2013학년도 10월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수학 영역 •

수학 A형 정답

1	②	2	③	3	①	4	④	5	②
6	⑤	7	①	8	⑤	9	④	10	①
11	⑤	12	②	13	④	14	②	15	①
16	③	17	④	18	⑤	19	③	20	③
21	②	22	26	23	6	24	12	25	61
26	5	27	4	28	64	29	400	30	11

해 설

1. [출제의도] 로그를 계산하여 값을 구한다.

$\frac{1}{2}\log_2 8-\log_2\sqrt{2}=\frac{1}{2}\log_2 2^3-\log_2 2^{\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$

2. [출제의도] 행렬을 계산하여 성분의 합을 구한다.

$A-2B=\begin{pmatrix}2&3\\1&2\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}-1&2\\3&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&-1\\-5&0\end{pmatrix}$

따라서 모든 성분의 합은 -2이다.

3. [출제의도] 수열의 극한을 계산한다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2+n-3}{3n^2-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{2+\frac{1}{n}-\frac{3}{n^2}}{3-\frac{1}{n^2}}=\frac{2+0-0}{3-0}=\frac{2}{3}$

4. [출제의도] 정적분의 값을 계산한다.

$\int_0^1(3x^2-4x+5)dx=\left[x^3-2x^2+5x\right]_0^1=4$

5. [출제의도] 그래프를 나타내는 행렬의 성질을 이해하여 값을 구한다.

그래프를 나타내는 행렬의 각 성분은 왼쪽 위에서 오른쪽 아래로 향하는 대각선에 대하여 대칭이다. 그러므로 a, b는 행렬 M의 $(4,1)$성분, $(2,5)$성분과 각각 같다.

$\therefore\ a=0$, $b=1$

따라서 행렬 M의 모든 성분의 합이 14이므로 그래프 G의 변의 개수는 7이다.

6. [출제의도] 이항정리를 이해하고 항의 계수를 구한다.

$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^7$의 전개식의 일반항은

${}_7C_r(x^2)^{7-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r={}_7C_r\,x^{14-3r}$

$14-3r=2$에서 $r=4$

따라서 x^2의 계수는 ${}_7C_4=35$이다.

7. [출제의도] 서로 배반인 두 사건의 확률의 덧셈정리를 이해하고 값을 구한다.

$A^C\cap B^C=(A\cup B)^C$ 이므로

$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=1-\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{1}{4}$

$\therefore\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{3}{4}$

두 사건 A, B가 서로 배반이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$이다.

따라서 $\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\mathrm{P}(B)$에서 $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}$이다.

8. [출제의도] 미분계수의 정의를 이해하고 극한값을 구한다.

$\lim_{x\to2}(x-2)=0$ 이므로 $\lim_{x\to2}\{f(x)-1\}=0$

$\therefore\ f(2)=1$

$\lim_{x\to2}\frac{f(x)-1}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=2$

$\therefore\ \lim_{h\to0}\frac{f(2+h)-f(2-h)}{h}$

$=\lim_{h\to0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}+\lim_{h\to0}\frac{f(2-h)-f(2)}{-h}$

$=2f'(2)=2\times2=4$

9. [출제의도] 로그부등식을 이해하고 그 해를 구한다.

$1<\log_4\frac{x^2-1}{2}<3$에서 $4<\frac{x^2-1}{2}<64$

$\therefore\ 9<x^2<129$

따라서 $x=\pm4$, ±5, ±6, ±7, ±8, ±9, ±10, ±11이므로 구하는 개수는 16이다.

10. [출제의도] 중복조합을 이해하고 경우의 수를 구한다.

(ⅰ) 4명의 학생 중에서 선물을 받을 2명을 택하는 경우의 수는 ${}_4C_2=6$ 이다.

(ⅱ) (ⅰ)에서 택한 2명에게 4개의 선물을 적어도 하나씩 나누어 주는 방법의 수는 각각 하나씩 나누어 주고 남은 2개에서 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로 ${}_{2+2-1}C_2=3$이다.

$\therefore\ {}_4C_2\times3=18$

11. [출제의도] 함수의 극대와 극소를 이해하고 주어진 값을 구한다.

$f'(x)=3x^2-2x-5=(x+1)(3x-5)$

$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{3}$

함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	$\frac{5}{3}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	$f(-1)$	↘	$f\left(\frac{5}{3}\right)$	↗

함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극댓값을 가지므로

$f(-1)=-1-1+5+k=20$

$\therefore\ k=17$

12. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 실생활과 관련된 문제를 해결한다.

잡음 지수가 5이고 주파수 대역이 B_1일 때의 수신 가능한 신호의 최소 크기를 P_1이라 하면

$P_1=a+5+10\log B_1$

잡음 지수가 15이고 주파수 대역이 B_2일 때의 수신 가능한 신호의 최소 크기를 P_2라 하면

$P_2=a+15+10\log B_2$

$P_1=P_2$이므로

$a+5+10\log B_1=a+15+10\log B_2$

$\log B_2-\log B_1=-1$, $\log\frac{B_2}{B_1}=-1$

$\therefore\ \frac{B_2}{B_1}=10^{-1}=\frac{1}{10}$

13. [출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프를 이해하고 주어진 값을 구한다.

$\mathrm{A}(0,1)$, $\mathrm{B}(1,0)$이고 선분 AB가 정사각형의 한 변이므로 $\mathrm{C}(1,2)$, $\mathrm{D}(2,1)$이다.

이때 직선 $y=-x+k$가 점 $\mathrm{C}(1,2)$를 지나므로

$2=-1+k$

$\therefore\ k=3$

14. [출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프를 통해 주어진 이산확률변수의 기댓값을 구한다.

주사위의 눈의 수를 n이라 하면

$\mathrm{C}(n,2^n)$, $\mathrm{D}(2^n,n)$이므로

$\overline{\mathrm{CD}}=\sqrt{(2^n-n)^2+(n-2^n)^2}=\sqrt{2}(2^n-n)$

1부터 6까지의 값을 가지는 n에 대하여 선분 CD의 길이 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

n	1	2	$\cdots$	6	계
X	$\sqrt{2}(2^1-1)$	$\sqrt{2}(2^2-2)$	$\cdots$	$\sqrt{2}(2^6-6)$	
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\cdots$	$\frac{1}{6}$	1

따라서 X의 기댓값은

$\mathrm{E}(X)=\sum_{n=1}^{6}\sqrt{2}(2^n-n)\times\frac{1}{6}$

$=\frac{\sqrt{2}}{6}\left\{\frac{2(2^6-1)}{2-1}-\frac{6\times7}{2}\right\}$

$=\frac{35\sqrt{2}}{2}$

15. [출제의도] 수열의 일반항을 추론한다.

$a_{n+1}=\frac{na_n+6}{n+2}$의 양변에 $(n+2)$를 곱하면

$(n+2)a_{n+1}=na_n+6$

이다. 다시 양변에 $(n+1)$을 곱하면

$(n+1)(n+2)a_{n+1}=n(n+1)a_n+6(n+1)$

이다. $b_n=n(n+1)a_n$이라 하면

$b_{n+1}=b_n+\boxed{6(n+1)}$

이다. $b_1=2$이고 $b_{n+1}-b_n=6(n+1)$이므로

$b_n=b_1+\sum_{k=1}^{n-1}6(k+1)$

$=2+6\left\{\frac{n(n-1)}{2}+(n-1)\right\}$

$=\boxed{3n^2+3n-4}$ $(n\geq1)$

이다. $n(n+1)a_n=3n^2+3n-4$이므로

$a_n=\frac{\boxed{3n^2+3n-4}}{n(n+1)}$ $(n\geq1)$

$f(n)=6(n+1)$, $g(n)=3n^2+3n-4$이므로

$f(4)+g(10)=30+326=356$

16. [출제의도] 주어진 함수의 그래프에서 극한과 연속을 추측한다.

ㄱ. $\lim_{x\to-1-0}f(x)+\lim_{x\to1+0}f(x)=1+(-1)=0$ (참)

ㄴ. $\lim_{x\to1-0}f(-x)=\lim_{t\to-1+0}f(t)=-1$

$\lim_{x\to1+0}f(-x)=\lim_{t\to-1-0}f(t)=1$

$\lim_{x\to1-0}f(-x)\neq\lim_{x\to1+0}f(-x)$이므로 함수 $f(-x)$는 $x=1$에서의 극한값이 존재하지 않는다. (거짓)

ㄷ. $f(1)f(-1)=1\times(-1)=-1$

$\lim_{x\to1-0}f(x)f(-x)=1\times(-1)=-1$

$\lim_{x\to1+0}f(x)f(-x)=(-1)\times1=-1$

$\therefore\ \lim_{x\to1}f(x)f(-x)=-1$

따라서 $f(1)f(-1)=\lim_{x\to1}f(x)f(-x)$이므로 함수 $f(x)f(-x)$는 $x=1$에서 연속이다. (참)

17. [출제의도] 실생활과 관련하여 모평균에 대한 신뢰구간을 구한다.

딸기의 무게 X가 평균이 m이고 표준편차가 σ인 정규분포 $\mathrm{N}(m,\sigma^2)$을 따른다고 하자. 임의추출한 크기가 n인 표본의 표본평균 $\overline{X}=20$, 표본표준편차 $s=5$의 결과를 이용하여 모평균 m을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간은

$\left[20-1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}},\ 20+1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}}\right]$

조건에서 신뢰구간이 $[19.02,\ a]$이므로

$20-1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}}=19.02$, $20+1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}}=a$

위의 식을 풀면 $n=100$, $a=20.98$

$\therefore\ n+a=120.98$

18. [출제의도] 주어진 도형을 통해 함수의 극한값을 구한다.

삼각형 OAB의 넓이를 S, 원의 중심을 C라 하면 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{a^2+9}$, $S=\triangle\mathrm{COA}+\triangle\mathrm{CBO}+\triangle\mathrm{CAB}$ 이므로

$S=\frac{3}{2}a=r\times\frac{a+3+\sqrt{a^2+9}}{2}$

위의 식을 정리하면

$\frac{r}{a}=\frac{3}{a+3+\sqrt{a^2+9}}$

$\therefore\ \lim_{a\to+0}\frac{r}{a}=\lim_{a\to+0}\frac{3}{a+3+\sqrt{a^2+9}}=\frac{3}{3+\sqrt{9}}=\frac{1}{2}$

19. [출제의도] 주어진 도형에서 무한등비급수의 합을 추측하여 구한다.

R_1에 있는 원의 반지름의 길이는 $2-\sqrt{2}$ 이므로

$S_1=(2-\sqrt{2})^2\pi$

R_2에 있는 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$\overline{\mathrm{AC}}=2\sqrt{2}x+2(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

$x=2-\sqrt{2}$

R_1에 있는 원과 R_2에 있는 작은 원의 넓이의 비는

$2^2:(2-\sqrt{2})^2=1:\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

따라서 R_n과 R_{n+1}에서 각각 새로 그려지는 두 원의 넓이의 비는 $1:\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$이고 원의 개수의 비는 $1:2$ 이다.

그러므로 구하는 무한급수의 합은 첫째항이 $S_1=(2-\sqrt{2})^2\pi$ 이고, 공비가 $2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=3-2\sqrt{2}$ 인 무한등비급수의 합과 같다.

$\therefore\ \lim_{n\to\infty}S_n=\frac{(2-\sqrt{2})^2\pi}{1-(3-2\sqrt{2})}=(\sqrt{2}-1)\pi$

20. [출제의도] 미분계수를 이용하여 접선의 방정식의 성질을 알고 주어진 값을 구한다.

$f(x)=x^3+ax$를 미분하면

$f'(x)=3x^2+a$

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 기울기는

$f'(-1)=3+a$

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식은

$y=(3+a)(x+1)+(-1-a)$

이 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점을 구하면

$x^3+ax=(3+a)(x+1)+(-1-a)$

$x^3-3x-2=0$, $(x+1)^2(x-2)=0$

$\therefore\ b=2$

따라서 점 B의 좌표는 $(2,\ 8+2a)$ 이다.

마찬가지로 점 B에서의 접선의 방정식은

$y=(12+a)(x-2)+(8+2a)$

이 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점을 구하면

$x^3+ax=(12+a)(x-2)+(8+2a)$

$x^3-12x+16=0$, $(x-2)^2(x+4)=0$

$\therefore\ c=-4$

주어진 조건에서

$f(b)+f(c)=f(2)+f(-4)=8+2a-64-4a=-80$

$\therefore\ a=12$

[다른 풀이]

점 A에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하면

$f(x)-g(x)=(x+1)^2(x-b)$

$g(x)$는 일차식이므로 $f(x)-g(x)$는 이차항을 갖지 않는다. 즉, 이차항의 계수는 0이므로

$-b+2=0\ \therefore\ b=2$

점 B에서의 접선의 방정식을 $y=h(x)$라 하면

$f(x)-h(x)=(x-2)^2(x-c)$

마찬가지로 이차항의 계수는 0이므로

$-c-4=0\ \therefore\ c=-4$

따라서

$f(b)+f(c)=f(2)+f(-4)=-56-2a=-80$

$\therefore\ a=12$

21. [출제의도] 정적분을 이용하여 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 알고 주어진 값을 구한다.

두 점 $\mathrm{A}(2,0)$, $\mathrm{B}(0,3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=-\frac{3}{2}x+3$

이 직선과 함수 $y=ax^2$의 그래프의 교점의 x좌표를 p라 하면

$-\frac{3}{2}p+3=ap^2$ …… ㉠

$S_1=\int_0^p\left\{\left(-\frac{3}{2}x+3\right)-ax^2\right\}dx$

$=\left[-\frac{3}{4}x^2+3x-\frac{1}{3}ax^3\right]_0^p$

$=-\frac{3}{4}p^2+3p-\frac{1}{3}ap^3$

$=-\frac{3}{4}p^2+3p-\frac{1}{3}p\left(-\frac{3}{2}p+3\right)$

$=-\frac{1}{4}p^2+2p$ …… ㉡

한편 $S_1+S_2=\frac{1}{2}\times2\times3=3$이고 $S_1:S_2=13:3$이므로

$S_1=3\times\frac{13}{16}=\frac{39}{16}$ …… ㉢

㉡, ㉢에서 $-\frac{1}{4}p^2+2p=\frac{39}{16}$

$4p^2-32p+39=0$

$(2p-3)(2p-13)=0$

따라서 $p=\frac{3}{2}$ ($\because\ 0<p<2$)

그러므로 ㉠에서 $-\frac{9}{4}+3=\frac{9}{4}a$

$\therefore\ a=\frac{1}{3}$

22. [출제의도] 등차수열의 일반항을 계산한다.

수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면 $a_1=2$이고

$a_4+a_{10}=28$

$(a_1+3d)+(a_1+9d)=28$

$4+12d=28\ \therefore\ d=2$

$\therefore\ a_{13}=a_1+12d=2+12\times2=26$

23. [출제의도] 연립일차방정식의 해를 이해하고 주어진 값을 구한다.

연립방정식 $\begin{pmatrix}t & 2\\ 6 & t-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 가지므로 행렬 $\begin{pmatrix}t & 2\\ 6 & t-4\end{pmatrix}$이 역행렬을 갖지 않는다.

$t(t-4)-2\times6=0$

$(t+2)(t-6)=0$

$\therefore\ t=6$ ($\because\ t>0$)

24. [출제의도] 무한급수의 수렴과 발산을 이해하고 수열의 극한값을 구한다.

무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3-a_n}{2}$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}\frac{3-a_n}{2}=0$, $\lim_{n\to\infty}a_n=3$

$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\frac{4na_n+5}{n-3}=\lim_{n\to\infty}\frac{4a_n+\frac{5}{n}}{1-\frac{3}{n}}=\frac{4\times3+0}{1-0}=12$

25. [출제의도] 확률의 정의를 이해하고 확률의 값을 구한다.

4장의 카드에서 2장을 뽑는 방법의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2=6$이고 이 중에서 '한'과 '국'이 적힌 카드를 뽑는 경우의 수는 1이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다.

$\therefore\ 10p+q=60+1=61$

26. [출제의도] 삼차함수의 그래프를 이용하여 미분계수를 구한다.

조건 (가)에서 $f(a)=f(2)=f(6)=k$로 놓으면

$f(a)-k=f(2)-k=f(6)-k=0$

$g(x)=f(x)-k$라 하면

$g(a)=g(2)=g(6)=0$

$g(x)=(x-a)(x-2)(x-6)$

그러므로 $f(x)=(x-a)(x-2)(x-6)+k$

$f(x)$를 미분하면

$f'(x)=(x-2)(x-6)+(x-a)(x-6)+(x-a)(x-2)$

조건 (나)에서 $f'(2)=-4$이므로

$-4(2-a)=-4\ \therefore\ a=1$

$\therefore\ f'(a)=(a-2)(a-6)=(-1)\times(-5)=5$

27. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질을 이해하고 방정식의 해의 개수를 구한다.

양수 x에 대하여 $\log x$의 가수가 $f(x)$이므로 $f(x)=\log3$에서 $\log x$의 가수는 $\log3$이다.

따라서 $\log x=n+\log3$ (n은 정수) …… ㉠

$\frac{1}{100}\le x\le100$일 때, $-2\le\log x\le2$

이것을 ㉠에 대입하면

$-2\le n+\log3\le2$

$-2-\log3\le n\le2-\log3$

$0<\log3<1$이므로 $-3<n<2$

$\therefore\ n=-2,\ -1,\ 0,\ 1$

따라서 구하는 x의 개수는 4이다.

[참고]

x의 값을 구하면 다음과 같다.

(ⅰ) $n=-2$일 때

$\log x=-2+\log3$, $\log x=\log(3\times10^{-2})$

$x=3\times10^{-2}=\frac{3}{100}$

(ⅱ) $n=-1$일 때

$\log x=-1+\log3$, $\log x=\log(3\times10^{-1})$

$x=3\times10^{-1}=\frac{3}{10}$

(ⅲ) $n=0$일 때

$\log x=\log3$

$x=3$

(ⅳ) $n=1$일 때

$\log x=1+\log3$

$x=30$

따라서 구하는 x는 $\frac{3}{100}$, $\frac{3}{10}$, 3, 30이다.

28. [출제의도] 정적분을 이용하여 두 점 사이의 거리의 최댓값을 구한다.

$f(t)=2t^2-8t$, $g(t)=t^3-10t^2+24t$라 하자.

x초 후의 두 점 P, Q 사이의 거리는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$\left|\int_0^x f(t)dt-\int_0^x g(t)dt\right|=\left|\int_0^x\{f(t)-g(t)\}dt\right|$

$h(x)=\int_0^x\{f(t)-g(t)\}dt$라 하자.

$h'(x)=f(x)-g(x)$

$=(2x^2-8x)-(x^3-10x^2+24x)$

$=-x^3+12x^2-32x$

$=-x(x-4)(x-8)$

$h'(x)=0$에서 $x=0,\ 4,\ 8$

$h(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	$\cdots$	4	$\cdots$	8
$h'(x)$	0	$-$	0	$+$	0
$h(x)$	0	↘	$h(4)$	↗	$h(8)$

$h(x)=\int_0^x\{(2t^2-8t)-(t^3-10t^2+24t)\}dt$

$=\int_0^x(-t^3+12t^2-32t)dt$

$$= -\frac{1}{4}x^4 + 4x^3 - 16x^2$$

$x=4$ 일 때

$$|h(x)| = \left[\frac{1}{4}t^4 - 4t^3 + 16t^2\right]_0^4 = 64$$

$x=8$ 일 때

$$|h(x)| = \left[\frac{1}{4}t^4 - 4t^3 + 16t^2\right]_0^8 = 0$$

따라서 $|h(x)|$ 는 $x=4$ 에서 최댓값 64 를 갖는다.

29. [출제의도] 함수의 그래프를 이용하여 주어진 방정식의 해의 합을 구한다.

(i) $0 \le x < 2$ 일 때 $f(x)=5$ 에서

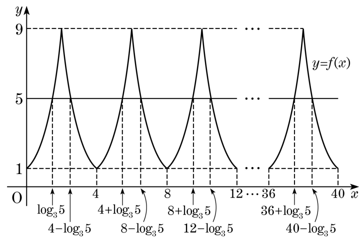
$3^x = 5 \quad \therefore\ x = \log_3 5$

(ii) $2 \le x < 4$ 일 때 $f(x)=5$ 에서

$3^{-x+4} = 5,\ -x+4 = \log_3 5 \quad \therefore\ x = 4 - \log_3 5$

함수 $y=f(x)$ 는 주기가 4 인 주기함수이므로 닫힌 구간 $[0, 40]$ 에서 $f(x)=5$ 인 x 값들을 차례대로 구하면 다음과 같다.

$\log_3 5,\quad 4-\log_3 5,\quad 4+\log_3 5,\quad 8-\log_3 5,\quad 8+\log_3 5,$
$12-\log_3 5,\ 12+\log_3 5,\ \cdots,\ 40-\log_3 5$



따라서 이들을 모두 더하면

$$\{\log_3 5 + (4-\log_3 5)\} + \{(4+\log_3 5) + (8-\log_3 5)\} + \cdots + \{(36+\log_3 5) + (40-\log_3 5)\}$$
$$= 4 + 12 + 20 + \cdots + 76$$
$$= \frac{10 \times (4+76)}{2}$$
$$= 400$$

30. [출제의도] 두 수열의 일반항 사이의 관계를 추측하여 주어진 조건에 맞는 값을 구한다.

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = 6 + (n-1)p$

수열 $\{b_n\}$ 의 일반항은 $b_n = 6p^{n-1}$

수열 $\{b_n\}$ 의 모든 항이 수열 $\{a_n\}$ 의 항이 되려면 모든 자연수 n 에 대하여 $6p^{n-1} = 6 + p(m-1)$ 인 자연수 m 이 존재한다.

$$p(m-1) = 6p^{n-1} - 6$$
$$m-1 = \frac{6p^{n-1}-6}{p} = 6p^{n-2} - \frac{6}{p}$$
$$\frac{6}{p} = 6p^{n-2} - m + 1$$

p^{n-2} ($n \ge 2$)과 m 은 모두 자연수이므로 $\frac{6}{p}$ 도 자연수이다. 따라서 p 는 6 의 약수이다.

$\therefore\ p = 2,\ 3,\ 6$ ($\because\ p > 1$)

그러므로 모든 자연수 p 의 합은 $2+3+6=11$ 이다.

[다른 풀이]

$a_m = b_2$ 인 자연수 m 이 존재하므로

$6+(m-1)p = 6p$ 에서

$$m-1 = \frac{6(p-1)}{p} = 6 - \frac{6}{p}$$

$\frac{6}{p}$ 이 자연수이어야 하므로 p 는 6의 약수이다.

(i) $p=2$ 일 때

$a_m = 4 + 2m,\ b_n = 6 \cdot 2^{n-1}$

(ii) $p=3$ 일 때

$a_m = 3 + 3m,\ b_n = 6 \cdot 3^{n-1}$

(iii) $p=6$ 일 때

$a_m = 6m,\ b_n = 6^n$

(i), (ii), (iii)의 모든 경우 임의의 자연수 n 에 대하여 $b_n = a_m$ 을 만족시키는 m 이 존재하므로 수열 $\{b_n\}$ 의 모든 항은 수열 $\{a_n\}$ 의 항이 된다.

$\therefore\ p = 2,\ 3,\ 6$ 이고 모든 자연수 p 의 합은 11 이다.