2014학년도 3월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수학 영역 •

정 답

1	②	2	②	3	③	4	④	5	②
6	③	7	①	8	③	9	①	10	④
11	④	12	①	13	④	14	⑤	15	①
16	②	17	③	18	⑤	19	⑤	20	③
21	⑤	22	4	23	24	24	101	25	32
26	16	27	200	28	11	29	64	30	184

해 설

1. [출제의도] 제곱근의 성질을 이해하고 주어진 식을 간단히 한다.

$\sqrt{27}=\sqrt{9\times3}=3\sqrt{3}$ 이고

$\dfrac{12}{\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화하기 위하여 분모, 분자에 $\sqrt{3}$을 곱하면

$\dfrac{12}{\sqrt{3}}=\dfrac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$

따라서 $\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

2. [출제의도] 곱셈공식을 이용하여 식을 간단히 한다.

$(x-2y)^2=x^2-4xy+4y^2$,

$(x+y)(x-y)=x^2-y^2$ 이므로

$$(x-2y)^2-(x+y)(x-y)=x^2-4xy+4y^2-(x^2-y^2)$$
$$=-4xy+5y^2$$

따라서 xy의 계수는 -4

3. [출제의도] 일차함수의 성질을 이용하여 함숫값을 구한다.

점 $A(2,\ a)$가 함수 $y=-2x+9$의 그래프 위의 점이므로 $x=2$, $y=a$를 함수에 대입하면

$a=-2\times2+9=5$

따라서 구하는 a의 값은 5

4. [출제의도] 집합의 연산법칙을 이해하고 교집합의 원소의 개수를 구한다.

$A=\{x|x$는 12의 약수$\}$

$=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$

$B=\{x|x$는 짝수$\}$

$=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14,\ \cdots\}$

따라서 집합 $A\cap B=\{2,\ 4,\ 6,\ 12\}$이므로 원소의 개수는 4

5. [출제의도] 연립부등식을 계산하여 해를 구한다.

연립부등식 $\begin{cases}3(x+4)>6x & \cdots㉠\\ x-1>0 & \cdots㉡\end{cases}$ 을 각각 계산하자.

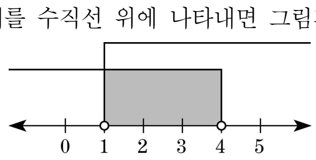
㉠에서 양변을 3으로 나누면 $x+4>2x$이고,

좌변의 x를 우변으로 이항하여 정리하면 $x<4$

㉡에서 좌변의 -1을 우변으로 이항하면 $x>1$

그러므로 연립부등식의 해는 $1<x<4$이다.

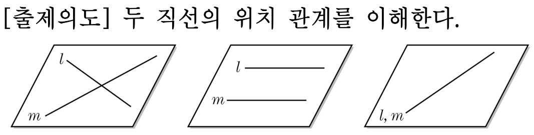
㉠, ㉡의 해를 수직선 위에 나타내면 그림과 같다.



이 범위를 만족시키는 정수 x는 2와 3이다.

따라서 그 개수는 2

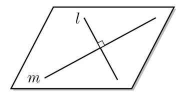
6. [출제의도] 두 직선의 위치 관계를 이해한다.



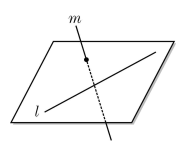
그림과 같이 한 평면에서 두 직선의 위치 관계는

'한 점에서 만난다.', '만나지 않는다.(평행하다.)', '일치한다.'

의 세 가지가 있다.



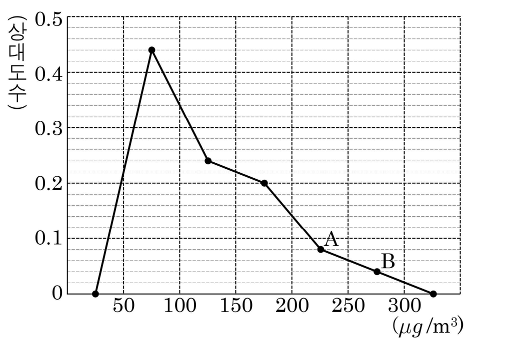
'한 점에서 만난다.'의 위치 관계 중 두 직선이 이루는 각이 직각일 때, 두 직선은 '수직으로 만난다.'고 한다.



두 직선이 평행하지도 않고 만나지도 않을 때 '꼬인 위치에 있다.'고 한다.

따라서 꼬인 위치는 한 평면에서 나타날 수 없는 위치 관계이다.

7. [출제의도] 상대도수의 의미를 이해하고 조건을 만족하는 상대도수를 구한다.



도수의 총합에 대한 그 계급의 도수의 비율을 상대도수라 한다.

상대도수의 그래프에서 점 A를 보면 미세 먼지 농도가 $200\mu g/m^3$ 이상 $250\mu g/m^3$ 미만인 계급의 상대도수는 0.08이다.

또, 점 B를 보면 미세 먼지 농도가 $250\mu g/m^3$ 이상 $300\mu g/m^3$ 미만인 계급의 상대도수는 0.04이다.

그러므로 이 두 계급의 상대도수를 더하면

$0.08+0.04=0.12$이므로 $0.12\times100=12(\%)$이다.

따라서 미세 먼지 농도가 $200\mu g/m^3$이상인 도시는 전체의 12%이다.

8. [출제의도] 그림에서 규칙성을 찾아 문자를 포함한 식으로 표현한다.

그림에서 직사각형의 가로의 길이는 1씩 증가하므로 가로의 길이는 각각 1, 2, 3, 4, ⋯ 이고,

세로의 길이는 2씩 증가하므로 세로의 길이는 1, 3, 5, 7, ⋯ 이다.

즉, 직사각형의 가로의 길이가 x일 때, 세로의 길이는 $(2x-1)$로 표현된다.

직사각형의 가로의 길이가 x일 때, 전체 타일의 넓이를 y라 하면

$y=x(2x-1)$

따라서 $y=2x^2-x$

[특별 해설]

▶ 중학교 학습 요소

중학교 2학년 '문자와 식' 단원 중 등식의 변형이라는 소단원에서 'y를 x에 대하여 푼다.'라는 어구를 학습한다. 실제 중학교 1학년의 이 단원 성취 기준을 보면 '문자를 사용하여 식을 간단히 나타낸다.'와 '식의 값을 구한다.'이다. x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 두 변수 x와 y 사이의 대응 관계를 함수라고 정의한다. 이 문제는 이와 같이 중학교에서 학습한 등식의 변형이나 대응 관계를 통해 식으로 표현하는 방법을 학습하는 문제이다.

▶ 고등학교 평가 문제의 특징

중학교에서는 단순한 지식을 묻는 형식의 질문이 많다. 문자와 식의 단원에서는 간단한 식을 주고 변형하여 나타낼 수 있는지를 묻는 문제가 출제된다. 반면 고등학교에서는 이 문제와 같이 그림을 주고 그 규칙성을 찾거나 수를 주어 규칙성을 발견하고 이를 이용하여 문제를 해결하는 사고력을 묻는 문제가 출제된다. 이 문제의 경우도 고등학교의 내용을 더 많이 학습한 학생들에게 주는 문제였다면 추론이나 계산 등 한 단계 더 활동을 한 후 답을 얻는 형태의 문제가 되었을 것이다.

▶ 학습 전략

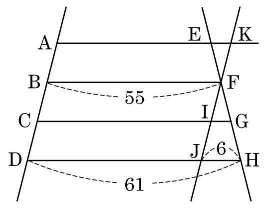
이 문제를 해결하기 위해서는 중학교에서는 문제의 조건에 따라 가로의 길이는 1, 2, 3, ⋯과 같이 1씩 증가하는 자연수이므로 x가 되고 세로의 길이는 1, 3, 5, ⋯와 같이 1부터 2씩 증가하는 홀수이므로 지식적으로 알고 있던 홀수 $2x-1$이라는 식을 이용하여 해결한다.

반면 고등학교에서는 가로의 길이가 1, 2, 3, ⋯과 같이 1씩 증가하여 x가 되었으므로 1부터 1씩 $(x-1)$번 증가하여 $1+(x-1)=x$라는 식을 얻고 세로의 길이는 2씩 늘어나므로 1부터 2씩 $(x-1)$번 증가하여 1에 $2(x-1)=2x-2$를 더한 $1+2x-2=2x-1$이라는 사실을 유추한다.

최종적으로 $y=x(2x-1)$이라고 식을 표현하여 답을 얻지만 답을 얻기 위한 사고의 과정이 중학교와 고등학교의 다른 점이다.

즉, 중학교까지는 주로 자신이 갖고 있던 직관과 암기하고 있던 지식에 의존하여 문제를 해결하는 방식이었다면 고등학교부터는 이유를 생각하고 그 이유를 바탕으로 식을 세우고 문제를 해결하는 방식으로 바뀌었다고 생각하면 될 것이다.

9. [출제의도] 닮음의 성질을 이해하고 선분의 길이를 구한다.



그림과 같이 사다리의 발판 양 끝 점을 A, B, C, D, E, F, G, H라 하자.

점 F를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선이 $\overline{CG}$, $\overline{DH}$와 만나는 점을 각각 I, J라 하자.

$\overline{BF}=\overline{CI}=\overline{DJ}=55$이므로

$\overline{JH}=\overline{DH}-\overline{DJ}=61-55=6$

$\triangle FJH$에서 G가 선분 FH의 중점이고 $\overline{IG}\,/\!/\,\overline{JH}$이므로

중점연결정리에 의해 $\overline{IG}=\dfrac{1}{2}\times\overline{JH}=\dfrac{1}{2}\times6=3$

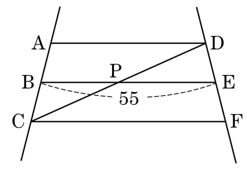
$\overline{CG}=\overline{CI}+\overline{IG}=55+3=58\ \cdots㉠$

선분 AE의 연장선과 선분 JF의 연장선의 교점을 K라 하면 $\triangle FIG\equiv\triangle FKE$이므로 $\overline{EK}=3$

즉, $\overline{AE}=\overline{AK}-\overline{EK}=55-3=52\ \cdots㉡$

㉠, ㉡에 의해서 $\overline{CG}+\overline{AE}=58+52=110$

[다른 풀이]



그림과 같이 사다리의 발판 양 끝 점을 A, B, C, D, E, F라 하자.

삼각형의 중점연결정리에 의하여

$\overline{BP}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}$, $\overline{PE}=\dfrac{1}{2}\overline{CF}$

이때, $\overline{BE}=\overline{BP}+\overline{PE}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}+\dfrac{1}{2}\overline{CF}=\dfrac{1}{2}\left(\overline{AD}+\overline{CF}\right)$

따라서 $\overline{AD}+\overline{CF}=2\overline{BE}=110$

[특별 해설]

▶ 중학교 학습 요소

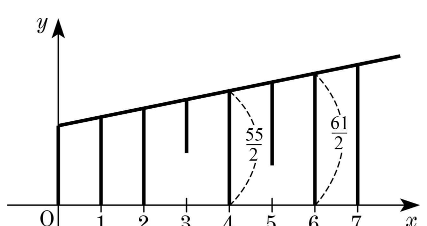
중학교 2학년 닮음의 활용 단원에서 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 배우고 이를 활용할 수 있는 능력을 학습한다. 또한 닮음의 성질을 이용하여 도형의 길이 뿐 아니라 넓이와 부피를 구할 수 있는 능력을 학습한다.

▶ 고등학교 평가 문제의 특징

사다리의 발판이 서로 평행하고 그 간격이 일정하므로 이웃하는 발판의 길이의 비, 즉 닮음비는 일정하게 유지된다. 이러한 닮음비의 성질을 이용하여 평행선 사이에 있는 선분의 길이를 구하는 문제가 중학교에서는 많이 출제된다. 닮음의 성질에 관해서는 고등학교에 올라와서도 그 성질을 심화시켜 학습한다거나 하는 과정이 더 이상 없다. 하지만 닮음비가 일정하게 유지되는 선분의 길이 관계는 일차함수나 등차수열의 개념으로 설명될 수 있다. 고등학교에서는 하나의 수학적 현상을 좀 더 유기적이고 종합적인 관점에서 해석하여 적용하는 눈을 가질 수 있도록 학습한다.

▶ 학습 전략

이 문항은 간단한 닮음비의 성질을 실생활에 요긴하게 적용할 수 있는 상황을 보여준다. 이와 같이 수학적 사고를 이용하여 실생활에 관한 문제를 해결하는 능력은 대학수학능력시험에서도 매년 빠지지 않고 출제되는 중요한 유형이다. 이 문제의 상황을 실생활이 아닌 중학교 1학년 때 학습했던 또 다른 수학적 상황인 일차함수와 연관시켜 해석하여 보자. 그림과 같이 사다리의 발판의 중점을 연결한 직선을 x축으로 하고 맨 위 발판의 연장선을 y축으로 하는 좌표평면 위에 사다리를 올려놓자. 사다리의 각 발판의 간격이 일정하므로 발판 사이의 간격을 1이라고 하면 각 발판에 아래 그림과 같이 좌표를 줄 수 있다. 이 때 그래프를 나타내는 일차함수 식을 $y=ax+b$라 하고 이 식에 $x=4$와 $x=6$을 대입하여 a와 b에 관한 식 $4a+b=\frac{55}{2}$, $6a+b=\frac{61}{2}$을 얻어 $a=\frac{3}{2}$, $b=\frac{43}{2}$를 구할 수 있다. 즉, 사다리 발판의 지지대를 나타내는 일차함수 식은 $y=\frac{3}{2}x+\frac{43}{2}$이고 $x=3$, $x=5$일 때의 y의 값인 $y=26$, $y=29$를 이용하면 부러진 발판의 길이를 구할 수 있다. 한편, 고등학교에서는 이러한 함수 개념을 x가 자연수일 때로 한정시켜 등차수열이라는 이름으로 공부한다. 이러한 개념을 이용하면 문제에서 주어진 길이 55인 발판의 길이가 부러진 두 이웃하는 발판의 길이의 평균과 같음을 쉽게 알 수 있다. 이처럼 수학은 여러 단원이 서로 밀접하게 관계를 맺고 있는데 고등학교에서는 나무만 보지 말고 숲을 볼 수 있도록 눈을 크게 뜨고 공부해야 할 것이다.



10. [출제의도] 피타고라스의 정리를 이해하고 도형의 넓이를 구한다.

$\overline{AB}:\overline{BC}=\sqrt{3}:1$이므로

$\overline{BC}=k\,(k>0)$이라 하면 $\overline{AB}=\sqrt{3}k$이다.

피타고라스의 정리에 의해 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$이므로

$\overline{CA}^2=(\sqrt{3}k)^2+k^2=4k^2$

$\overline{CA}=2k$

즉, $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=\sqrt{3}:1:2$

정오각형은 모두가 닮은 도형이고 닮음비가

$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=\sqrt{3}:1:2$

이므로 각각의 변을 한 변으로 하는 정오각형의 넓이의 비는 $(\sqrt{3})^2:1^2:2^2=3:1:4$

변 CA를 한 변으로 하는 정오각형의 넓이를 S라 하면 변 AB를 한 변으로 하는 정오각형의 넓이가 54이므로 $3:4=54:S$

$S=72$

따라서 변 CA를 한 변으로 하는

정오각형의 넓이는 72

11. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이해하고 꼭짓점의 좌표를 구한다.

이차함수 $y=-x(x-6)$의 그래프와 x축과의 교점의 좌표를 구하기 위하여 $y=0$을 대입하면

$-x(x-6)=0$이므로

$x=0$ 또는 $x=6$

그러므로 두 교점의 좌표는 $(0,\ 0)$, $(6,\ 0)$이다.

즉, 점 A의 좌표는 $(6,\ 0)$이므로 $\overline{OA}=6$

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times$(밑변)$\times$(높이)

이고 삼각형 OAP의 밑변의 길이는 $\overline{OA}=6$으로 일정하므로 삼각형 OAP의 넓이가 최대이기 위해서는 높이가 최대이어야 한다.

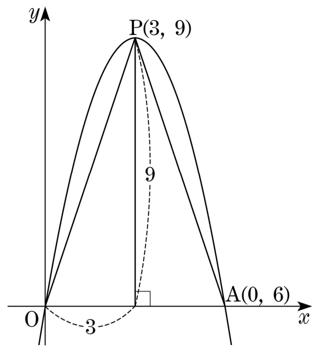
높이가 최대인 경우는 점 P가 이차함수

$y=-x(x-6)$의 꼭짓점일 때이다.

$y=-(x^2-6x)=-(x-3)^2+9$에서

꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 9)$이므로

삼각형 OAP의 넓이가 최대일 때, 점 P의 y좌표는 9



[다른 풀이]

점 P의 y좌표를 k라 할 때,

점 P가 제1사분면 위의 점이므로 k는 양수이다.

따라서 삼각형 OAP의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times k=\frac{1}{2}\times 6\times k=3k$

즉, 삼각형 OAP의 넓이는 점 P가 이차함수

$y=-x(x-6)$의 꼭짓점일 때 최대이다.

$y=-x(x-6)$

$=-(x-3)^2+9$이므로

삼각형 OAP의 넓이가 최대일 때, 점 P의 y좌표는 9

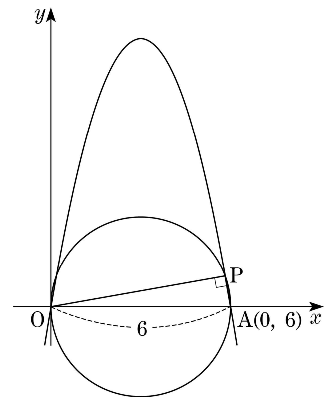
12. [출제의도] 원의 성질을 이해하여 원의 둘레를 구한다.

$\angle OPA=90°$이므로 선분 OA는 삼각형 OAP의 외접원의 지름이다.

즉, 삼각형 OAP의 외접원의 반지름의 길이는 3

따라서 삼각형 OAP의 외접원의 둘레의 길이는

$2\times\pi\times 3=6\pi$



[참고]

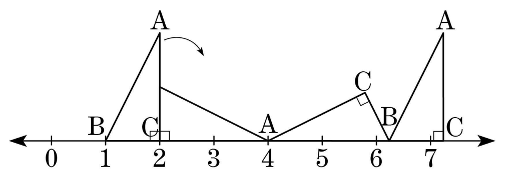
$\angle OPA=90°$인 직각삼각형 OAP의 외접원의 중심을 C라 하면 원주각 $\angle OPA$의 중심각은 $\angle OCA$가 되므로 $\angle OCA=2\angle OPA=180°$

즉, 세 점 O, C, A는 한 직선 위에 있다.

또한 점 C가 직각삼각형 OAP의 외접원의 중심이므로 $\overline{CA}=\overline{CO}$

따라서 직각삼각형의 외접원의 중심 C는 선분 OA의 중점이다.

13. [출제의도] 무리수에 대응하는 점을 수직선에 나타내고 그 점을 구한다.



직각삼각형 ABC는 수직선을 따라 시계 방향으로 굴러가면서 다음 순서에 의하여 이동한다.

ⅰ) 직각삼각형 ABC를 꼭짓점 C를 중심으로 시계 방향으로 굴리면, 점 C는 2에 대응하는 수직선 위의 점에 있고 선분 CA의 길이가 2이므로 꼭짓점 A는 4에 대응하는 수직선 위의 점으로 이동한다.

ⅱ) ⅰ)의 직각삼각형 ABC를 꼭짓점 A를 중심으로 시계 방향으로 굴리면, 점 A는 4에 대응하는 수직선 위의 점에 있고 선분 AB의 길이가 $\sqrt{5}$이므로 꼭짓점 B는 $4+\sqrt{5}$에 대응하는 수직선 위의 점으로 이동한다.

ⅲ) ⅱ)의 직각삼각형 ABC를 꼭짓점 B를 중심으로 시계 방향으로 굴리면, 점 B는 $4+\sqrt{5}$에 대응하는 수직선 위의 점에 있고 선분 AB의 길이가 1이므로 꼭짓점 C는 $5+\sqrt{5}$에 대응하는 수직선 위의 점으로 이동한다.

따라서 꼭짓점 C가 수직선과 처음으로 다시 만나는 점의 좌표는 $5+\sqrt{5}$

[다른 풀이]

직각삼각형 ABC가 수직선을 따라 시계 방향으로 굴러가면서 이동할 때, 꼭짓점 C가 수직선과 처음으로 다시 만나는 점의 좌표는 점 C의 좌표에 직각삼각형 ABC의 둘레의 길이를 더한 것과 같다.

따라서

(점 C의 좌표)+(직각삼각형 ABC의 둘레의 길이)

$=2+(\sqrt{5}+1+2)=5+\sqrt{5}$

14. [출제의도] 놀이에 활용된 상황을 이해하고 경우의 수를 구한다.

갑, 을, 병이 각각 꺼낸 3장의 카드에 적힌 숫자 중 갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되는 경우는 다음과 같다.

ⅰ) 갑이 숫자 2가 적힌 카드를 꺼낼 경우

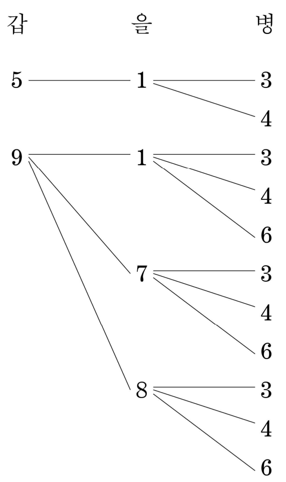
병이 가진 카드에 적힌 숫자가 모두 2보다 큰 수이므로 갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되는 경우의 수는 0

ⅱ) 갑이 숫자 5가 적힌 카드를 꺼낼 경우

갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되려면 을은 숫자 5보다 작은 숫자인 1이 적힌 카드,

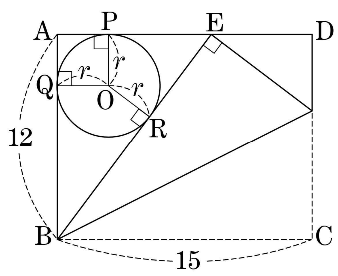
병은 숫자 5보다 작은 숫자인 3 또는 4가 적힌 카드를 꺼내야 한다.
그러므로 갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되는 경우의 수는 $1\times2=2$
iii) 갑이 숫자 9가 적힌 카드를 꺼낼 경우
을과 병이 가지고 있는 3장씩의 카드에 적힌 숫자가 모두 9보다 작은 수이므로 어떠한 카드를 꺼내도 갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 크다.
그러므로 갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되는 경우의 수는 $3\times3=9$
따라서 i), ii), iii)의 경우의 수를 모두 더하면
$0+2+9=11$

[다른 풀이]
갑이 꺼낸 카드에 적힌 숫자가 가장 큰 수가 되는 경우를 나열하면 다음과 같다.



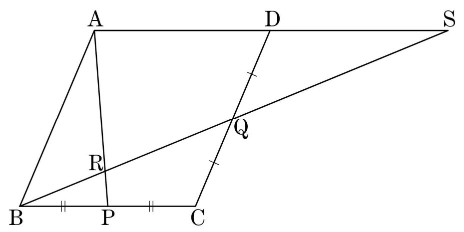
따라서 경우의 수는 11

15. [출제의도] 피타고라스의 정리를 이해하고 직각삼각형의 내접원의 넓이를 구한다.
점 E는 점 C가 이동한 점이므로 $\overline{BE}=\overline{BC}=15$
$\overline{AB}=12$, $\overline{BE}=15$인 삼각형 ABE는 직각삼각형이므로
$\overline{AE}=\sqrt{15^2-12^2}=9$



직각삼각형 ABE에 내접하는 원에 대하여
내접원의 중심을 O, 직각삼각형 ABE와 내접원의 접점을 각각 P, Q, R, 내접원의 반지름을 r라 하면
$\overline{OP}=\overline{OQ}=\overline{OR}=r$이다.
i) (직각삼각형 ABE의 넓이)
$=\triangle ABO+\triangle BEO+\triangle EAO$
$=\frac{r}{2}(\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{EA})$
$=\frac{r}{2}(12+9+15)$
$=18r$
ii) (직각삼각형 ABE의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AE}$
$=\frac{1}{2}\times12\times9=54$
그런데 i), ii)에서 구한 삼각형의 넓이는 서로 같아야 하므로 $18r=54$
즉, $r=3$
따라서 구하는 넓이는 $\pi\times3^2=9\pi$

16. [출제의도] 삼각형의 닮음을 이용하여 선분의 길이의 비를 구한다.
직선 BQ와 직선 AD의 교점을 S라 하자.

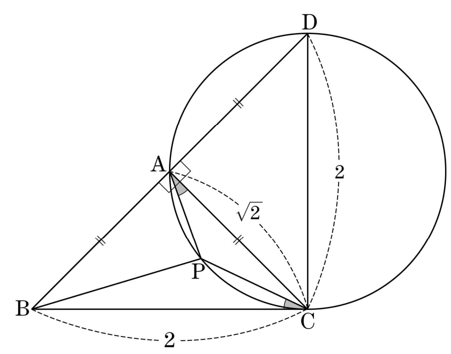


$\overline{DS}\,/\!/\,\overline{BC}$에서 $\angle BCQ=\angle SDQ$ (엇각)이고
$\overline{DQ}=\overline{QC}$, $\angle BQC=\angle SQD$ (맞꼭지각)이므로
$\triangle DQS\equiv\triangle CQB$(ASA합동)
그러므로 $\overline{BQ}:\overline{QS}=1:1$
$\overline{AS}\,/\!/\,\overline{BP}$에서 $\angle RBP=\angle RSA$ (엇각)이고
$\angle BRP=\angle SRA$ (맞꼭지각)이므로
$\triangle RBP\sim\triangle RSA$ (AA닮음)
$\overline{AS}=2\overline{DS}=2\overline{CB}=4\overline{PB}$이므로
닮음비는 $1:4$
즉, (가)에 들어갈 수는 4이므로 $a=4$
$\overline{BR}:\overline{SR}=1:4$에서
$\overline{BR}=m$, $\overline{QS}=n$이라고 하면 $\overline{RS}=4m$, $\overline{BQ}=n$이므로
$\overline{BR}+\overline{RS}=\overline{BQ}+\overline{QS}$
즉, $m+4m=n+n$
$5m=2n$이므로 $\overline{QS}=n=\frac{5}{2}m$
그러므로 $\overline{RQ}=\overline{RS}-\overline{QS}=4m-n$
$=4m-\frac{5}{2}m=\frac{3}{2}m$
$\overline{BR}:\overline{RQ}:\overline{QS}=m:\frac{3}{2}m:\frac{5}{2}m=2:3:5$
(나)에 들어갈 수는 3이고, (다)에 들어갈 수는 5이므로 $b=3$, $c=5$
따라서 $a+b+c=4+3+5=12$

[특별 해설]
▶ 중학교 학습 요소
중학교 2학년의 '도형의 닮음' 단원 중 다각형을 이용한 추론 능력이나 증명 능력을 묻는 문제이다. 삼각형의 닮음 조건, 삼각형의 중점연결정리를 기반으로 낸 문제이며 평행사변형의 성질 등 중학교 시기에 학습한 여러 가지 지식을 이용하는 문제이다. 삼각형의 중점연결정리는 '한 변의 중점을 지나고 밑변과 평행한 직선은 밑변의 길이의 $\frac{1}{2}$이다.'는 정리로 그 역도 성립한다.
▶ 고등학교 평가 문제의 특징
학교 평가에서는 서술형의 문제가 출제될 수 있어서 직접 증명하라는 문제나 값을 구하는 과정을 쓰도록 하여 과정 평가가 가능하다. 하지만 다수의 인원이 응시하는 대학수학능력시험이나 학력 평가와 같은 시험은 서술형을 물을 수 없으므로 이 문제와 같이 괄호를 채우는 문제가 출제된다. 예전에는 각각의 빈칸에 채울 식을 묻는 형태도 많이 출제되었지만 요즘은 빈칸에 넣을 식을 구하여 식의 값을 묻는 문제가 출제된다.
▶ 학습 전략
앞에서 언급한 바와 같이 증명이나 값을 구하는 과정 등을 평가하기 위하여 출제된 문항이므로 증명 과정이나 구하는 방법을 정확하게 준비하면 문제에 답할 수 있다. 단순한 지식적인 암기보다는 각 식이 의미하는 바를 이해하려고 노력하고 이를 표현하는 방법을 고민하다 보면 몰라보게 자란 자신의 수학 실력을 발견할 수 있을 것이다.
특히, 이와 같은 과정을 거치는 동안 남에게 자신의 주장을 표현하는 논리적인 방법에 대하여도 학습하게 되고 식의 엄밀성과 관찰력 등이 신장된다.

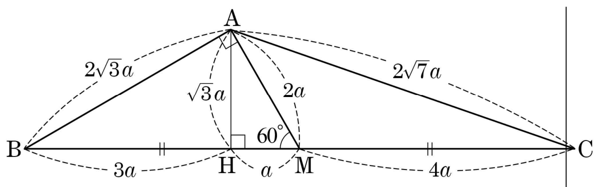
17. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이해하고 조건에 맞는 점의 개수를 구한다.
x좌표에 따라 경우를 나누고 y좌표가 x좌표를 제곱한 값보다 작은 점들의 개수를 구하면,
x좌표가 1일 때 0(개)
x좌표가 2일 때 $2^2-1=3$(개)
x좌표가 3일 때 $3^2-1=8$(개)
x좌표가 4일 때 $4^2-1=(4-1)(4+1)=15$(개)
와 같은 규칙이 나타나므로 x좌표가 a일 때, 점의 개수 $N=a^2-1$이다.
그러므로 x좌표가 43일 때 점의 개수 N을 구하면,
$43^2-1=(43-1)(43+1)=42\times44=2^3\times3\times7\times11$
따라서 자연수 N의 소인수는 2, 3, 7, 11
이므로 자연수 N의 소인수가 될 수 없는 것은 5
[참고]
$x=a$일 때 x좌표와 y좌표가 모두 자연수이고 y좌표가 x좌표를 제곱한 값보다 작은 점들의 개수는 a^2-1이고 $a^2-1=(a+1)(a-1)$이다.

18. [출제의도] 원의 접선과 현, 접선과 할선의 성질을 이용하여 성립하는 내용을 추측한다.

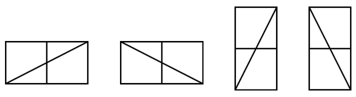


ㄱ. $\angle CAP=\angle BCP$이므로 접선과 현이 이루는 각에 대한 성질에 의하여 직선 BC는 삼각형 APC의 외접원에 접한다. (참)
ㄴ. 삼각형 ABC가 $\overline{BC}=2$인 직각이등변삼각형이므로
$\overline{BA}=\sqrt{2}$
직선 BC는 삼각형 APC의 외접원에 접하므로
$\overline{BC}^2=\overline{BA}\times\overline{BD}$
$2^2=\sqrt{2}\times\overline{BD}$
$\overline{BD}=2\sqrt{2}$
$\overline{AD}=\overline{BD}-\overline{BA}$
$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (참)
ㄷ. $\angle CAB=90^\circ$이므로
$\angle DAC=180^\circ-\angle CAB=90^\circ$이고,
$\overline{AC}=\sqrt{2}$, $\overline{AD}=\sqrt{2}$이므로
$\overline{AC}^2+\overline{AD}^2=\overline{CD}^2$
따라서 선분 CD는 삼각형 APC의 외접원의 지름이고, 그 길이는 2이므로 삼각형 APC의 외접원의 반지름의 길이는 1(참)

19. [출제의도] 도형의 닮음을 이용하여 삼각비를 구하는 문제를 해결한다.
점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{HM}=a\,(a>0)$라 하자.
삼각형 AMH는 세 각의 크기가 각각 30°, 60°, 90°인 삼각형이므로 $\overline{AH}=\sqrt{3}a$, $\overline{AM}=2a$
삼각형 BAH는 세 각의 크기가 각각 30°, 60°, 90°인 삼각형이므로 $\overline{BH}=3a$, $\overline{AB}=2\sqrt{3}a$
$\overline{BM}=\overline{BH}+\overline{HM}=3a+a=4a$이고,
$\overline{BM}=\overline{CM}$이므로 $\overline{CM}=4a$
$\overline{HC}=\overline{HM}+\overline{MC}=a+4a=5a$이고,
삼각형 AHC는 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에 의하여
$\overline{AH}^2+\overline{HC}^2=\overline{AC}^2$
이때, $\overline{AH}=\sqrt{3}a$, $\overline{HC}=5a$이므로
$(\sqrt{3}a)^2+(5a)^2=\overline{AC}^2$으로부터 $\overline{AC}=\sqrt{28a^2}=2\sqrt{7}a$
따라서 $\cos C=\frac{\overline{CH}}{\overline{AC}}=\frac{5a}{2\sqrt{7}a}=\frac{5\sqrt{7}}{14}$



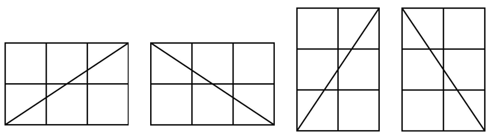
20. [출제의도] 두 점 사이의 거리를 이용하여 외적 상황에 활용된 문제를 해결한다.



그림과 같이 가 꼭짓점에서 꼭짓점으로 이동한 거리가 $\sqrt{5}$이므로 이동하는 방법은 가로 2칸, 세로 1칸 또는 가로 1칸, 세로 2칸이다.

가 A지점으로 가는 가장 짧은 거리는 가로 1칸, 세로 7칸이다. 그러므로 가로 1칸, 세로 2칸 가는 방법으로 3번을 이동하고, 가로 2칸, 세로 1칸 가는 방법으로 1번을 이동해야 한다.

즉, 가 A지점으로 가기 위한 최소의 횟수는 4이므로 $a=4$



그림과 같이 이 꼭짓점에서 꼭짓점으로 이동한 거리가 $\sqrt{13}$이므로 이동하는 방법은 가로 3칸, 세로 2칸 또는 가로 2칸, 세로 3칸이다.

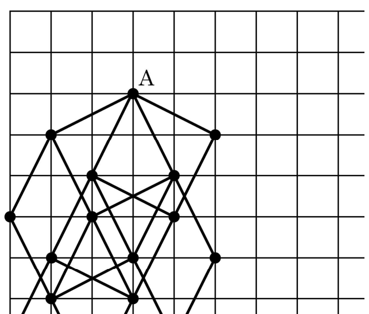
이 A지점으로 가는 가장 짧은 거리는 가로 2칸, 세로 7칸이다. 그러므로 가로 3칸, 세로 2칸 가는 방법으로 2번을 이동하고, 가로 2칸, 세로 3칸 가는 방법으로 1번을 이동해야 한다.

즉, 이 A지점으로 가기 위한 최소의 횟수는 3이므로 $b=3$

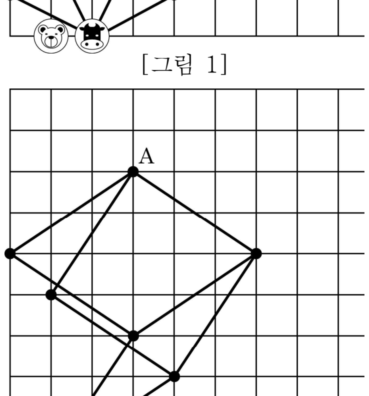
따라서 $a+b=7$

[참고]

가 4번에 A지점으로 가기 위해 이동하는 방법은 [그림 1]의 방법들이 있다. 이 3번에 A지점으로 가기 위해 이동하는 방법은 [그림 2]의 방법들이 있다.



[그림 1]



[그림 2]

[특별 해설]

▶ 중학교 학습 요소

중학교 1학년 첫 단원 '수와 연산'에서 자연수, 정수, 유리수를 공부한 후 중학교 3학년에서 실수를 무리수까지 확장하여 공부한다. 중학교 3학년 첫 단원인 '실수와 그 계산'에서는 제곱근의 뜻을 공부하고 제곱근에 관한 식을 계산하는 학습을 한다. 또한 중학교 3학년 '피타고라스의 정리' 단원을 통해 무리수로 표현되는 도형의 길이나 넓이, 부피에 관해 수학적 경험을 하게 되면서 유리수 범위까지만 사용하던 수를 실수 범위까지 좀 더 폭넓게 사용할 수 있게 된다.

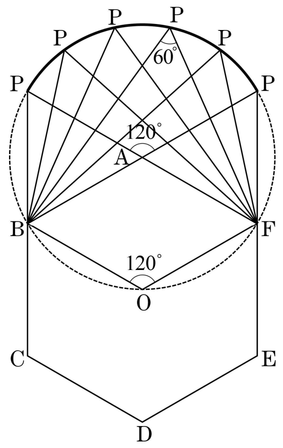
▶ 고등학교 평가 문제의 특징

중학교에서는 근호로 표현된 식의 계산을 하거나 피타고라스의 정리를 이용하여 도형의 길이나 넓이, 부피를 직접 구하는 문제가 자주 출제된다. 고등학교에서는 수에 관한 구조적인 이해를 바탕으로 이를 실생활이나 다른 수학적 상황에 적용할 수 있는가를 묻는 문제가 많이 출제된다. 이 문항은 피타고라스의 정리와 무리수의 성질을 이용하여 말판에서 규칙에 따라 이동하는 말이 목적지까지 이동하는 경우의 수를 구하는 문제이다.

▶ 학습 전략

주어진 수를 두 개의 제곱수의 합으로 표현하면 말이 이동하는 경로를 쉽게 추측할 수 있다. 즉, 사각형의 대각선의 길이 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{13}$을 $\sqrt{5}=\sqrt{1^2+2^2}$과 $\sqrt{13}=\sqrt{2^2+3^2}$으로 이해하여 두 종류의 말이 이동하는 경로에 대한 규칙을 발견하고 이 규칙을 토대로 목표 지점까지 이동하는 경우의 수를 구한다. 이처럼 실수의 성질을 이해하고 이를 수학 외적인 상황에 적용하여 문제에서 요구하는 가능한 경우의 수를 추론하는 문항은 수학 내적, 외적 문제 해결력을 동시에 요구하는 문항으로서 대학수학능력시험에서 자주 출제되는 유형이다.

21. [출제의도] 원주각의 성질을 이용하여 도형의 길이를 추측한다.



정육각형 ABCDEF의 대각선의 교점을 O라 하면 $\angle\mathrm{BOF}=120°$이고, $\angle\mathrm{BPF}=60°$이므로 사각형 BOFP의 한 쌍의 대각의 합은 $180°$이다.

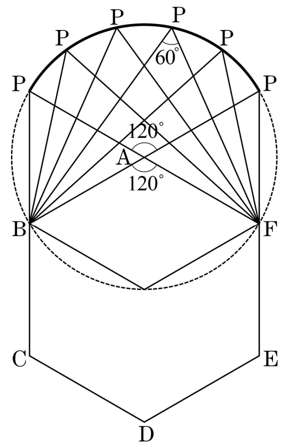
따라서 그림과 같이 사각형 BOFP는 중심이 A이고 반지름이 $\overline{\mathrm{AB}}$인 원에 내접한다.

이때, [그림 1]의 상태에서 $\angle\mathrm{BAP}=60°$이고, [그림 3]의 상태에서 $\angle\mathrm{PAF}=60°$이므로 주어진 조건을 만족하는 점 P가 움직여 그려지는 호에 대한 중심각은 $120°$이다.

따라서 그려지는 호의 길이는

$2\pi\times1\times\dfrac{120°}{360°}=\dfrac{2}{3}\pi$

[다른 풀이]



그림과 같이 점 P가 움직인 경로는 정육각형의 한 꼭짓점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원의 일부가 된다.

이때 정육각형의 한 내각의 크기가 $120°$이므로 그려지는 호의 길이는

$2\pi\times1\times\dfrac{120°}{360°}=\dfrac{2}{3}\pi$

22. [출제의도] 삼각비를 이해하고 식의 값을 구한다.

$3(\cos60°+\sin30°)^2+\tan60°\times\tan30°$

$=3(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})^2+\sqrt{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$=3+1=4$

23. [출제의도] 이차방정식의 근의 뜻을 이해하고 이차방정식의 근과 계수를 구한다.

이차방정식 $x^2-10x+a=0$의 한 근이 2이므로 $x=2$를 대입하면

$2^2-10\times2+a=0$

$a=16$

이차방정식 $x^2-10x+a=0$에 $a=16$을 대입하면

$x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=8$

그러므로 $b=8$

따라서 $a+b=24$

24. [출제의도] 두 사건이 동시에 일어날 때, 확률을 구하는 방법을 이해한다.

주머니 A에 있는 8개의 공 중 흰 공이 3개이므로 주머니 A에서 흰 공 한 개를 꺼낼 확률은 $\dfrac{3}{8}$

주머니 B에 있는 10개의 공 중 흰 공이 7개이므로 주머니 B에서 흰 공 한 개를 꺼낼 확률은 $\dfrac{7}{10}$

두 주머니 A, B에서 각각 한 개씩 꺼낸 두 공이 모두 흰 공일 확률 $\dfrac{q}{p}=\dfrac{3}{8}\times\dfrac{7}{10}=\dfrac{21}{80}$

따라서 $p=80$, $q=21$이므로 $p+q=80+21=101$

25. [출제의도] 도수분포표를 이해하여 주어진 자료의 분산을 구한다.

도수분포표에서

$(\text{분산})=\dfrac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

봉사 활동 시간의 평균이 16시간이므로 각각의 봉사 활동 시간에 따른 각 계급의 계급값, 편차, $(\text{편차})^2$, 도수는 표와 같다.

봉사 활동 시간(시간)	계급값	편차	(편차)^2	도수 (명)
$11^{이상}$ ~ $13^{미만}$	12	-4	16	1
13 ~ 15	14	-2	4	1
15 ~ 17	16	0	0	5
17 ~ 19	18	2	4	3
합계				10

분산을 구하면

$\dfrac{16\times1+4\times1+0\times5+4\times3}{10}=3.2$

이므로 $a=3.2$

따라서 $10a=32$

[참고]

도수분포표에서

$(\text{평균})=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

문제에서 주어진 도수분포표를 이용하여 봉사 활동 시간의 평균을 구하면

$\dfrac{12\times1+14\times1+16\times5+18\times3}{10}=16$

[특별 해설]

▶ 중학교 학습 요소

대푯값으로서의 평균과 산포도로서의 분산, 표준편차에 대한 개념은 일상생활에서 수 없이 접하게 되는 꼭 필요한 개념이다. 평균에 관한 개념은 이미 초등학교에서 학습했고 중학교 1학년 때는 주어진 자료를 도수분포표로 나타내어 해석하고 평균을 직접 구하는 방법을 공부했다. 중학교 3학년이 되어서는 평균을 포함하여 중앙값, 최빈값과 같이 대푯값의 의미를 확장하여 학습했다. 하지만 대푯값만으로는 자료의 특성을 정확하게 이해하고 표현하기 어려워 자료가 흩어져 있는 정도를 나타내는 개념으로서 산포도인 분산과 표준편차를 공부했다.

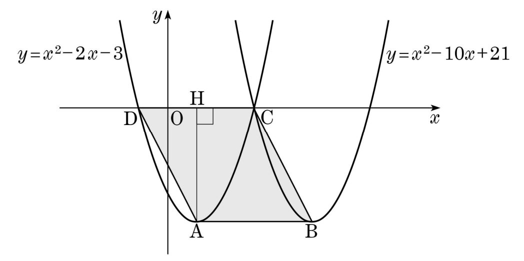
▶ 고등학교 평가 문제의 특징

중학교에서는 주어진 자료를 도수분포표로 만들고 이를 이용하여 평균과 분산, 표준편차를 직접 구하는 문제가 많이 출제된다. 이는 통계에서 가장 기본적이고 중요한 능력으로 고등학교에서는 도수분포와 비슷하게 확률분포를 구하고 이를 이용하여 확률변수의 평균과 분산을 구하는 방법을 공부한다. '확률변수의 평균'이나 '확률변수의 분산'과 같은 용어는 중학교에서 전혀 다루지 않은 낯선 용어이지만 중학교에서 배운 도수분포 상황을 확률분포 상황으로 바꾸어 해석하는 것일 뿐 그 기본적인 이해와 개념은 다르지 않다. 특히, 대푯값과 산포도는 통계에서 가장 기본이 되는 중요한 개념으로 중학교 과정에서 정확하게 습득해야 한다.

▶ 학습 전략

주어진 자료의 분산을 구하기 위해서는 자료의 평균을 먼저 구하고 각 계급값의 평균에 대한 편차를 구해 '(편차의 제곱)의 평균'을 구해야 한다. 하지만 평균은 분산에 비해 아주 친숙한 개념이고 초등학교 때부터 학습해 왔으므로, 이 개념을 묻는 과정은 생략하였다. 즉 학생들이 이 문제를 해결할 때 단순 계산으로 인해 시간을 손실하지 않도록 평균을 제시했다. 결국 이 문제를 해결하기 위해서는 4개의 편차를 구해 '(편차의 제곱)의 평균'을 구하면 된다. 대학수학능력시험에서는 분산에 대한 개념을 이해하고 확장하여 적용할 수 있는 능력을 측정하기 위한 문제가 꾸준하게 출제되고 있다. 간단하게는 주어진 자료의 흩어져 있는 정도를 직관적으로 파악하여 각 자료의 분산의 크기를 비교, 결정하는 문제가 출제된 적이 있고, 조금 더 발전되어 확률분포, 표본평균의 분포와 관련하여 산포도에 관한 여러 가지 문제가 출제되고 있다.

26. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이용하여 도형의 넓이에 활용된 문제를 해결한다.



이차함수 $y=x^2-2x-3$은 $y=(x-1)^2-4$이므로 꼭짓점 A의 좌표는 $(1,\ -4)$이다.

이차함수 $y=x^2-10x+21$은 $y=(x-5)^2-4$이므로 꼭짓점 B의 좌표는 $(5,\ -4)$이다.

이차함수 $y=x^2-2x-3$의 그래프와 x축과의 교점 C, D의 좌표를 구하기 위하여

$y=0$을 대입하면

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=3$

그러므로 $\mathrm{C}(3,\ 0)$, $\mathrm{D}(-1,\ 0)$

$\overline{\mathrm{AB}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}=4$이므로

사각형 ABCD는 평행사변형이다.

꼭짓점 A, B의 y좌표가 -4이므로 꼭짓점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{\mathrm{AH}}=4$

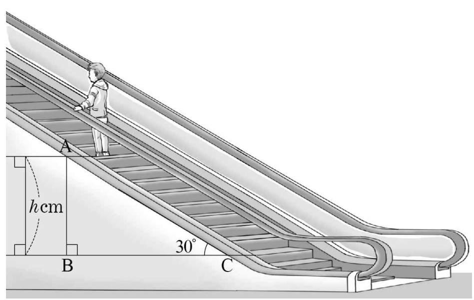
따라서 평행사변형 ABCD의 넓이는

$\overline{\mathrm{CD}}\times\overline{\mathrm{AH}}=4\times4=16$

27. [출제의도] 삼각비의 값을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

그림과 같이 삼각형의 각 꼭짓점을 A, B, C라 하면 $\overline{\mathrm{CA}}$는 학생이 에스컬레이터를 타고 10초 동안 이동한 거리이고, 에스컬레이터는 매초 40㎝씩 이동하므로 학생이 에스컬레이터를 타고 이동한 거리는

$\overline{\mathrm{CA}}=40\times10=400$(㎝)



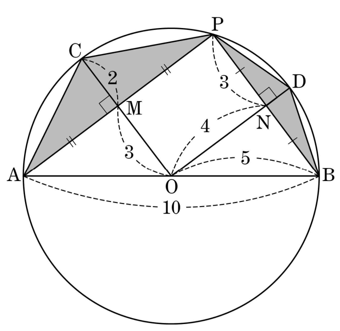
$\angle\mathrm{B}=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle\mathrm{C}=30^\circ$이므로

$\sin30^\circ=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{CA}}}=\dfrac{h}{400}$

$\sin30^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로 $\dfrac{1}{2}=\dfrac{h}{400}$

따라서 구하고자 하는 높이 $h=200$

28. [출제의도] 피타고라스의 정리를 이용하여 삼각형의 넓이 구하는 문제를 해결한다.



반지름의 길이 $\overline{\mathrm{OC}}=5$이므로 $\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{OC}}-\overline{\mathrm{MC}}=5-2=3$

$\overline{\mathrm{BN}}=\overline{\mathrm{PN}}=\overline{\mathrm{OM}}=3$이고 삼각형 NOB는 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에 의해

$\overline{\mathrm{PM}}=\overline{\mathrm{ON}}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$

삼각형 CAP의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AP}}\times\overline{\mathrm{CM}}=\dfrac{1}{2}\times8\times2=8$

삼각형 DPB의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{PB}}\times\overline{\mathrm{ND}}=\dfrac{1}{2}\times6\times1=3$

따라서 구하는 두 삼각형의 넓이의 합은 $8+3=11$

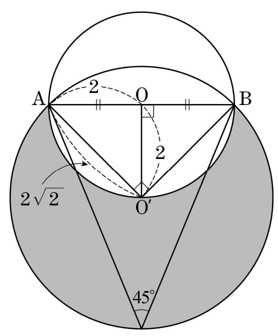
29. [출제의도] 원주각의 성질을 이용하여 영역의 넓이 구하는 문제를 해결한다.

직선 AB의 아래쪽에 점 P가 있다고 가정하자.

$\angle\mathrm{APB}=90^\circ$인 점은 선분 AB의 중점 O를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AO}}=\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=2$인 원 위의 점이다.

$\angle\mathrm{APB}=45^\circ$인 점은 선분 AB를 현으로 하고, 중심각이 $\angle\mathrm{AO'B}=90^\circ$인 원 위의 점이다. 이 원의 중심 O′은 현 AB의 수직이등분선 위에 있으므로 현 AB의 수직이등분선과 원 O의 교점이 된다.

삼각형 AO′B가 $\angle\mathrm{AO'B}=90^\circ$이고, 선분 AB가 빗변인 직각이등변삼각형이므로 원 O′의 반지름의 길이는 $\overline{\mathrm{AO'}}=\overline{\mathrm{BO'}}=2\sqrt{2}$



[그림 1]

직선 AB의 아래쪽에 있는 점 P가 나타내는 영역은 [그림 1]의 어두운 부분과 같고,

그 넓이는 (반지름이 $\overline{\mathrm{AO'}}$이고 중심각이 $\angle\mathrm{AO'B}=270^\circ$인 부채꼴의 넓이)에서 (현 O′B와 호 O′B로 이루어진 활꼴과 현 O′A와 호 O′A로 이루어진 활꼴의 넓이의 합)을 뺀 값이다.

ⅰ) 반지름이 $\overline{\mathrm{AO'}}$이고, 중심각이 $\angle\mathrm{AO'B}=270^\circ$인 부채꼴의 넓이는 $\pi\times(2\sqrt{2})^2\times\dfrac{270^\circ}{360^\circ}=6\pi$

ⅱ) 현 O′B와 호 O′B로 이루어진 활꼴과 현 O′A와 호 O′A로 이루어진 활꼴의 넓이의 합은

원 O의 반원에서 삼각형 AO′B의 넓이를 뺀 값이므로 $\dfrac{1}{2}\times\pi\times2^2-\dfrac{1}{2}\times(2\sqrt{2})^2=2\pi-4$

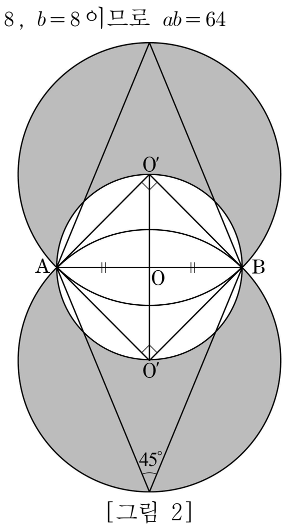
ⅰ), ⅱ)에 의하여 직선 AB의 아래쪽에 있는 점 P가 나타내는 영역의 넓이는

$6\pi-(2\pi-4)=4\pi+4$

직선 AB의 위쪽에 점 P가 있을 때도 마찬가지의 방법으로 계산할 수 있으므로

점 P가 나타내는 영역은 [그림 2]의 어두운 부분과 같고, 그 넓이는 $2(4\pi+4)=8\pi+8$이다.

따라서 $a=8$, $b=8$이므로 $ab=64$



[그림 2]

30. [출제의도] 약수, 배수의 성질을 이용하여 입체도형

의 겉넓이 구하는 문제를 해결한다.

정육면체의 한 변의 길이를 n이라고 하면 한 면의 넓이는 n^2이고 정육면체는 6개의 면이 있으므로 정육면체의 겉넓이는 $6n^2$이다.

문제에서 정육면체의 겉넓이가 $720abc$이므로

$6n^2 = 720abc$

즉, $n^2 = 120abc$이므로

$n = \sqrt{120abc} = 2\sqrt{30abc}$

그런데 n은 자연수이고 정육면체의 겉넓이가 최소이므로 $abc = 30k^2$(단, k는 자연수)에서 $k=1$

따라서 $abc = 30$이고, 블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)$이다.

a, b, c가 될 수 있는 각각의 경우에 대해 겉넓이를 계산하면 다음과 같다.

i) $a=1$, $b=1$, $c=30$일 때

블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)=122$

이때, a, b, c에 대응되는 1, 1, 30의 순서가 바뀌더라도 겉넓이는 122로 일정하다.

ii) $a=1$, $b=2$, $c=15$일 때

블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)=94$

이때, a, b, c에 대응되는 1, 2, 15의 순서가 바뀌더라도 겉넓이는 94로 일정하다.

iii) $a=1$, $b=3$, $c=10$일 때

블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)=86$

이때, a, b, c에 대응되는 1, 3, 10의 순서가 바뀌더라도 겉넓이는 86으로 일정하다.

iv) $a=1$, $b=5$, $c=6$일 때

블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)=82$

이때, a, b, c에 대응되는 1, 5, 6의 순서가 바뀌더라도 겉넓이는 82로 일정하다.

v) $a=2$, $b=3$, $c=5$일 때

블록 한 개의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)=62$

이때, a, b, c에 대응되는 2, 3, 5의 순서가 바뀌더라도 겉넓이는 62로 일정하다.

위의 i) ~ v)의 경우로부터 블록 한 개의 겉넓이의 최댓값 $M=122$, 최솟값 $m=62$

따라서 $M+m=184$