

제 2 교시

수학 영역(B형)

1

5지선다형

1. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 역행렬 A^{-1} 의 모든 성분의 합은?
[2점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

2. 함수 $f(x) = x \ln x$ 에 대하여 $f'(e)$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.) [2점]

① $2e$ ② $e+1$ ③ 3 ④ e ⑤ 2

3. $\sin 2x = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos^2 x - \sin^2 x$ 의 값은? (단, $0 < x < \frac{\pi}{4}$ 이다.)
[2점]

- ① 0 ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ 1

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{9}{16}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고,

$$(n+1)a_{n+1} - na_n = 3 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킬 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

6. 어떤 무선 수신기에서 수신 가능한 신호의 최소 크기 P 와 수신기의 잡음 지수 F (dB) 그리고 수신기의 주파수 대역 B (Hz) 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$P = a + F + 10 \log B \quad (\text{단, } a \text{는 상수이다.})$$

잡음 지수가 5 이고 주파수 대역이 B_1 일 때의 수신 가능한 신호의 최소 크기와 잡음 지수가 15이고 주파수 대역이 B_2 일 때

의 수신 가능한 신호의 최소 크기가 같을 때, $\frac{B_2}{B_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ 10 ⑤ 20

7. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = \cos 2x + ax^2 + a$$

를 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $-\frac{3}{2}\pi$ ② $-\pi$ ③ $-\frac{\pi}{2}$ ④ 0 ⑤ $\frac{\pi}{2}$

8. 같은 종류의 구슬 다섯 개를 서로 다른 세 개의 주머니에 나누어 넣으려고 한다. 각 주머니 안의 구슬이 세 개 이하가 되도록 넣는 방법의 수는? (단, 구슬끼리는 서로 구별하지 않고 빈 주머니가 있을 수도 있다.) [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

9. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\{1+f(2x)\}}{x} = 10$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 어느 생수 회사에서 생산하는 생수

1병의 무게는 평균 500, 표준편차 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 생수 회사에서는 생수 4병을 한 세트로 하여 판매한다. 임의로 택한 한 세트의 무게가 2030 이상일 확률을 오른쪽 표

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 g이다.) [3점]

- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0456
 ④ 0.0668 ⑤ 0.1587

11. 두 실수 a, b 에 대하여 행렬 A 를 $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $A^2 = O$ 이면 $A = O$ 이다.
 ㄴ. $A^2 + E = O$ 를 만족시키는 행렬 A 의 개수는 2이다.
 ㄷ. $A^2 - A = O$ 를 만족시키는 행렬 A 의 개수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고

$$a_{n+1} = \frac{na_n + 6}{n+2} \quad (n \geq 1)$$

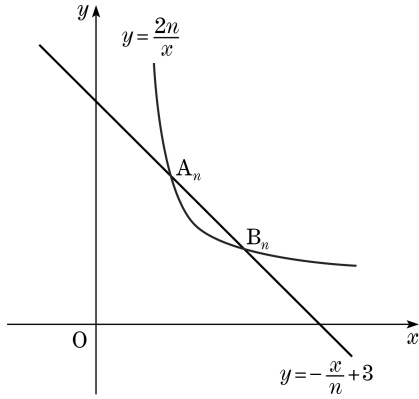
을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여
 $(n+2)a_{n+1} = na_n + 6$
 이다. $b_n = n(n+1)a_n$ 이라 하면
 $b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}}$
 이고, $b_1 = 2$ 이므로
 $b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$
 이다. 따라서
 $a_n = \frac{\boxed{\text{(나)}}}{n(n+1)} \quad (n \geq 1)$
 이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(4)+g(10)$ 의 값은? [3점]

- ① 356 ② 357 ③ 358 ④ 359 ⑤ 360

[13~14] 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \frac{2n}{x}$ 과 직선 $y = -\frac{x}{n} + 3$ 의 두 교점을 A_n, B_n 이라 할 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13 선분 $A_n B_n$ 의 길이를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (l_{n+1} - l_n)$ 의 값은?

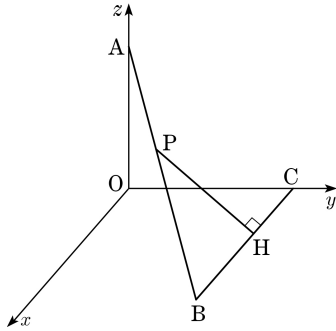
[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

14 곡선 $y = \frac{2n}{x}$ 과 직선 $y = -\frac{x}{n} + 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $S_{n+1} - S_n$ 의 값은? [4점]

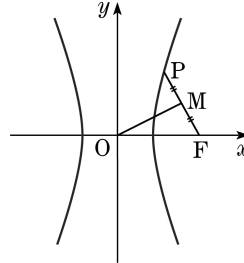
- ① $\frac{3}{2} - 2\ln 2$ ② $1 - \ln 2$ ③ $\frac{3}{2} - \ln 2$
 ④ $1 + \ln 2$ ⑤ $\frac{3}{2} + 2\ln 2$

15 그림과 같이 좌표공간에 세 점 $A(0, 0, 3)$, $B(5, 4, 0)$, $C(0, 4, 0)$ 이 있다. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{PH}=3$ 이다. 삼각형 PBH 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{14}{5}$ ② $\frac{16}{5}$ ③ $\frac{18}{5}$ ④ 4 ⑤ $\frac{22}{5}$

16 그림과 같이 한 초점이 F 이고 점근선의 방정식이 $y=2x$, $y=-2x$ 인 쌍곡선이 있다. 제1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P 에 대하여 선분 PF 의 중점을 M 이라 하자. $\overline{OM}=6$, $\overline{MF}=3$ 일 때, 선분 OF 의 길이는? (단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{55}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

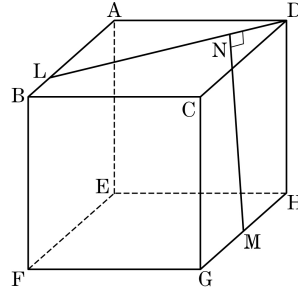
17. 이차함수 $f(x)$ 와 삼차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)$ 의 이차항의 계수와 $g(x)$ 의 삼차항의 계수의 곱은 음수이다.
- (나) $f(-2) = f(3) = 0$
- (다) 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 가 만나는 세 점의 x 좌표는 각각 $-2, 2, 5$ 이다.

분수방정식 $g(x) \left\{ \frac{g(x)}{f(x)} - 1 \right\} = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [4점]

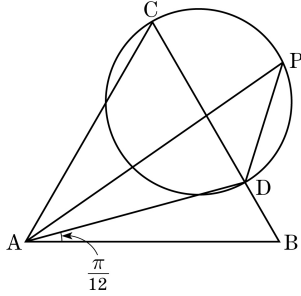
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 20인 정육면체 $ABCD - EFGH$ 가 있다. 모서리 AB 를 3 : 1로 내분하는 점을 L , 모서리 HG 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 선분 LD 에 내린 수선의 발을 N 이라 할 때, 선분 MN 의 길이는? [4점]



- ① $12\sqrt{3}$ ② $8\sqrt{7}$ ③ $15\sqrt{2}$
 ④ $4\sqrt{29}$ ⑤ $4\sqrt{30}$

19. 그림과 같이 정삼각형 ABC의 한 변 CB 위에 점 D를 $\angle DAB = \frac{\pi}{12}$ 가 되도록 정하고, 선분 CD를 지름으로 하는 원을 평면 ABC 위에 그린다. 이 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle CDP = \theta$ 라 하자. 삼각형 ADP의 넓이가 최대가 되도록 하는 θ 에 대하여 $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

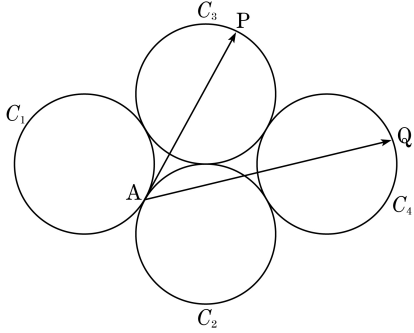
20. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(2) = 1$
 (나) $\int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{4}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ f\left(\frac{2k}{n}\right) - f\left(\frac{2k-2}{n}\right) \right\} \frac{k}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

21. 그림과 같이 평면 위에 반지름의 길이가 1인 네 개의 원 C_1, C_2, C_3, C_4 가 서로 외접하고 있고, 두 원 C_1, C_2 의 접점을 A라 하자. 원 C_3 위를 움직이는 점 P와 원 C_4 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값은? [4점]



- ① $4\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ② 6 ③ $3\sqrt{3} + 1$
- ④ $3\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ⑤ 7

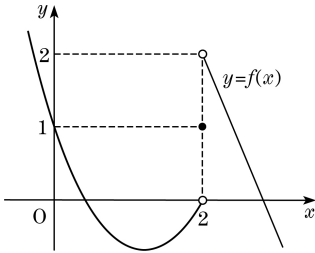
단답형

22. ${}_5C_0 + {}_5C_1 + {}_5C_2 + {}_5C_3 + {}_5C_4 + {}_5C_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{7}\right)$ 을 따르고, X 의 평균이 3일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

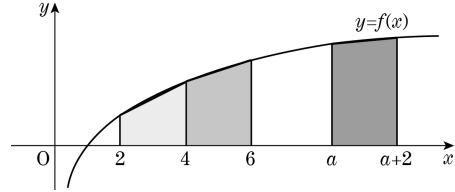
24. 좌표평면에서 두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬이 각각 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 일 때, 합성변환 $f \circ g$ 에 의하여 점 $(3, 2)$ 가 점 (a, b) 로 옮겨진다. $10a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 함수 $g(x)=ax^3+bx^2+cx+10$ (a, b, c 는 상수)에 대하여 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이다. $g(1)+g(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

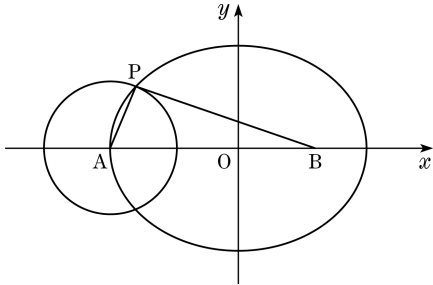


26. 함수 $f(x) = \log_2 x$ 에 대하여 좌표평면에서 네 점 $(t, f(t)), (t, 0), (t+2, 0), (t+2, f(t+2))$ (단, $t > 1$)

을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 $S(t)$ 라 하자. $S(2), S(4), S(a)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a = \sqrt{n}-1$ 이다. 자연수 n 의 값을 구하시오. [4점]



27. 그림과 같이 점 $A(-5, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원과 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 한 교점을 P 라 하자. 점 $B(3, 0)$ 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB} = 10$ 일 때, $10r$ 의 값을 구하시오. [4점]



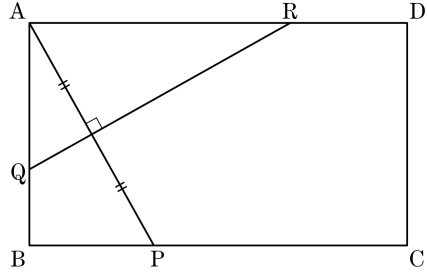
28. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = \frac{1}{8}$ 이고,

$$a_n a_{n+1} = 2^n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_{2n-1}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표공간에서 중심이 $C(1, 2, 1)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 구가 두 평면 α, β 와 접하는 점을 각각 P, Q 라 하자. 두 평면 α, β 의 교선의 방정식이 $x = -y = z$ 일 때, 삼각형 CPQ 의 넓이는 S 이다. $100S$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 $\overline{AB} = 2, \overline{AD} = 2\sqrt{3}$ 인 직사각형 $ABCD$ 가 있다. 선분 BC 위의 점 P 에 대하여 선분 AP 의 수직이등분선이 두 직선 AB, AD 와 만나는 점을 각각 Q, R 라 하자. 선분 QR 의 길이의 최솟값이 k 일 때, $4k^2$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P 는 점 B 가 아니다.) [4점]



※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.