

제 2교시

수학 영역 (B형)

5지 선다형

1. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $(2A)^{-1}$ 의 모든 성분의 합은?  
[2점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\frac{3}{4}$       ②  $-\frac{1}{4}$       ③ 0      ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

3. 좌표공간에서 두 점  $A(4, 0, 2)$ ,  $B(2, 3, a)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2 : 1로 내분하는 점이  $xy$  평면 위에 있을 때,  $a$ 의 값은?  
[2점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

4.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

5.  $\cos A = \frac{1}{4}$  일 때,  $\sin^2 \frac{A}{2} + \cos 2A$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{1}{2}$     ②  $-\frac{1}{3}$     ③  $-\frac{1}{4}$     ④  $-\frac{1}{5}$     ⑤  $-\frac{1}{6}$

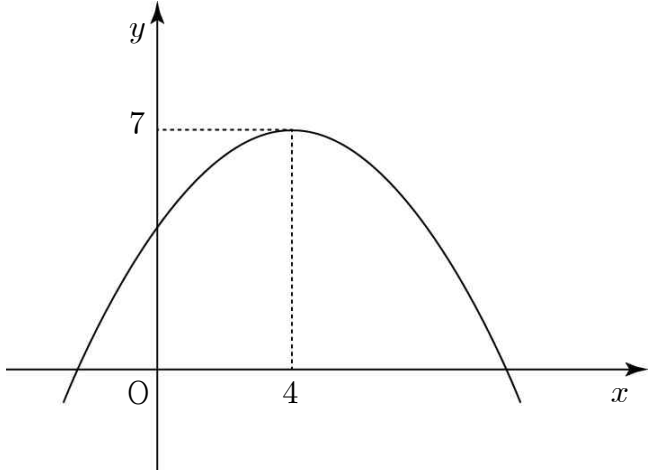
6. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고,  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A^C \cap B^C) = \frac{1}{4}$ 일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 는  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{3}{8}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{5}{8}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

7. 일차변환  $f$ 에 의해서 두 점  $A(3, 0)$ ,  $B(0, 3)$ 이 각각 두 점  $P(3, 2)$ ,  $Q(2, 3)$ 으로 옮겨진다.  $f$ 에 의하여 점  $(3, 3)$ 이 옮겨지는 점을  $(a, b)$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

8. 꼭짓점의 좌표가 (4, 7)인 이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 방정식  $|f(x)|-3=\sqrt{|f(x)|+9}$ 의 서로 다른 모든 실근의 합은? [3점]



- ① 6      ② 12      ③ 18      ④ 24      ⑤ 30

9. 한 개의 주사위를 3번 던져서 나온 눈의 수를 차례로  $a, b, c$ 라 하자. 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & 2c \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않을 때,  $a$ 가 홀수일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

10. 두 일차변환  $f, g$ 에 대하여  $f : (x, y) \rightarrow (2x-3y, 3x-y)$ 이고 합성변환  $g \circ f : (x, y) \rightarrow (2x+3y, x+2y)$ 이다. 역변환  $g^{-1}$ 에 의하여 점 (1, 1)이 옮겨지는 점을 (a, b)라 할 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -5      ② -6      ③ -7      ④ -8      ⑤ -9

11. 컴퓨터 통신이론에서 디지털 신호를 아날로그 신호로 바꾸는 통신장치의 성능을 평가할 때, 전송대역폭은 중요한 역할을 한다. 서로 다른 신호요소의 개수를  $L$ , 필터링과 관련된 변수를  $r$ , 데이터 전송률을  $R$  (bps), 신호의 전송대역폭을  $B$  (Hz)라고 할 때, 다음의 식이 성립한다고 한다.

$$B = \left( \frac{1+r}{\log_2 L} \right) \times R$$

데이터 전송률이 같은 두 통신장치 P, Q의 서로 다른 신호요소의 개수, 필터링과 관련된 변수, 신호의 전송대역폭이 다음과 같을 때,  $k$ 의 값은? [3점]

	서로 다른 신호요소의 개수	필터링과 관련된 변수	신호의 전송대역폭
P	$l^3$	0.32	$b$
Q	$l$	$k$	$4b$

- ① 0.74    ② 0.75    ③ 0.76    ④ 0.77    ⑤ 0.78

12. 함수  $f(x)$ 가

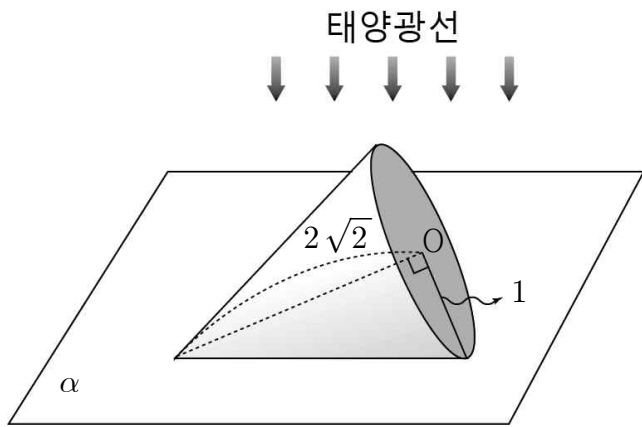
$$f(\cos x) = \sin 2x + \tan x \quad \left( 0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$$

를 만족시킬 때,  $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ①  $-2\sqrt{3}$                       ②  $-\sqrt{3}$                       ③ 0  
 ④  $\sqrt{3}$                               ⑤  $2\sqrt{3}$

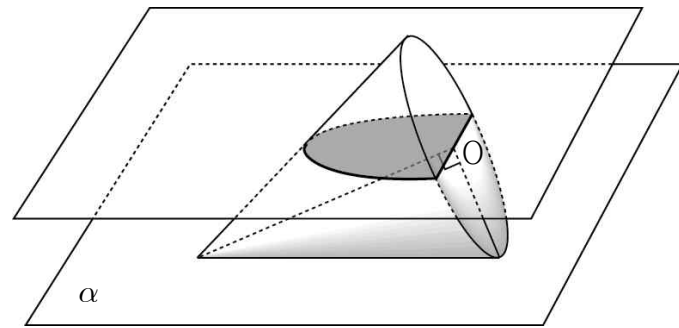
[13~14] 반지름의 길이가 1, 중심이 O인 원을 밑면으로 하고 높이가  $2\sqrt{2}$ 인 원뿔이 평면  $\alpha$  위에 놓여있다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오. (단, 원뿔의 한 모선이 평면  $\alpha$ 에 포함된다.)

13. 그림과 같이 태양광선이 평면  $\alpha$ 에 수직인 방향으로 비출 때, 원뿔의 밑면에 의해 평면  $\alpha$ 에 생기는 그림자의 넓이는? [3점]



- ①  $\frac{\pi}{12}$     ②  $\frac{\pi}{8}$     ③  $\frac{\pi}{4}$     ④  $\frac{7}{24}\pi$     ⑤  $\frac{\pi}{3}$

14. 그림과 같이 원뿔을 평면  $\alpha$ 와 평행하고 원뿔의 밑면의 중심 O를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 일부분은 포물선이다. 이때 단면의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{13}{8}$     ②  $\frac{7}{4}$     ③  $\frac{15}{8}$     ④ 2    ⑤  $\frac{17}{8}$

15. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{2n-1}{2n} \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}} \dots\dots (\star)$$

이 성립함을 증명하는 과정이다.

<증명>

(i)  $n=1$ 일 때  
 $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{\sqrt{4}}$  이므로  $(\star)$ 이 성립한다.

(ii)  $n=k$ 일 때  $(\star)$ 이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{2k-1}{2k} \times \frac{2k+1}{2k+2}$$

$$\leq \frac{1}{\sqrt{3k+1}} \cdot \frac{2k+1}{2k+2} = \frac{1}{\sqrt{3k+1}} \cdot \frac{1}{1+(\text{가})}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3k+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1+(\text{가}))^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3k+1+2(3k+1) \cdot (\text{가}) + (3k+1) \cdot (\text{가})^2}}$$

$$< \frac{1}{\sqrt{3k+1+2(3k+1) \cdot (\text{가}) + (\text{나}) \cdot (\text{가})^2}}$$

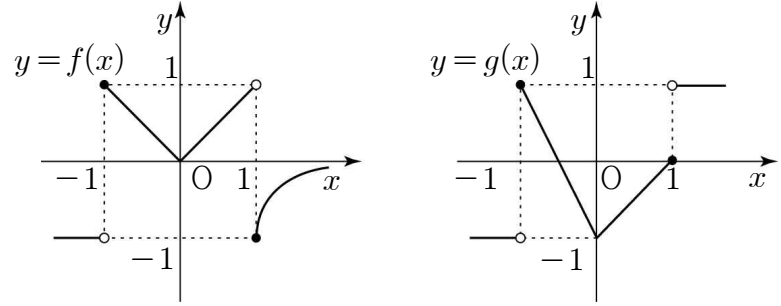
$$= \frac{1}{\sqrt{3(k+1)+1}}$$

따라서  $n=k+1$ 일 때도  $(\star)$ 이 성립한다.  
 그러므로 (i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $(\star)$ 이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 할 때,  $f(4) \times g(13)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

16. 그림은 두 함수  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

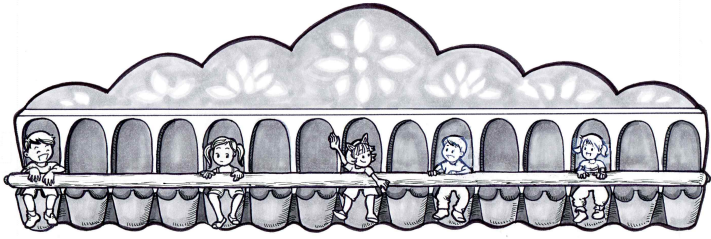


<보 기>

ㄱ. 함수  $f(x)-g(x)$ 는  $x=-1$ 에서 연속이다.  
 ㄴ. 함수  $f(x)g(x)$ 는  $x=-1$ 에서 연속이다.  
 ㄷ. 함수  $(f \circ g)(x)$ 는  $x=1$ 에서 연속이다.

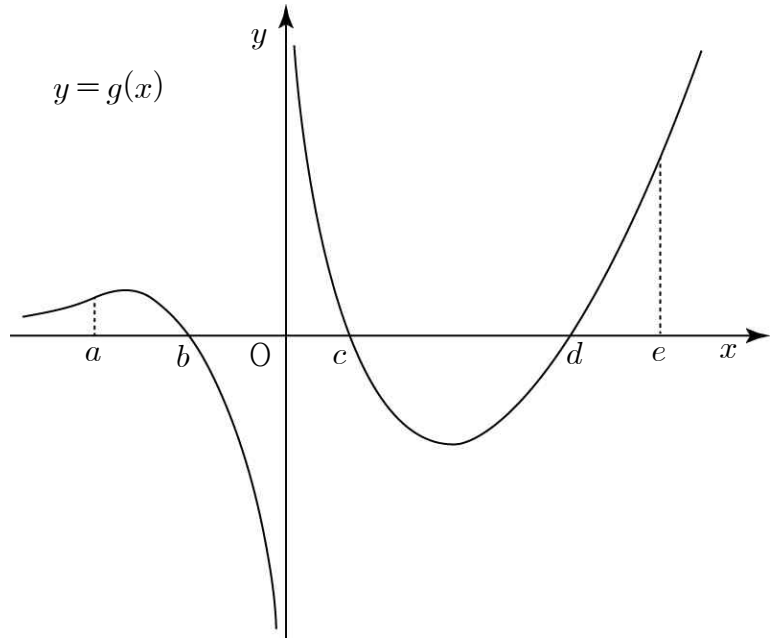
- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 그림과 같이 15개의 자리가 있는 일자형의 놀이기구에 5명이 타려고 할 때, 5명이 어느 누구와도 서로 이웃하지 않게 탈 확률은? [4점]



- ①  $\frac{1}{26}$     ②  $\frac{1}{13}$     ③  $\frac{3}{26}$     ④  $\frac{2}{13}$     ⑤  $\frac{5}{26}$

18. 실수 전체의 집합에서 함수  $f(x)$ 가 미분가능하고 도함수  $f'(x)$ 가 연속이다.  $x$ 축과의 교점의  $x$ 좌표가  $b, c, d$ 뿐인 함수  $g(x) = \frac{f'(x)}{x}$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

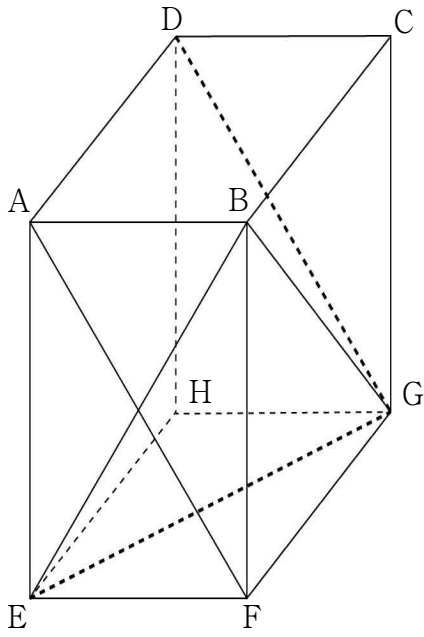


<보 기>

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 는 열린 구간  $(b, 0)$ 에서 증가한다.
- ㄴ. 함수  $f(x)$ 는  $x=b$ 에서 극솟값을 갖는다.
- ㄷ. 함수  $f(x)$ 는 닫힌 구간  $[a, e]$ 에서 4개의 극값을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{AD} = 3$ ,  $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체  $ABCD-EFGH$ 에서 평면  $AFGD$ 와 평면  $BEG$ 의 교선을  $l$ 이라 하자. 직선  $l$ 과 평면  $EFGH$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos^2\theta$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{7}$
- ②  $\frac{2}{7}$
- ③  $\frac{3}{7}$
- ④  $\frac{4}{7}$
- ⑤  $\frac{5}{7}$

20. 두 이차정사각행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} d & b \\ c & a \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$AB = A$$

가 성립한다고 할 때, 항상 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

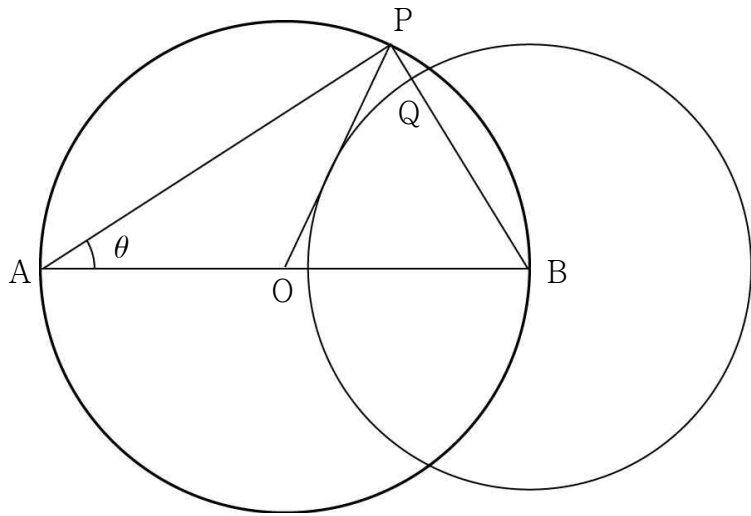
<보 기>

- ㄱ.  $AB = BA$
- ㄴ.  $A^{2014} + B^{2014} = 2A$
- ㄷ.  $B^{-1}$ 이 존재하면  $A = E$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 점 O인 원  $C_1$ 이 있다. 원  $C_1$  위의 점 P에 대하여  $\angle PAB = \theta$ 라 하고, 선분 OP에 접하고 중심이 점 B인 원  $C_2$ 를 그린다. 원  $C_2$ 와 선분 BP의 교점을 점 Q라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\overline{PQ}}{\theta^3}$ 의 값은?  
 (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{3}{4}$     ③ 1    ④  $\frac{5}{4}$     ⑤  $\frac{3}{2}$

단답형

22. 함수  $f(x) = 200x - \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3$ 에 대하여  $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $(x^2 - \frac{2}{x})^6$ 의 전개식에서 상수항을 구하시오. [3점]

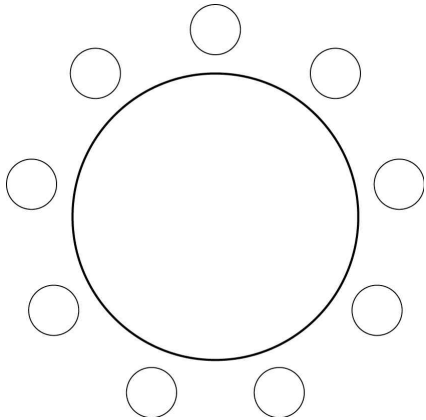
24. 점근선의 방정식이  $y = \pm \frac{3}{4}x$  이고, 한 초점의 좌표가  $(10, 0)$ 인 쌍곡선의 주축의 길이를 구하시오. [3점]

26. 곡선  $y = \sqrt{x}$  와 직선  $y = x - 2$  및  $x$  축으로 둘러싸인 부분을  $x$  축 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를  $V$ 라 할 때,  $\frac{30V}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]

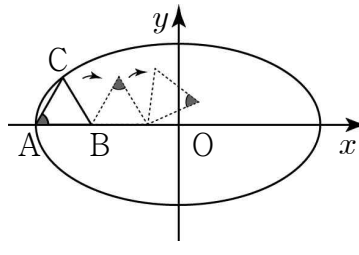
25. 수열  $\{a_n\}$ 의 계차수열을  $\{b_n\}$ 이라 할 때,  
 $a_9 = 100, b_n = 2n - 3$   
 이다.  $a_1$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 남학생 4명, 여학생 2명이 그림과 같이 9개의 자리가 있는 원탁에 다음 두 조건에 따라 앉으려고 할 때, 앉을 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

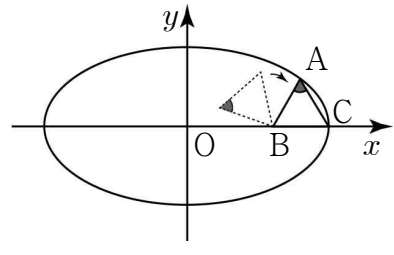
- (가) 남학생, 여학생 모두 같은 성별끼리 2명씩 조를 만든다.  
 (나) 서로 다른 두 개의 조 사이에 반드시 한 자리를 비워둔다.



28. [그림 1]과 같이 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  과 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC가 있다. 변 AB는  $x$ 축 위에 있고 꼭짓점 A, C는 타원 위에 있다. 한 변이  $x$ 축 위에 놓이도록 정삼각형 ABC를  $x$ 축을 따라 양의 방향으로 미끄러짐 없이 회전시킨다. 처음 위치에서 출발한 후 변 BC가 두 번째로  $x$ 축 위에 놓이고 꼭짓점 C는 타원 위에 놓일 때가 [그림 2]이다.  $a^2 + 3b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



[그림 1]



[그림 2]

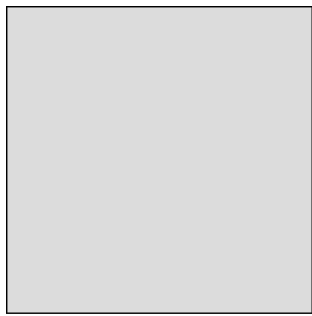
29. 한 변의 길이가 1인 정사각형을  $R_1$ 이라 하자. 그림과 같이  $R_1$ 의 한 꼭짓점과 정사각형  $R_1$ 의 변 위의 두 점을 세 꼭짓점으로 하는 정삼각형 하나를 그리고 이 정삼각형에 내접하는 원을 그린 후, 이 원에 내접하는 하나의 정사각형을  $R_2$ 라 하자.

정사각형  $R_2$ 의 한 꼭짓점과 정사각형  $R_2$ 의 변 위의 두 점을 세 꼭짓점으로 하는 정삼각형 하나를 그리고 이 정삼각형에 내접하는 원을 그린 후, 이 원에 내접하는 하나의 정사각형을  $R_3$ 이라 하자.

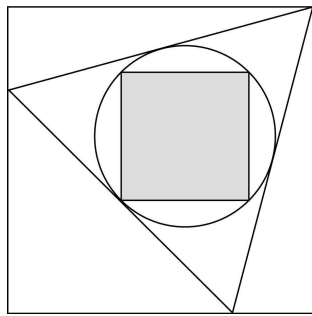
이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 정사각형을  $R_n$ 이라 하자.

정사각형  $R_n$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{a+b\sqrt{3}}{11}$ 이다.

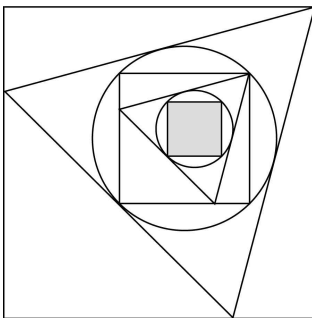
이때  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 자연수이다.) [4점]



$R_1$



$R_2$



$R_3$

...

30.  $\log k = 1.08$ 이라 할 때, 집합  $X$ 는

$$X = \left\{ x \mid x \text{는 } \log \frac{1}{k^n} \text{의 가수, } n \text{은 자연수} \right\}$$

라고 하자. 집합  $X$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항  
 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.