

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $2^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{54}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A+B=E$ 를 만족시키는 행렬 B 는? (단, E 는 단위행렬이다.) [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

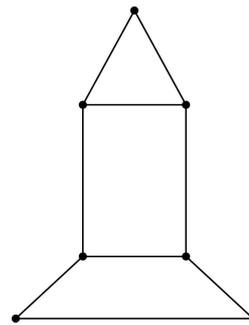
3. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를

$$a_{ij} = ij + 1 \quad (i=1, 2, j=1, 2)$$

라 하자. 행렬 A 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

5. 실수 a, b 에 대하여 $3^a = 4$, $9^{a+b} = 48$ 일 때, 3^{a+2b} 의 값은?

[3점]

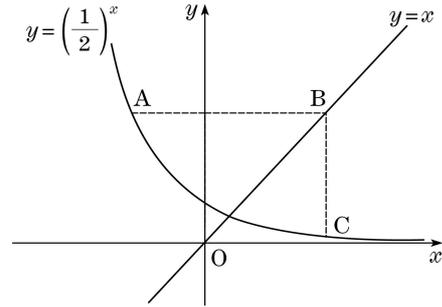
- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

6. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & a \\ b & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

7. 그림과 같이 곡선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 위의 한 점 A를 지나고 x 축과 평행하게 그은 직선이 직선 $y = x$ 와 만나는 점을 B라 하자. 또, 점 B를 지나고 y 축과 평행하게 그은 직선이 곡선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 과 만나는 점을 C라 하자. 점 C의 y 좌표가 $\frac{1}{16}$ 일 때, 점 A의 x 좌표는? [3점]



- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

수학 영역(A형)

3

8. 방정식 $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$ 의 모든 실근의 곱은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 표는 2013학년도 수시 모집에서 어느 대학 A학과와 B학과의 선발 인원수와 경쟁률을 나타낸 것이다.

<선발 인원수>

<경쟁률>

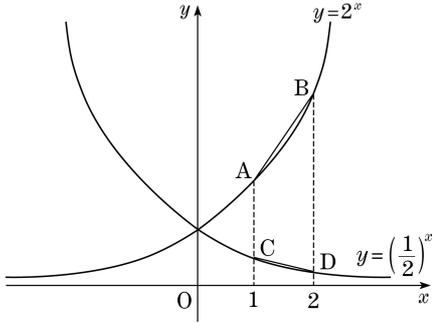
구분	A 학과	B 학과	구분	일반 전형	특별 전형
일반 전형	30	40	A 학과	5.1	21.4
특별 전형	10	20	B 학과	10.7	11.5

경쟁률은 $\frac{\text{지원자 수}}{\text{선발 인원수}}$ 의 값이고, 일반 전형과 특별 전형에 동시에 지원할 수 없으며, A학과와 B학과에 동시에 지원할 수 없다고 한다. 2013학년도 수시 모집에서 이 대학 A, B 두 학과의 일반 전형 지원자 수의 합을 m , B학과의 일반 전형과 특별 전형 지원자 수의 합을 n 이라 하자.

두 행렬 $P = \begin{pmatrix} 30 & 40 \\ 10 & 20 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 5.1 & 21.4 \\ 10.7 & 11.5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $m+n$ 의 값과 같은 것은? [3점]

- ① 행렬 PQ 의 (1, 1) 성분과 (2, 2) 성분의 합
- ② 행렬 PQ 의 (1, 1) 성분과 행렬 QP 의 (1, 1) 성분의 합
- ③ 행렬 PQ 의 (1, 1) 성분과 행렬 QP 의 (2, 2) 성분의 합
- ④ 행렬 PQ 의 (2, 2) 성분과 행렬 QP 의 (1, 1) 성분의 합
- ⑤ 행렬 PQ 의 (2, 2) 성분과 행렬 QP 의 (2, 2) 성분의 합

[10~11] 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 이 두 직선 $x=1, x=2$ 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 곡선 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 이 두 직선 $x=1, x=2$ 와 만나는 점을 각각 C, D 라 하자. 10 번과 11 번의 두 물음에 답하시오.



10. 네 점 A, B, C, D의 y 좌표를 각각 a, b, c, d 라 하고 이를 성분으로 하는 행렬을 $P=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 하자. 행렬 P 의 역행렬 P^{-1} 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

11. 직선 AB의 기울기를 m_1 , 직선 CD의 기울기를 m_2 라 하자. $m_2 = km_1$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{10}$ ② $-\frac{1}{8}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

수학 영역(A형)

5

12. 무리함수 $f(x) = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 모두 점 $(2, 3)$ 을 지날 때,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & m \\ n & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}$$

가 성립한다. 두 상수 m, n 의 합 $m+n$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 이차정사각행렬 A, B 가 $AB=B-A$ 를 만족시킨다. 행렬 A 의 모든 성분의 합이 10일 때, 행렬 $B+E$ 의 역행렬의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

14. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 과 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: x > a$$

q : 행렬 $A-xE$ 의 역행렬이 존재한다.

p 는 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15 어떤 물질의 부패지수 P 와 일평균 습도 $H(\%)$, 일평균 기온 $t(^{\circ}\text{C})$ 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = \frac{H-65}{14} \times (1.05)^t$$

일평균 습도가 72%, 일평균 기온이 10°C 인 날에 이 물질의 부패지수를 P_1 이라 하자. 일평균 습도가 79%, 일평균 기온이 $x^{\circ}\text{C}$ 인 날에 이 물질의 부패지수가 $4P_1$ 일 때, x 의 값은? (단, $1.05^{14} = 2$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

16 4개의 꼭짓점으로 이루어진 두 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬을 각각 P, Q 라 할 때, 두 행렬 P, Q 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) P+Q = \begin{pmatrix} 0 & a & 1 & 1 \\ b & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & c \\ 1 & 1 & d & 0 \end{pmatrix}$$

(나) 행렬 $P+Q$ 의 모든 성분의 합이 18이다.

두 그래프의 변의 개수를 각각 p, q 라 할 때, $|p-q|$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수학 영역(A형)

7

17. 이차정사각행렬 A 가 등식 $A^2 - 2A + E = O$ 를 만족시킨다. 다음은 n 이 2 이상의 자연수일 때, 행렬 A^n 을 구하는 과정이다. (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

$$\begin{aligned}
 &A^2 - 2A + E = O \text{에서} \\
 &A^2 - A = A - E \\
 &A^3 - A^2 = A(A^2 - A) = A(A - E) = A^2 - A \\
 &\quad = A - E \\
 &A^4 - A^3 = A(A^3 - A^2) = A(A - E) = A^2 - A \\
 &\quad = A - E \\
 &\quad \vdots \\
 &A^n - A^{n-1} = A - E \\
 &\text{위 등식들을 번끼리 더하면} \\
 &A^n - A = \boxed{(가)}(A - E) \\
 &\therefore A^n = \boxed{(나)}A - \boxed{(가)}E
 \end{aligned}$$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(100) + g(100)$ 의 값은? [4점]

- ① 191 ② 193 ③ 195 ④ 197 ⑤ 199

18. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

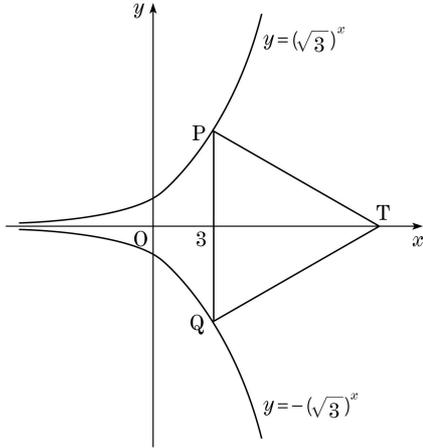
$$AB + A^2 = E, \quad AB + BA = A^2 + B^2$$

이 성립할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- _____ < 보 기 > _____
- ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. $B^{-1} = pA + qB$ 이면 $p + q = 3$ 이다. (단, p, q 는 상수이다.)

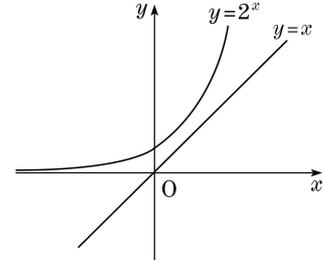
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 두 곡선 $y=(\sqrt{3})^x$, $y=-(\sqrt{3})^x$ 과 직선 $x=3$ 이 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 두 점 P, Q와 x 축 위의 한 점 $T(t, 0)$ ($t > 3$)에 대하여 삼각형 PQT가 정삼각형일 때, 삼각형 PQT의 무게중심의 x 좌표는? [4점]



- ① 4
- ② $3\sqrt{3}$
- ③ $4\sqrt{2}$
- ④ 6
- ⑤ $4\sqrt{3}$

20. 그림은 곡선 $y=2^x$ 과 직선 $y=x$ 이다. 정수 n 에 대하여 중심이 곡선 $y=2^x+n$ 위에 있고 x 축, y 축에 모두 접하는 원의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. $f(-2)+f(0)+f(2)$ 의 값은? [4점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

수학 영역(A형)

9

21. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a & -1 \\ b & a-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 두 양수 a, b 에 대하여 원점 O 와 점 $P(a, b)$ 를 지나는 직선의 기울기의 최댓값은? [4점]

- ① $4-2\sqrt{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $2-\sqrt{3}$
④ $\sqrt{3}-1$ ⑤ 1

단답형

22. 연립방정식 $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차정사각행렬 A, B 가

$$A+2B = \begin{pmatrix} 5 & 13 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}, \quad 2A+B = \begin{pmatrix} 4 & 11 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

24. x 에 대한 방정식 $2^{x+3} - 2^x = n$ 이 정수인 해를 갖도록 하는 모든 두 자리 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. 6개의 꼭짓점 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 으로 이루어진 그래프가 있다. 6 이하의 서로 다른 두 자연수 m, n 에 대하여 다음 조건이 성립한다.

- (가) mn 의 값이 짝수이면, 꼭짓점 A_m 과 꼭짓점 A_n 을 연결하는 변이 존재한다.
 (나) mn 의 값이 홀수이면, 꼭짓점 A_m 과 꼭짓점 A_n 을 연결하는 변이 존재하지 않는다.

이 그래프의 변의 개수를 구하시오. [4점]

25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^{2013} 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

27. 두 집합 $A = \{x \mid x < 3\}$ 와 $B = \{x \mid 2^{2x} + 3 \cdot 2^{x+1} - a < 0\}$ 에 대하여 $A = B$ 가 되도록 하는 실수 a 의 값을 구하시오. [4점]

28. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 9^{-a} \\ 27 & 3^b \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않도록 음이 아닌 두 실수 a, b 의 값을 정할 때, 점 (a, b) 가 나타내는 도형의 길이를 l 이라 하자. $4l^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) 2A^2 - A - E = O$$

$$(나) A \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(다) (A - B^{-1}) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$B \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

30. 실수 x, y 에 대하여 두 집합 A, B 를

$$A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$B = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1, xy \leq 0\}$$

라 하자.

집합 $A \cup B$ 의 임의의 원소 (x, y) 에 대하여 $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+4y}$, 2^{3x-4y} 의 최댓값을 각각 M_1, M_2 라 할 때, $M_1 + M_2$ 의 값을 구하시오.

[4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.