

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. $4^{\frac{3}{2}} \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AX=B$ 를 만족시키는 행렬 X 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \times 7^{n+1} + 3}{7^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

4. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 + a_2 = 12, \quad \frac{a_3 + a_7}{a_1 + a_5} = 4$$

를 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

5. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 2가 적혀 있는 카드는 4가 적혀 있는 카드보다 왼쪽에 나열하고 홀수가 적혀 있는 카드는 작은 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 56 ② 60 ③ 64 ④ 68 ⑤ 72

6. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(x)} = 2$$

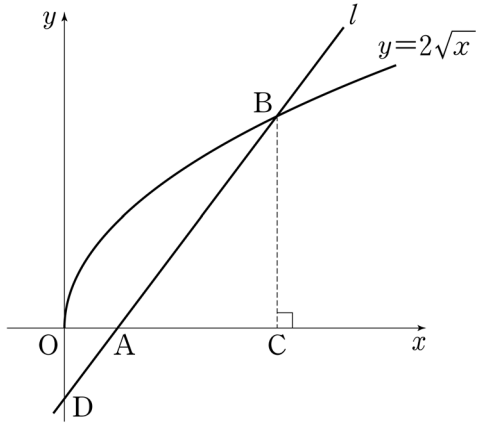
를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(f(x))}{2x^2 - x - 1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

7. 일차변환 f 를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 이고, 일차변환 g 는 두 점 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ 을 각각 두 점 $A'(1, 2)$, $B'(1, 3)$ 으로 옮긴다. 합성변환 $g \circ f$ 에 의하여 점 $C(2, 1)$ 이 점 $C'(\alpha, \beta)$ 로 옮겨질 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

[8~9] 점 $A(1, 0)$ 을 지나고 기울기가 양수인 직선 l 이 곡선 $y = 2\sqrt{x}$ 와 만나는 점을 B , 점 B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 C , 직선 l 이 y 축과 만나는 점을 D 라 하자. 8번과 9번의 두 물음에 답하시오.



8. 점 $B(t, 2\sqrt{t})$ 에 대하여 삼각형 BAC 의 넓이를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(9)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

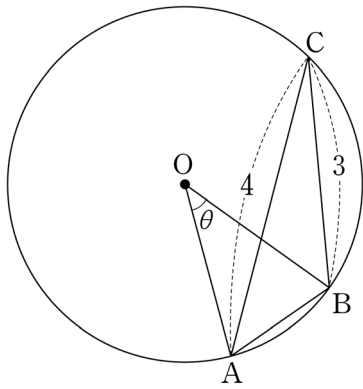
9. $\overline{AB}:\overline{AD}=3:1$ 일 때, 점 B 의 x 좌표를 a 라 하자. x 축, 직선 $x=a$, 곡선 $y=2\sqrt{x}$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [3점]

- ① 32π ② 33π ③ 34π ④ 35π ⑤ 36π

10. 고구마피자, 새우피자, 불고기피자 중에서 m 개를 주문하는 경우의 수가 36일 때, 고구마피자, 새우피자, 불고기피자를 적어도 하나씩 포함하여 m 개를 주문하는 경우의 수는? [3점]

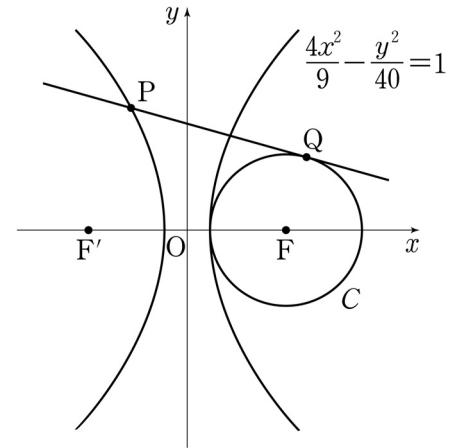
- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

11. 그림과 같이 중심이 O 인 원 위에 세 점 A, B, C 가 있다. $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=3$ 이고 삼각형 ABC 의 넓이가 2이다. $\angle AOB = \theta$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$) [3점]



- ① $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{18}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{7\sqrt{2}}{18}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

12. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{4x^2}{9} - \frac{y^2}{40} = 1$ 의 두 초점은 F, F' 이고, 점 F 를 중심으로 하는 원 C 는 쌍곡선과 한 점에서 만난다. 제2사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P 에서 원 C 에 접선을 그었을 때 접점을 Q 라 하자. $\overline{PQ} = 12$ 일 때, 선분 PF' 의 길이는? [3점]



- ① 10 ② $\frac{21}{2}$ ③ 11 ④ $\frac{23}{2}$ ⑤ 12

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$ 이고,

$$n^2 a_{n+1} = (n^2 - 1)a_n + n(n+1)2^n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$a_{n+1} = \frac{(n+1)(n-1)}{n^2} a_n + \frac{n+1}{n} 2^n$$

이다. $b_n = \frac{n-1}{n} a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이고, $b_1 = 0$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \begin{cases} 2 & (n=1) \\ \frac{n}{n-1} \times \boxed{\text{(나)}} & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(5)+g(10)$ 의 값은? [3점]

- ① 1014 ② 1024 ③ 1034 ④ 1044 ⑤ 1054

14. 이차정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A^3 = E$
 (나) $A - E$ 의 역행렬이 존재한다.

행렬 $(A - E)^{60}$ 의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- ① 3^{30} ② $2 \cdot 3^{30}$ ③ 3^{31}
 ④ $4 \cdot 3^{30}$ ⑤ $5 \cdot 3^{30}$

15. 좌표평면 위에 두 점 $P(1, 0), Q(0, 1)$ 이 있다. 원점을 중심으로 하는 회전변환 f 에 의하여 점 P 가 제1사분면 위의 점 R 로 옮겨진다. 삼각형 OPQ 와 삼각형 OPR 의 공통부분의 넓이가 삼각형 OPQ 의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 배일 때, 회전변환 f 를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$
- ④ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

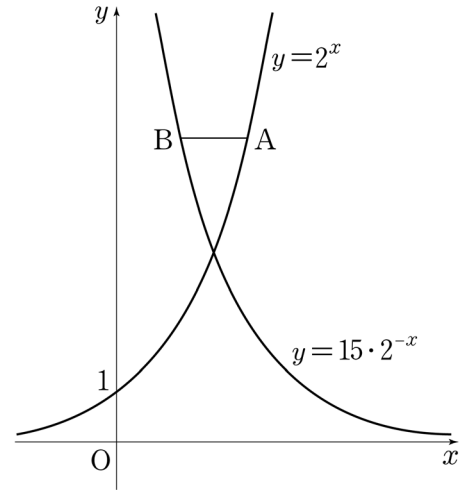
16. 실수 t 에 대하여 곡선 $y=x^3$ 위의 점 (t, t^3) 과 직선 $y=x+6$ 사이의 거리를 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 ㄴ. 함수 $g(t)$ 는 0이 아닌 극솟값을 갖는다.
 ㄷ. 함수 $g(t)$ 는 $t=2$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 그림과 같이 함수 $y=2^x$ 의 그래프 위의 한 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=15 \cdot 2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 의 x 좌표를 a 라 할 때, $1 < \overline{AB} < 100$ 을 만족시키는 2 이상의 자연수 a 의 개수는? [4점]



- ① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

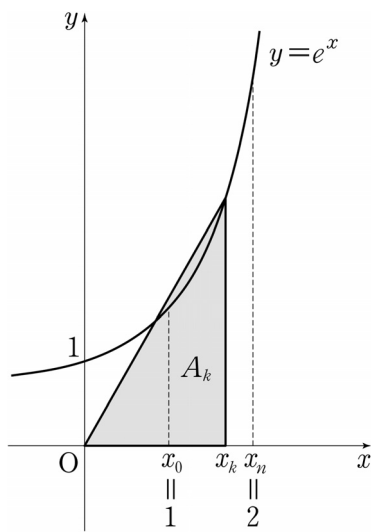
18. 함수 $f(x)=e^x$ 이 있다. 2 이상인 자연수 n 에 대하여 닫힌 구간 $[1, 2]$ 를 n 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$$1 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = 2$$

라 하자. 세 점 $(0, 0), (x_k, 0), (x_k, f(x_k))$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 A_k ($k=1, 2, \dots, n$)이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n A_k$ 의 값은? [4점]

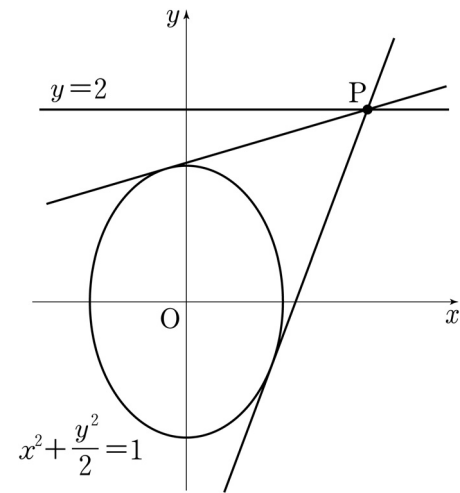
- ① $\frac{1}{2}e^2 - e$ ② $\frac{1}{2}(e^2 - e)$ ③ $\frac{1}{2}e^2$
- ④ $e^2 - e$ ⑤ $e^2 - \frac{1}{2}e$



19. 직선 $y=2$ 위의 점 P에서 타원 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은

두 접선의 기울기의 곱이 $\frac{1}{3}$ 이다. 점 P의 x 좌표를 k 라 할 때, k^2 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10



20. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-2 \leq x < 2$ 일 때, $f(x) = 2|x| + 3$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$ 이다.

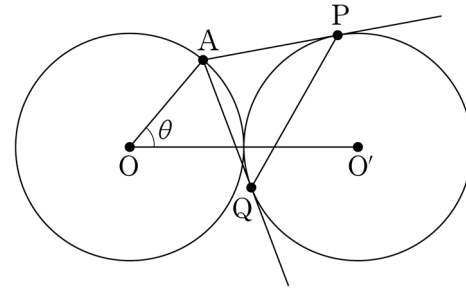
양수 m 에 대하여 무리방정식

$$\sqrt{f(x) - mx} = f(x) - mx - 2$$

를 만족시키는 서로 다른 실근의 개수가 4 이하가 되도록 하는 m 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

21. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 1인 두 원 O, O' 이 외접하고 있다. 원 O 위의 점 A 에서 원 O' 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q 라 하자. $\angle AOO' = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\overline{PQ}}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① 2 ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 10$, $a_2 + a_5 = 24$ 일 때, a_6 의 값을 구하십시오. [3점]

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + 10x - 1}{x}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 지면으로부터 H_1 인 높이에서 풍속이 V_1 이고 지면으로부터 H_2 인 높이에서 풍속이 V_2 일 때, 대기 안정도 계수 k 는 다음 식을 만족시킨다.

$$V_2 = V_1 \times \left(\frac{H_2}{H_1} \right)^{\frac{2}{2-k}}$$

(단, $H_1 < H_2$ 이고, 높이의 단위는 m, 풍속의 단위는 m/초이다.)

A지역에서 지면으로부터 12m와 36m인 높이에서 풍속이 각각 2(m/초)와 8(m/초)이고, B지역에서 지면으로부터 10m와 90m인 높이에서 풍속이 각각 a (m/초)와 b (m/초)일 때, 두 지역의 대기 안정도 계수 k 가 서로 같았다. $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하십시오. (단, a, b 는 양수이다.) [3점]

25. 삼각방정식 $\sqrt{6} \sin x - \sqrt{2} \cos x - 2 = 0$ 의 모든 실근의 합을 $\frac{q}{p}\pi$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 \leq x \leq 2\pi$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\log a_n$ 의 가수와 $\log a_{n+1}$ 의 가수는 서로 같다.

(나) $1 < \frac{a_n}{a_{n+1}} < 100$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 500$ 일 때, a_1 의 값을 구하시오. [4점]

27. 함수 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ 에 대하여

$$F(x) = \int_0^x tf(x-t)dt \quad (x \geq 0)$$

일 때, $F'(a) = \ln 10$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오.
[4점]

28. 사차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x), g(x)$ 의 최고차항의 계수는 모두 양수이다.
- (나) $g(-1) = g(2) = 0$
- (다) 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x-2)$ 가 만나는 네 점의 x 좌표는 각각 $-2, 1, 2, 6$ 이다.

분수부등식 $\frac{f(x)}{g(x-2)} \leq 1$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 A에 대하여 점 B는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 A가 원점이면 점 B도 원점이다.
 (나) 점 A가 원점이 아니면 점 B는 점 A, 원점 그리고 점 A에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

점 A가 포물선 $y^2 = 16x$ 위를 움직일 때 점 B가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 점 $(3, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 C 와 두 점 P, Q에서 만나고 $\overline{PQ} = 20$ 일 때, 두 점 P, Q의 x 좌표의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 곡선 $y = x^2 + x$ 위의 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 s, t ($0 < s < t$)라 하자. 양수 k 에 대하여 두 직선 OA, OB와 곡선 $y = x^2 + x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 k 가 되도록 하는 점 (s, t) 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 곡선 C 위의 점 중에서 점 $(1, 0)$ 과의 거리가 최소인 점의 x 좌표가 $\frac{2}{3}$ 일 때, $k = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 0은 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.