

# 수학 영역(B형)

## 제 2 교시

1

1.  $4^{\frac{1}{2}} \times \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 6                      ② 8                      ③ 10  
④ 12                     ⑤ 14

3. 함수  $f(x) = 3x^2 - x$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A + 2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 8                      ② 9                      ③ 10  
④ 11                     ⑤ 12

4. 지수방정식  $16^x - 6 \times 4^x + 8 = 0$ 의 두 실근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

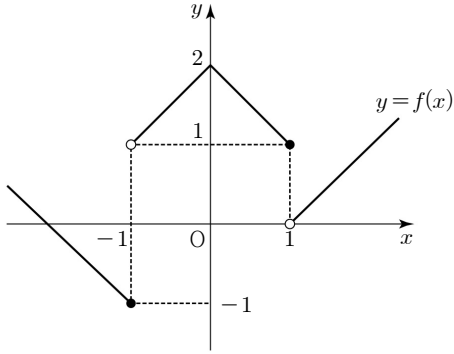
- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2  
④  $\frac{5}{2}$                      ⑤ 3

# 2

# 수학 영역(B형)

5. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,

$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-0} f(-x)$ 의 값은? [3점]



- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

6.  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$ 일 때,  $\cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{4}{9}$
- ②  $\frac{5}{9}$
- ③  $\frac{2}{3}$
- ④  $\frac{7}{9}$
- ⑤  $\frac{8}{9}$

7. 그림은 어느 공원의 입구에서 출발하여 자전거 대여소와 반납 장소를 거쳐 출구에 도착하는 경로를 나타낸 것이고, 구간별 거리는 표와 같다.

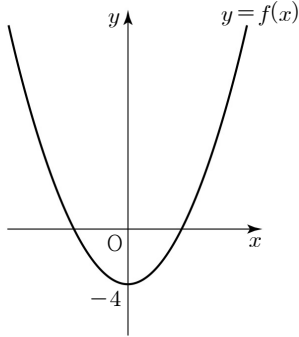


구간	거리 (km)	
입구 → 자전거 대여소	1	
자전거 대여소 → 반납 장소	8	
반납 장소 → 출구	2	

공원의 입구에서 자전거 대여소까지 속력  $v$ 로 걸은 후, 자전거 대여소에서 반납 장소까지 속력  $4v$ 로 자전거를 타고 이동하고, 반납 장소에서 출구까지 속력  $v+1$ 로 걸으려고 한다. 공원의 입구에서 출발하여 출구에 도착할 때까지 걸리는 총 시간이 1시간 30분 이하가 되도록 할 때, 속력  $v$ 의 최솟값은? (단, 자전거를 대여하고 반납하는 데 걸리는 시간은 무시하고, 속력의 단위는 km/시이다.) [3점]

- ①  $\frac{5}{2}$
- ② 3
- ③  $\frac{7}{2}$
- ④ 4
- ⑤  $\frac{9}{2}$

8. 꼭짓점의 좌표가  $(0, -4)$ 인 이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



방정식  $f(x) + x = \sqrt{f(x) + x} + 2$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
 ④ 3                      ⑤ 4

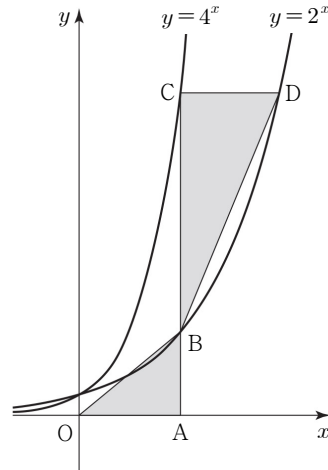
9. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k a_k = n^2(n+1)$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① 3                      ②  $\frac{7}{2}$                       ③ 4  
 ④  $\frac{9}{2}$                       ⑤ 5

10. 그림과 같이 양수  $k$ 에 대하여 점  $A(k, 0)$ 을 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이 두 곡선  $y = 2^x, y = 4^x$ 과 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 점 C를 지나고  $x$ 축과 평행한 직선이 곡선  $y = 2^x$ 과 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 BDC의 넓이가 삼각형 OAB의 넓이의 3배일 때, 삼각형 BDC의 넓이는? (단, 점 O는 원점이다.) [3점]



- ① 10                      ② 12                      ③ 14  
 ④ 16                      ⑤ 18

11. 추진제를 연소하여 가스가 분사됨에 따라 로켓의 질량은 감소하고, 로켓의 속력은 증가한다.  
 질량이  $m_0$  (ton), 속력이  $v_0$  (km/초)인 로켓이 비행하는 동안 질량이  $m$  (ton), 속력이  $v$  (km/초)로 변할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$v = k\alpha \log\left(\frac{m_0}{m}\right) + v_0$$

(단,  $k$ 는 상수,  $\alpha$ 는 로켓에서 분사된 가스의 속력을 나타내는 상수이고 단위는 km/초이다.)

질량이 200 (ton), 속력이 2 (km/초)인 로켓이 비행하는 동안 질량이 160 (ton), 속력이 2.5 (km/초)로 변하였고, 이후 질량이  $a$  (ton), 속력이 3 (km/초)으로 변하였다.  
 이때,  $a$ 의 값은? (단, 로켓은 직선 궤도를 따라 비행하고 로켓에는 가스 분사로 인한 힘만 작용한다.) [3점]

- ① 122                      ② 125                      ③ 128  
 ④ 131                      ⑤ 134

12. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( na_n - \frac{2n^2}{n+1} \right) = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n - 5b_n) = 3$$

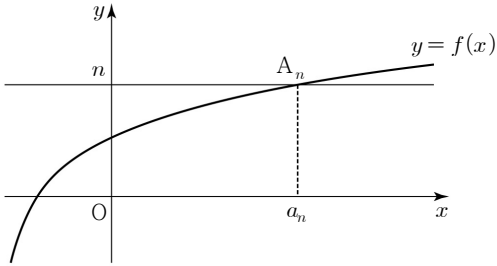
을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 5b_n}{a_n + 10b_n}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{8}$                       ②  $\frac{7}{8}$                       ③  $\frac{9}{8}$   
 ④  $\frac{11}{8}$                       ⑤  $\frac{13}{8}$

[13~14] 함수  $f(x) = \log_2(x+3)$ 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=n$ 이 만나는 점을  $A_n$ 이라 하자.

점  $A_n$ 의  $x$ 좌표를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [3점]



- ① 2010                      ② 2012                      ③ 2014  
 ④ 2016                      ⑤ 2018

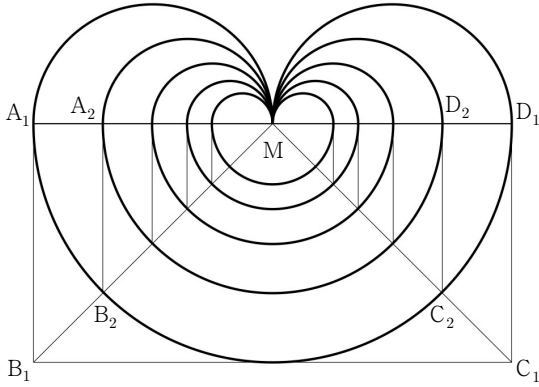
14. 함수  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x-2)}{g(x)+2}$ 의 값은? [4점]

- ①  $(\ln 2)^2$                       ②  $\ln 2$                       ③ 1  
 ④  $\frac{1}{\ln 2}$                       ⑤  $\frac{1}{(\ln 2)^2}$

# 6

# 수학 영역(B형)

15. 그림과 같이  $\overline{A_1B_1}=1$ ,  $\overline{A_1D_1}=2$ 인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에 대하여 선분  $A_1D_1$ 의 중점을 M이라 하자.  
 선분  $A_1D_1$ 을 지름으로 하는 반원과 선분  $A_1M$ 과 선분  $MD_1$ 을 각각 지름으로 하는 두 반원을 그려서 얻은  $\heartsuit$  모양의 도형의 둘레의 길이를  $l_1$ 이라 하자.  
 선분  $MB_1$ 과 선분  $MC_1$ 이 선분  $A_1D_1$ 을 지름으로 하는 반원과 만나는 점을 각각  $B_2, C_2$ 라 하고, 점  $B_2$ 와 점  $C_2$ 에서 선분  $A_1D_1$ 에 내린 수선의 발을 각각  $A_2, D_2$ 라 하자. 선분  $A_2D_2$ 를 지름으로 하는 반원과 선분  $A_2M$ 과 선분  $MD_2$ 를 각각 지름으로 하는 두 반원을 그려서 새로 얻은  $\heartsuit$  모양의 도형의 둘레의 길이를  $l_2$ 라 하자.  
 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은  $\heartsuit$  모양의 도형의 둘레의 길이를  $l_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $(1 + \sqrt{2})\pi$
- ②  $(2 + \sqrt{2})\pi$
- ③  $(3 + 2\sqrt{2})\pi$
- ④  $(4 + 2\sqrt{2})\pi$
- ⑤  $(5 + 3\sqrt{2})\pi$

16. 두 함수

$$f(x) = |x|, \quad g(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$$

에 대하여  $x=0$ 에서 미분가능한 함수만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

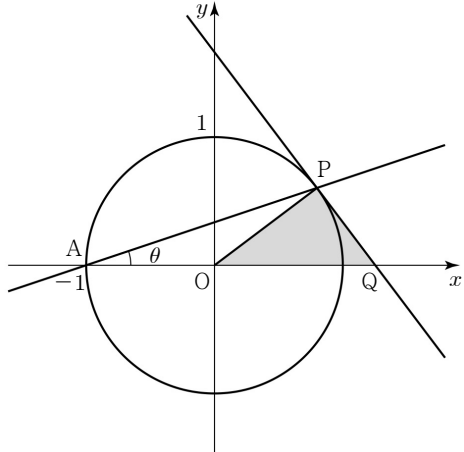
< 보기 >		
ㄱ. $xf(x)$	ㄴ. $f(x)g(x)$	ㄷ. $ f(x)-g(x) $

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 1$  위의 점  $A(-1, 0)$ 을 지나는 직선이 제1사분면에서 원과 만나는 점을 P, 점 P에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을 Q라 하자.

삼각형 POQ의 넓이가  $\frac{3}{8}$ 일 때,  $\angle PAO = \theta$ 이다.

$\tan\theta$ 의 값은? (단, 점 O는 원점이다.) [4점]



- ①  $\frac{2}{9}$
- ②  $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- ③  $\frac{1}{3}$
- ④  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- ⑤  $\frac{4}{9}$

18. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_{10} = 8a_4, \quad a_3 + a_7 = 10$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^{10} \frac{a_{n+1} - a_n}{(a_n + 1)(a_{n+1} + 1)}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{31}{66}$
- ②  $\frac{17}{33}$
- ③  $\frac{37}{66}$
- ④  $\frac{20}{33}$
- ⑤  $\frac{43}{66}$

19. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|x|^n + 2|x| + 1}{|x|^n + 1}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$

ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = 3$

ㄷ. 함수  $(x^2 - 1)f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = 1$ 이고,

$$n(n+2)a_{n+1}^2 = \sum_{k=1}^n a_k^2 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정의 일부이다.

$$a_n^2 = b_n, \quad \sum_{k=1}^n a_k^2 = S_n \text{ 이라 하면}$$

$$b_1 = 1, \quad n(n+2)b_{n+1} = S_n$$

$$b_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2) \text{ 이고, } b_1 = 1, \quad b_2 = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$b_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times b_n \dots\dots (*)$$

(\*)의  $n$ 에 1, 2, 3,  $\dots$ ,  $n-1$ 을 차례로 대입하여 얻어진  $(n-1)$ 개의 등식을 변끼리 곱하여 정리하면

2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{f(11)}{g(12)}$ 의 값은? [4점]

- ① 66                      ② 67                      ③ 68  
 ④ 69                      ⑤ 70



21. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$AB+B=A, ABA-A^2=E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

- ㄱ.  $AB=BA$
- ㄴ.  $A^3+B^3=E$
- ㄷ.  $(B+E)^{30}=-3^{15}E$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22.  $x, y$ 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 4 & k-9 \\ k-5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 상수  $k$ 의 값을 구하시오.  
[3점]

23. 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항이  $a_n = 2n^2 + n$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 의  
계차수열을  $\{b_n\}$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{10} b_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

24.  $0 \leq x \leq 2\pi$  일 때, 삼각방정식

$$\cos x + \cos 2x = 0$$

을 만족시키는 모든 해의 합은  $a\pi$ 이다.  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 분수방정식

$$\frac{x^2}{x-1} - \frac{6x}{x+2} = \frac{x^2+8x-24}{x^2+x-2}$$

의 모든 실근의 곱을 구하시오. [3점]

26. 삼차함수  $f(x)$ 가

$$f(0) = -3, f(1) = f(2) = f(3) = 3$$

을 만족시킬 때,  $f'(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 자연수  $n$ 에 대하여  $\log n$ 의 지표와 가수를 각각  $f(n), g(n)$ 이라 하자. 두 집합  $A, B$ 를

$$A = \{n \mid f(3n) = f(n) + 1, n \text{은 } 50 \text{ 이하의 자연수}\}$$

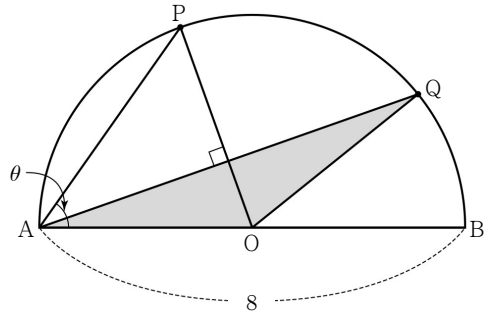
$$B = \{g(n) \mid n \in A\}$$

라 할 때, 집합  $B$ 의 원소의 개수를 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 중심이  $O$ 이고 길이가 8인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 반원 위에 점  $P$ 가 있다. 점  $A$ 를 지나고 직선  $OP$ 에 수직인 직선이 반원과 만나는 점을  $Q$ 라 하자.

$\angle PAO = \theta$  ( $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ )일 때, 삼각형  $AOQ$ 의 넓이를

$S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}+0} \frac{S(\theta)}{\theta - \frac{\pi}{4}}$ 의 값을 구하시오. [4점]



29.  $x$ 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} (x-n)(x-2n)(x-3n) \geq 0 \\ \frac{x-20}{x} \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 자연수  $x$ 의 개수가 10이 되도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점  $A(12n+1, 0)$ ,  $B(0, 5n)$

을 지름의 양 끝으로 하는 원이 있다. 원점  $O$ 와 원 위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $OAP$ 의 넓이의 최댓값을  $S(n)$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S(n)}{n^2}$ 의 값을 구하시오. (단, 점  $P$ 는  $x$ 축 위의 점이 아니다.)

[4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.