 참가한 학생 중 탐구 발표 대회에 참가하지 않은 학생은 29명이다.
(다) 3가지 대회에 모두 참가한 학생은 17명이다.

탐구 발표 대회에 참가한 학생 중 토론 대회에 참가하지 않은 학생 수는? [4점]

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

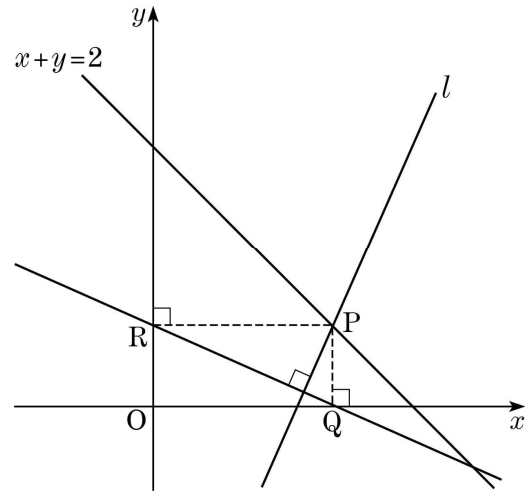
16. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 \leq 0 \\ 3x - 4y + 12 \leq 0 \end{cases}$$

이 나타내는 영역의 넓이는? [4점]

- ① $10\pi - 3\sqrt{3}$ ② $10\pi - 6\sqrt{3}$ ③ $10\pi - 9\sqrt{3}$
 ④ $12\pi - 6\sqrt{3}$ ⑤ $12\pi - 9\sqrt{3}$

17. 그림과 같이 직선 $x+y=2$ 위의 점 $P(a, b)$ ($ab \neq 0$)에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 하고, 점 P 를 지나고 직선 QR 에 수직인 직선을 l 이라 하자.



다음은 직선 l 이 점 P 의 위치에 관계없이 항상 일정한 점을 지남을 보이는 과정이다.

점 $P(a, b)$ 는 직선 $x+y=2$ 위의 점이므로

$$b = 2 - a$$

이때 직선 l 의 기울기는 \square (가) 이므로 직선 l 의 방정식은

$$y - (2 - a) = \square$$
 (가) $(x - a) \dots\dots \textcircled{1}$

한편, $\textcircled{1}$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$x = \square$$
 (나) $, y = \square$ (다)

따라서 직선 l 은 점 P 의 위치에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다.

위의 과정에서 (가)에 알맞은 식을 $f(a)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 α, β 라 할 때, $f\left(\frac{4}{3}\right) + \alpha + \beta$ 의 값은?

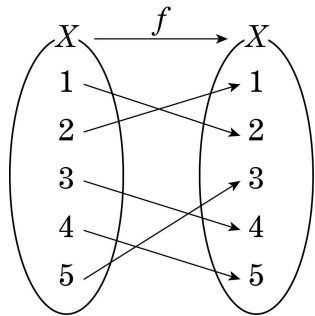
(단, 0는 원점이다.) [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

수학 영역(A형)

7

18. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 그림과 같다.



함수 $g: X \rightarrow X$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(1) = 3, g(2) = 5$
 (나) g 의 역함수가 존재한다.

$(g \circ f)(4) + (f \circ g)(4)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

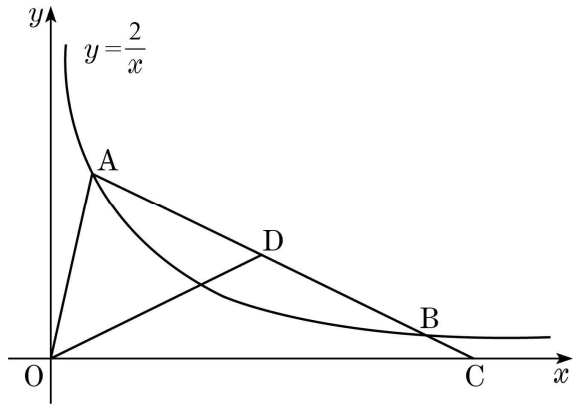
19. 이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 곱은 7이다.
 (나) 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $f(\alpha) + f(\beta) = 3$ 이다.

$f(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

20. 그림과 같이 제1사분면에 있는 곡선 $y = \frac{2}{x}$ 위의 서로 다른 두 점 $A(a, \frac{2}{a})$, $B(b, \frac{2}{b})$ 에 대하여 직선 AB가 x 축과 만나는 점을 C, 선분 AB의 중점을 D라 하자.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $a < b$ 이고, O는 원점이다.) [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. 점 C의 x 좌표는 $a+b$ 이다.
 - ㄴ. 두 직선 AB와 OD의 기울기의 합은 0이다.
 - ㄷ. $\overline{AB} = 2\overline{OA}$ 일 때, $\angle AOC = \frac{3}{2}\angle AOD$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) = x^2 + 2$ 이다.
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$ 이다.

두 함수 $y = f(x)$, $y = \frac{ax}{x+2}$ 의 그래프가 무수히 많은 점에서 만나도록 하는 정수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

수학 영역(A형)

9

단답형

22. 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 5개의 점 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수를 구하시오. [3점]

23. 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$3x^2 + x - 2 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

가 성립할 때, abc 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.)

[3점]

24. 다음은 어느 회사에서 신제품 A의 가격을 정하기 위하여 시장 조사를 한 결과이다.

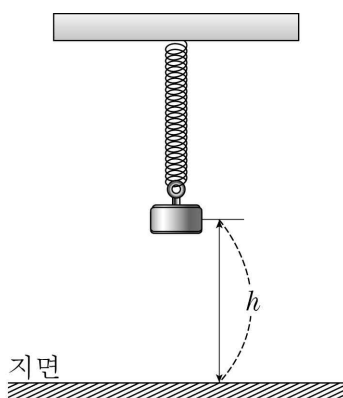
- (가) A의 가격을 100만 원으로 정하면 판매량은 2400대이다.
- (나) A의 가격을 만 원 인상할 때마다 판매량은 20대씩 줄어든다.

신제품 A를 판매하여 얻은 전체 판매 금액이 최대가 되도록 하는 A의 가격은 a 만 원이다. a 의 값을 구하시오. (단, A의 가격은 100만 원 이상이다.) [3점]

25. 그림과 같이 어떤 용수철에 질량이 mg 인 추를 매달아 아래 쪽으로 L cm만큼 잡아당겼다가 놓으면 추는 지면과 수직인 방향으로 진동한다. 추를 놓은 지 t 초가 지난 후의 추의 높이를 h cm라 하면 다음 관계식이 성립한다.

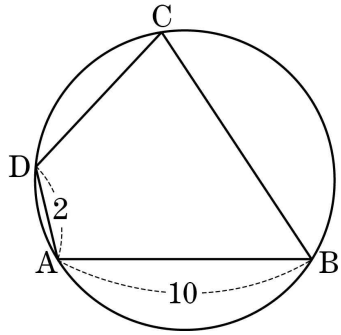
$$h = 20 - L \cos \frac{2\pi t}{\sqrt{m}}$$

이 용수철에 질량이 144g인 추를 매달아 아래쪽으로 10cm만큼 잡아당겼다가 놓은 지 2초가 지난 후의 추의 높이와, 질량이 a g인 추를 매달아 아래쪽으로 $5\sqrt{2}$ cm만큼 잡아당겼다가 놓은 지 2초가 지난 후의 추의 높이가 같을 때, a 의 값을 구하시오. (단, $L < 20$ 이고 $a \geq 100$ 이다.) [3점]



26. n 이하의 자연수 중에서 양의 약수의 개수가 홀수인 자연수의 개수를 $\langle n \rangle$ 이라 하자. 예를 들어 5 이하의 자연수 중에서 양의 약수의 개수가 홀수인 자연수는 1, 4의 2개이므로 $\langle 5 \rangle = 2$ 이다. $\langle n \rangle = 16$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD가 $\overline{AB}=10$, $\overline{AD}=2$, $\cos(\angle BCD)=\frac{3}{5}$ 을 만족시킨다. 이 원의 넓이가 $a\pi$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [4점]



28. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 의 두 부분집합

$$A=\{1, 2, 3, 4, 5\}, B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$$

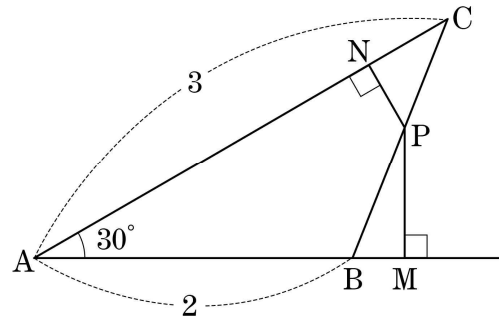
에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 C 의 개수를 구하시오. [4점]

수학 영역(A형)

29. $1 < x < 3$ 이고 $3 < y < 5$ 인 두 실수 x, y 에 대하여 집합 $A = \{1, x, 3, y, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합을 각각 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$ 이라 하고, 집합 A_k ($k=1, 2, 3, \dots, 10$)의 두 원소 중 작은 수를 m_k , 큰 수를 M_k 라 하자. m_k 와 M_k 가 다음 조건을 만족시킬 때, $12x+6y$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

- (가) $m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_{10} \leq 19$
- (나) $M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_{10} \leq 41$

30. 그림과 같이 $\overline{AB}=2, \overline{AC}=3, A=30^\circ$ 인 삼각형 ABC의 변 BC 위의 점 P에서 두 직선 AB, AC 위에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자. $\frac{\overline{AB}}{\overline{PM}} + \frac{\overline{AC}}{\overline{PN}}$ 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.