

제 2 교시

# 수학 영역(B형)

출수형

5지선다형

1. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A+B$ 의 모든 성분의 합이 6일 때,  $a$ 의 값은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\tan\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$  일 때,  $\cos 2\theta$ 의 값은? [2점]

①  $\frac{\sqrt{6}}{3}$     ②  $\frac{\sqrt{5}}{3}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

3. 좌표공간에서 두 점  $A(a, 5, 2)$ ,  $B(-2, 0, 7)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 3:2로 내분하는 점의 좌표가  $(0, b, 5)$ 이다.  $a+b$ 의 값은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 첫째항이 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_9 = 3a_3$ 일 때,  $a_5$ 의 값은? [3점]

① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

5. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A^c \cup B^c) = \frac{4}{5}, \quad P(A \cap B^c) = \frac{1}{4}$$

일 때,  $P(A^c)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{11}{20}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{13}{20}$       ⑤  $\frac{7}{10}$

6. 좌표공간에서 두 점  $A(5, 5, a), B(0, 0, 3)$ 을 지나는 직선과 직선  $x=4-y=z-1$ 이 서로 수직일 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 9      ⑤ 11

7. 함수  $f(x) = 2\cos^2 x + k\sin 2x - 1$ 의 최댓값이  $\sqrt{10}$ 일 때, 양수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 좌표평면에서 포물선  $y^2=8x$ 에 접하는 두 직선  $l_1, l_2$ 의 기울기가 각각  $m_1, m_2$ 이다.  $m_1, m_2$ 가 방정식  $2x^2-3x+1=0$ 의 서로 다른 두 근일 때,  $l_1$ 과  $l_2$ 의 교점의  $x$ 좌표는? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 숫자 1, 2, 3, 4에서 중복을 허락하여 5개를 택할 때, 숫자 4가 한 개 이하가 되는 경우의 수는? [3점]

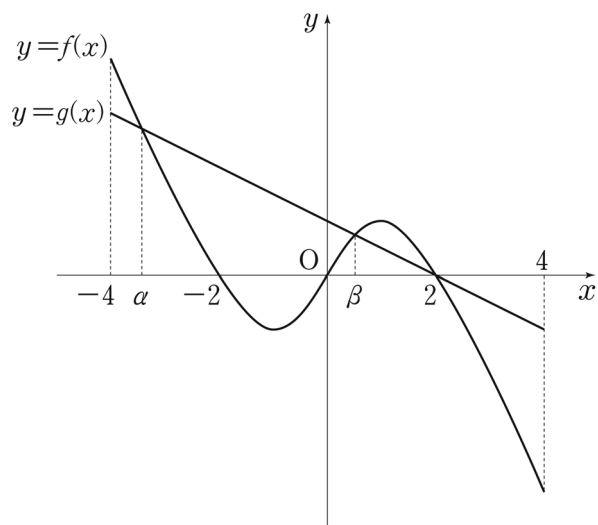
- ① 45      ② 42      ③ 39      ④ 36      ⑤ 33

10. 그림과 같이 닫힌 구간  $[-4, 4]$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x)=-\frac{1}{2}x+1$ 의 그래프가 세 점에서 만나고 그 세 점의  $x$ 좌표는  $\alpha, \beta, 2$ 이다. 부등식

$$\frac{g(x)}{f(x)} \leq 1$$

을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수는? (단,  $-4 < \alpha < -3, 0 < \beta < 1$ )

[3점]



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

11. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 10$ 이고

$$(a_{n+1})^n = 10(a_n)^{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$n \log a_{n+1} = (n+1) \log a_n + 1$$

이다. 양변을  $n(n+1)$ 로 나누면

$$\frac{\log a_{n+1}}{n+1} = \frac{\log a_n}{n} + \boxed{\text{(가)}}$$

이다.  $b_n = \frac{\log a_n}{n}$ 이라 하면  $b_1 = 1$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 수열  $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

이므로

$$\log a_n = n \times \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로  $a_n = 10^{n \times \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ 과  $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{g(10)}{f(4)}$ 의 값은? [3점]

- ① 38      ② 40      ③ 42      ④ 44      ⑤ 46

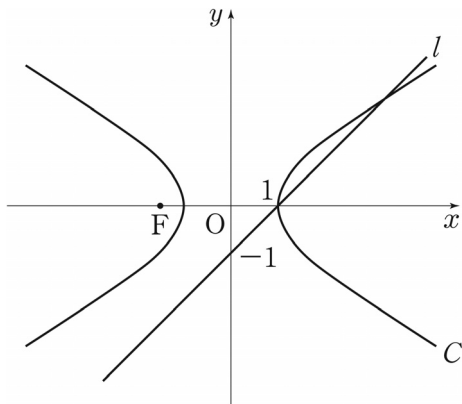
12. 이차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{\ln(x+1)} & (x \neq 0) \\ 8 & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수  $f(x)g(x)$ 가 구간  $(-1, \infty)$ 에서 연속일 때,  $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

[13~14] 그림과 같이 직선  $l: x-y-1=0$ 과 한 초점이 점  $F(c, 0)$  (단,  $c < 0$ )인 쌍곡선  $C: x^2 - 2y^2 = 1$ 이 있다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.





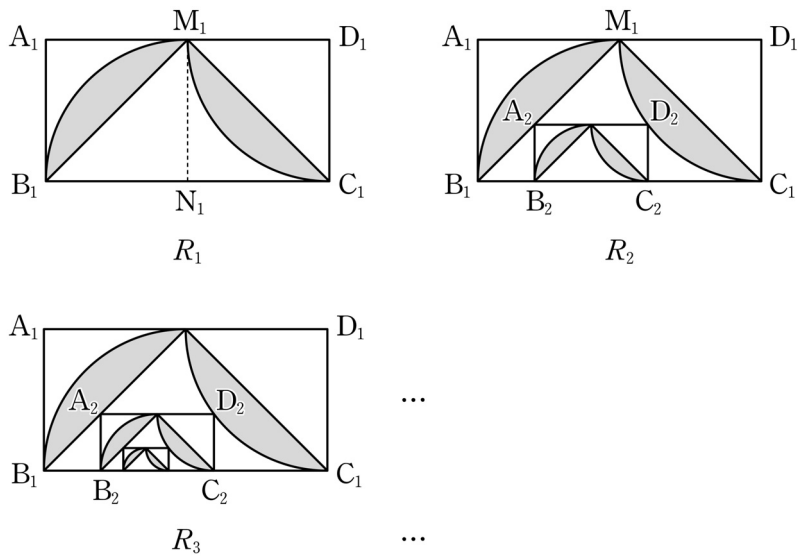
13. 직선  $l$ 과 쌍곡선  $C$ 로 둘러싸인 부분을  $y$ 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [3점]

- ①  $\frac{5}{3}\pi$     ②  $\frac{3}{2}\pi$     ③  $\frac{4}{3}\pi$     ④  $\frac{7}{6}\pi$     ⑤  $\pi$

14. 원점을 중심으로  $\theta$ 만큼 회전하는 회전변환에 의하여 직선  $l$ 은 쌍곡선  $C$ 의 초점  $F$ 를 지나는 직선으로 옮겨진다.  $\sin 2\theta$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{2}{3}$     ②  $-\frac{5}{9}$     ③  $-\frac{4}{9}$     ④  $-\frac{1}{3}$     ⑤  $-\frac{2}{9}$

15. 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서  $\overline{A_1B_1}=1$ ,  $\overline{A_1D_1}=2$ 이다. 그림과 같이 선분  $A_1D_1$ 과 선분  $B_1C_1$ 의 중점을 각각  $M_1, N_1$ 이라 하자. 중심이  $N_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{B_1N_1}$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $N_1M_1B_1$ 을 그리고, 중심이  $D_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{C_1D_1}$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $D_1M_1C_1$ 을 그린다. 부채꼴  $N_1M_1B_1$ 의 호  $M_1B_1$ 과 선분  $M_1B_1$ 로 둘러싸인 부분과 부채꼴  $D_1M_1C_1$ 의 호  $M_1C_1$ 과 선분  $M_1C_1$ 로 둘러싸인 부분인  모양에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에 선분  $M_1B_1$  위의 점  $A_2$ , 호  $M_1C_1$  위의 점  $D_2$ 와 변  $B_1C_1$  위의 두 점  $B_2, C_2$ 를 꼭짓점으로 하고  $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=1:2$ 인 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{25}{19} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right)$       ②  $\frac{5}{4} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right)$       ③  $\frac{25}{21} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right)$
- ④  $\frac{25}{22} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right)$       ⑤  $\frac{25}{23} \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right)$

16. 닫힌 구간  $[0, a]$ 에서 정의된 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수가 연속이다. 확률변수  $X$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

(가)  $0 \leq x \leq a$ 인 모든  $x$ 에 대하여  $P(0 \leq X \leq x) = kx^2$ 이다.  
 (나)  $E(X) = 1$

- ①  $\frac{9}{16}$       ②  $\frac{4}{9}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{9}$       ⑤  $\frac{1}{16}$

17. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$AB + A^2B = E, \quad (A - E)^2 + B^2 = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이고,  $O$ 는 영행렬이다.) [4점]

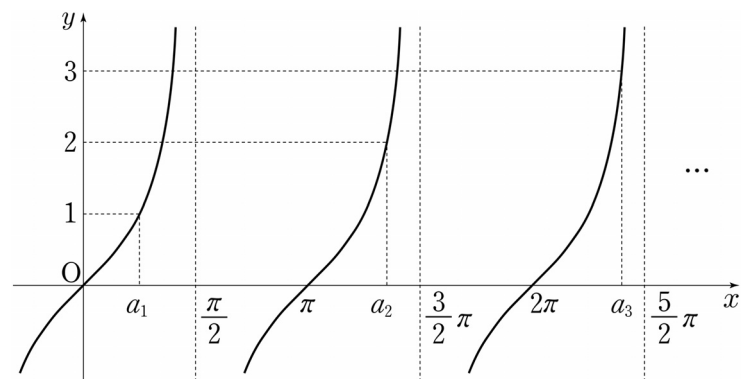
- <보 기>
- ㄱ.  $B$ 의 역행렬이 존재한다.
  - ㄴ.  $AB = BA$
  - ㄷ.  $(A^3 - A)^2 + E = O$

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $y = n$ 과 함수  $y = \tan x$ 의 그래프가 제1사분면에서 만나는 점의  $x$ 좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때,  $n$ 번째 수를  $a_n$ 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{\pi}{4}$
- ②  $\frac{\pi}{2}$
- ③  $\frac{3}{4}\pi$
- ④  $\pi$
- ⑤  $\frac{5}{4}\pi$



19. 좌표공간에서 중심의  $x$ 좌표,  $y$ 좌표,  $z$ 좌표가 모두 양수인 구  $S$ 가  $x$ 축과  $y$ 축에 각각 접하고  $z$ 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 구  $S$ 가  $xy$ 평면과 만나서 생기는 원의 넓이가  $64\pi$ 이고  $z$ 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8일 때, 구  $S$ 의 반지름의 길이는? [4점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

20. 1보다 큰 실수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표와 가수를 각각  $f(x)$ ,  $g(x)$ 라 하자.  $3f(x)+5g(x)$ 의 값이 10의 배수가 되도록 하는  $x$ 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때 2번째 수를  $a$ , 6번째 수를  $b$ 라 하자.  $\log ab$ 의 값은? [4점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16



21. 연속함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = \frac{\pi}{2} \int_1^{x+1} f(t) dt$$

이다.  $f(1)=1$ 일 때,

$$\pi^2 \int_0^1 xf(x+1) dx$$

의 값은? [4점]

- ①  $2(\pi-2)$       ②  $2\pi-3$       ③  $2(\pi-1)$   
 ④  $2\pi-1$       ⑤  $2\pi$

단답형

22. 함수  $f(x)=5e^{3x-3}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 어느 마라톤 대회에 참가한 50명의 동호회 회원 중 마라톤에서 완주한 회원 수와 기권한 회원 수가 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	남성	여성
완주한 회원 수	27	9
기권한 회원 수	8	6

참가한 회원 중에서 임의로 선택한 한 명의 회원이 여성이었을 때, 이 회원이 마라톤에서 완주하였을 확률이  $p$ 이다.  $100p$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 무리방정식  $\sqrt{2x^2-6x}=x^2-3x-4$ 의 모든 실근의 곱을  $k$ 라 할 때,  $k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 단면의 반지름의 길이가  $R(R < 1)$ 인 원기둥 모양의 어느 급수관에 물이 가득 차 흐르고 있다. 이 급수관의 단면의 중심에서의 물의 속력을  $v_c$ , 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로  $x(0 < x \leq R)$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력을  $v$ 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\frac{v_c}{v} = 1 - k \log \frac{x}{R}$$

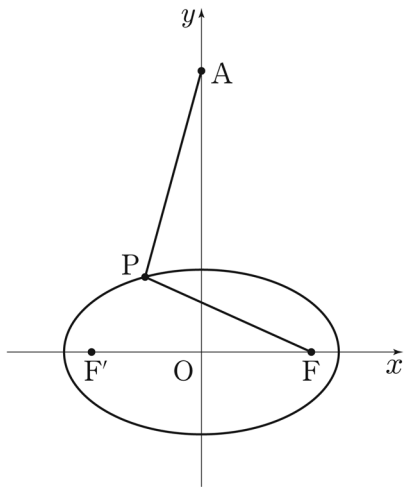
(단,  $k$ 는 양의 상수이고, 길이의 단위는 m, 속력의 단위는 m/초이다.)

$R < 1$ 인 이 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로  $R^{\frac{27}{23}}$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의  $\frac{1}{2}$ 일 때, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로  $R^a$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의  $\frac{1}{3}$ 이다.

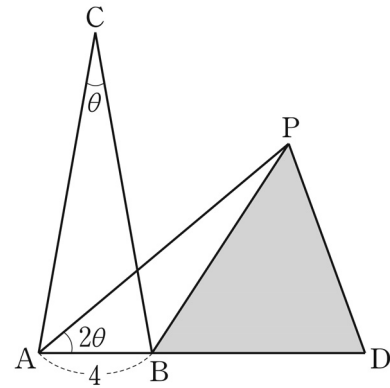
23a의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 도시의 중앙공원을 이용한 경험이 있는 주민의 비율을 알아보기 위하여 이 도시의 주민 중  $n$ 명을 임의추출하여 조사한 결과 80%가 이 중앙공원을 이용한 경험이 있다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 도시 주민 전체의 중앙공원을 이용한 경험이 있는 주민의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $[a, b]$ 이다.  $b - a = 0.098$ 일 때,  $n$ 의 값을 구하시오. (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

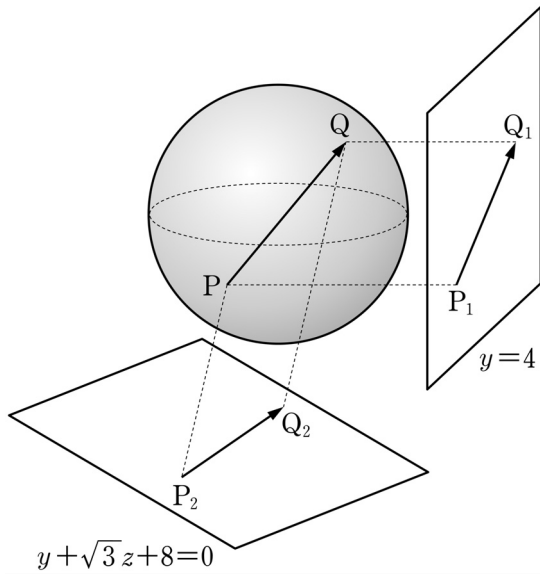
27. 그림과 같이  $y$ 축 위의 점  $A(0, a)$ 와 두 점  $F, F'$ 을 초점으로 하는 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  위를 움직이는 점  $P$ 가 있다.  $\overline{AP} - \overline{FP}$ 의 최솟값이 1일 때,  $a^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 길이가 4인 선분  $AB$ 를 한 변으로 하고,  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ,  $\angle ACB = \theta$ 인 이등변삼각형  $ABC$ 가 있다. 선분  $AB$ 의 연장선 위에  $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점  $D$ 를 잡고,  $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이고  $\angle PAB = 2\theta$ 인 점  $P$ 를 잡는다. 삼각형  $BDP$ 의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} (\theta \times S(\theta))$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ ) [4점]



29. 좌표공간에서 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 두 점 P, Q에서 평면  $y=4$ 에 내린 수선의 발을 각각  $P_1, Q_1$ 이라 하고, 평면  $y + \sqrt{3}z + 8 = 0$ 에 내린 수선의 발을 각각  $P_2, Q_2$ 라 하자.  $2|\overrightarrow{PQ}|^2 - |\overrightarrow{P_1Q_1}|^2 - |\overrightarrow{P_2Q_2}|^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



30. 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x) = f(x)e^{-x}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점  $(1, g(1))$ 과 점  $(4, g(4))$ 는 곡선  $y = g(x)$ 의 변곡점이다.
- (나) 점  $(0, k)$ 에서 곡선  $y = g(x)$ 에 그은 접선의 개수가 3인  $k$ 의 값의 범위는  $-1 < k < 0$ 이다.

$g(-2) \times g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- \* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.