

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. $\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{8}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① $-e$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ e

4. $\tan 2\theta = \frac{3}{4}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

5. 4의 제제곱근 중 실수인 것을 a 라 할 때, 지수방정식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = a \text{의 해는? [3점]}$$

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ -1 ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

6. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 1$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{n} = 2$ 일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 4n}{b_n + 3n - 2} \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

7. 행렬 $A = \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ 3a & a+1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식 $AX = O$ 를 만족시키는

2×1 행렬 X 가 무수히 많도록 하는 모든 실수 a 의 합은? (단, O 는 영행렬이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{x} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{(x-1)f(x)} = 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

수학 영역(B형)

3

9. 미분가능한 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선의 기울기가 2이다. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(\sqrt{x})$ 의 $x=4$ 에서의 미분계수는? [3점]

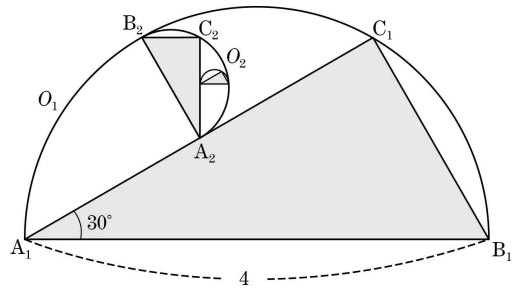
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

10. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 반원 O_1 을 그리고, 반원 O_1 위에 $\angle C_1A_1B_1 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_1 을 정한다. 이때 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.

선분 A_1C_1 의 중점을 A_2 라 하고, 호 A_1B_2 와 호 C_1B_2 의 길이가 같도록 점 B_2 를 정한다. 선분 A_2B_2 를 지름으로 하는 반원 O_2 를 그리고, 반원 O_2 위에 $\angle C_2A_2B_2 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_2 를 정한다. 이때 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자.

선분 A_2C_2 의 중점을 A_3 이라 하고, 호 A_2B_3 과 호 C_2B_3 의 길이가 같도록 점 B_3 을 정한다. 선분 A_3B_3 을 지름으로 하는 반원 O_3 을 그리고, 반원 O_3 위에 $\angle C_3A_3B_3 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_3 을 정한다. 이때 삼각형 $A_3B_3C_3$ 의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 삼각형 $A_nB_nC_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{32\sqrt{3}}{15}$ ③ $\frac{34\sqrt{3}}{15}$
 ④ $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{38\sqrt{3}}{15}$

11. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=0, a_2=1, a_3=2$ 이고,

$$a_{n+3}-a_{n+2}=a_{n+1}-a_n+1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$b_n = a_{n+1} - a_n$ 이라 하면

$$b_1 = b_2 = 1, \quad b_{n+2} = b_n + 1 \quad (n \geq 1)$$

이므로 두 수열 $\{b_{2n-1}\}, \{b_{2n}\}$ 은 모두 첫째항이 1이고, 공차가 1인 등차수열이다. 즉,

$$b_{2n-1} = b_{2n} = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

그러므로 $n \geq 2$ 일 때, a_n 은 다음과 같다.

(i) n 이 홀수일 때, $n=2m-1$ 이라 하면

$$\begin{aligned} a_{2m-1} &= a_1 + \sum_{k=1}^{2(m-1)} b_k \\ &= a_1 + \sum_{k=1}^{m-1} (b_{2k-1} + b_{2k}) \\ &= m^2 - m \end{aligned}$$

(ii) n 이 짝수일 때, $n=2m$ 이라 하면

$$\begin{aligned} a_{2m} &= a_1 + \sum_{k=1}^{2m-1} b_k \\ &= \boxed{\text{(나)}} \end{aligned}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(m)$ 이라 할 때, $f(10)+g(10)$ 의 값은? [3점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

12. 한 꼭짓점에서 자기 자신으로 가는 변이 없고, 두 꼭짓점 사이에는 많아야 한 개의 변이 있으며, 꼭짓점이 A, B, C, D, E의 5개인 그래프 G 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 그래프 G 의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은 12이다.
- (나) ACEDBA는 그래프 G 의 경로이고, ABCE는 그래프 G 의 경로가 아니다.
- (다) 꼭짓점 A에서 출발하여 3개의 변을 지나 꼭짓점 E로 가는 경로의 수는 2이다.

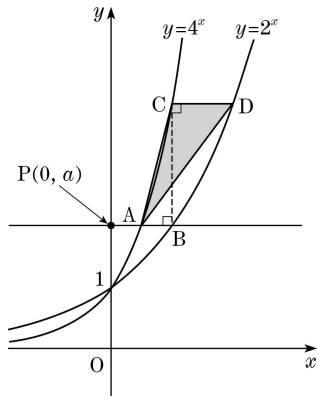
다음 중 그래프 G 의 변인 것은? [3점]

- ① AD ② AE ③ BC
 ④ BE ⑤ CD

수학 영역(B형)

5

[13~14] 두 곡선 $y=4^x$, $y=2^x$ 과 y 축 위의 점 $P(0, a)$ ($a > 1$)가 있다. 점 P 를 지나고 x 축과 평행한 직선이 두 곡선 $y=4^x$, $y=2^x$ 과 만나는 점을 각각 A , B 라 하자. 또, 점 B 를 지나고 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=4^x$ 과 만나는 점을 C 라 하고, 점 C 를 지나고 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 D 라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $a=2$ 일 때, 직선 AD 의 기울기는? [3점]

- ① 1 ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

14. 점 P 가 점 $(0, 2)$ 를 출발하여 y 축의 양의 방향으로 매초 1의 일정한 속도로 움직인다. 점 P 가 점 $(0, 4)$ 를 지나는 순간, 삼각형 ADC 의 넓이의 시간(초)에 대한 순간변화율은? [4점]

- ① $5 + \frac{3}{2\ln 2}$ ② $5 + \frac{5}{2\ln 2}$ ③ $7 + \frac{1}{2\ln 2}$
 ④ $7 + \frac{3}{2\ln 2}$ ⑤ $7 + \frac{5}{2\ln 2}$

15. 영행렬이 아닌 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 + B^2 = O, (A+B)^2 = O$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $AB = -BA$
 ㄴ. $A^3B^3 = B^3A^3$
 ㄷ. 행렬 $A+B+E$ 는 역행렬을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 자연수 n 에 대하여 다음과 같은 규칙으로 제 n 행에 n 개의 정수를 적는다.

- (가) 제 1행에는 100을 적는다.
 (나) 제 $(n+1)$ 행의 왼쪽 끝에 적힌 수는 제 n 행의 오른쪽 끝에 적힌 수보다 1이 작다.
 (다) 제 n 행의 수들은 왼쪽부터 순서대로 공차가 -1 인 등차수열을 이룬다. ($n \geq 2$)

제 n 행에 적힌 모든 수의 합을 a_n 이라 할 때, $a_{13} - a_{12}$ 의 값은? [4점]

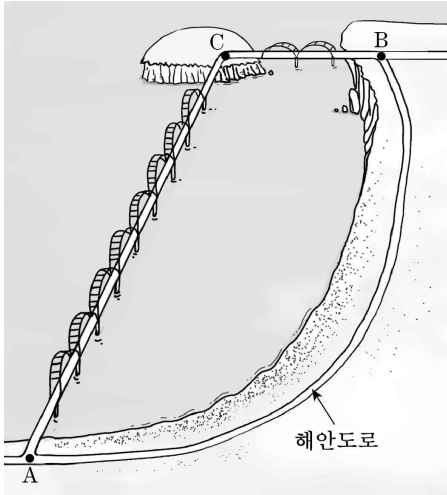
- ① -136 ② -134 ③ -132 ④ -130 ⑤ -128

제1행	100				
제2행	99	98			
제3행	97	96	95		
제4행	94	93	92	91	
제5행	90	89	88	87	86
⋮			⋮		⋮

수학 영역(B형)

7

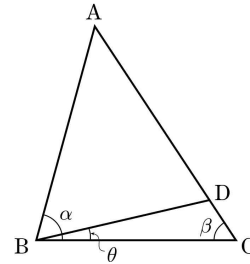
17. 그림에서 두 지점 A, B를 연결하는 해안도로의 길이는 16km이고, 두 지점 A, C를 연결하는 다리와 두 지점 B, C를 연결하는 다리의 길이는 각각 10km, 2km이다.



승용차는 해안도로를 이용하여 A 지점부터 B 지점까지 평균속력 $(v+6)$ km/시로 이동하고, 버스는 다리를 이용하여 A 지점부터 C 지점까지는 평균속력 $(v-7)$ km/시로, C 지점부터 B 지점까지는 평균속력 v km/시로 이동한다. 승용차와 버스가 A 지점을 동시에 출발하여 B 지점에 동시에 도착하였을 때, v 의 값은? (단, 승용차와 버스는 중간에 멈추지 않는다.) [4점]

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

18. 그림과 같이 $\overline{AB} < \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle ABC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$ 라 하자. 또, $\overline{AB} = \overline{AD}$ 가 되도록 변 AC 위에 점 D를 잡고 $\angle DBC = \theta$ 라 하자. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{10}$

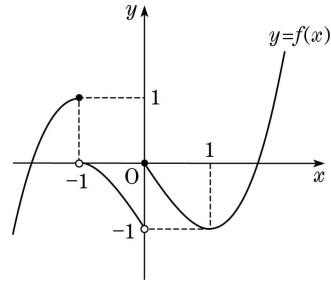
19. 열린 구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{\sin x}{e^{2x}}$ 가 $x = a$ 에서

극솟값을 가질 때, $\cos a$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

20. 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^3 - 3x) & (x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 0) \\ \frac{1}{2}(x^3 - 3x) - 1 & (-1 < x < 0) \end{cases}$$



옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

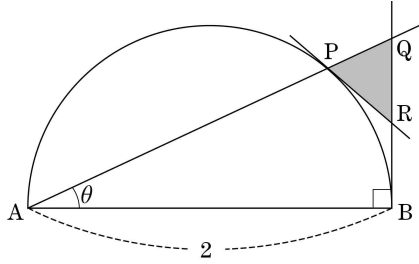
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -\frac{3}{2}$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(f'(x)) = 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 P가 있다. 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 Q라 하고, 점 P에서 이 반원에 접하는 직선과 선분 BQ가 만나는 점을 R라 하자. $\angle PAB = \theta$ 라 하고 삼각형 PRQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ 2

단답형

22. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_5}{a_2} = 8, \quad a_3 + a_4 = 12$$

를 만족시킬 때, a_8 의 값을 구하시오. [3점]

23. 무리방정식 $\sqrt{x-3} + 5 = x$ 의 해를 구하시오. [3점]

24. n 이 자연수일 때, 집합 A 를

$$A = \left\{ x \mid \frac{x-2n}{(x-n)(x-3n)} \leq 0 \right\}$$

이라 하자. $120 \in A$ 일 때, n 의 최솟값을 구하시오. [3점]

25. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A+B = 8E, AB = 2E$$

를 만족시킬 때, 행렬 $A^{-1}(A^2+B^2)B^{-1}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

26. 공기 중의 암모니아 농도가 C 일 때 냄새의 세기 I 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$I = k \log C + a \quad (\text{단, } k \text{와 } a \text{는 상수이다.})$$

공기 중의 암모니아 농도가 40일 때 냄새의 세기는 5이고, 공기 중의 암모니아 농도가 10일 때 냄새의 세기는 4이다. 공기 중의 암모니아 농도가 p 일 때 냄새의 세기는 2.5이다. $100p$ 의 값을 구하시오. (단, 암모니아 농도의 단위는 ppm이다.) [4점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k a_k = n^3$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n-1} + a_{2n}}{n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

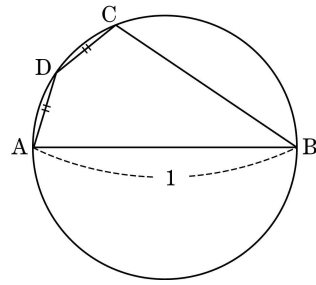
28. 지름의 길이가 1인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 AB는 원의 지름이다.

(나) $\overline{AD} = \overline{CD} < \frac{\sqrt{2}}{2}$

사각형 ABCD의 둘레의 길이가 $\frac{19}{8}$ 일 때, 선분 AD의 길이는

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 첫째항이 50, 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{T_n\}$ 을

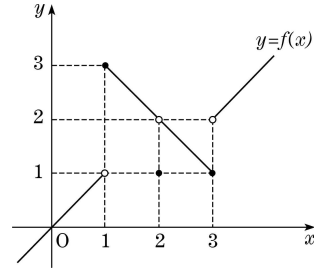
$$T_n = |a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n|$$

이라 하자. 수열 $\{T_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $T_{16} < T_{17}$ (나) $T_{17} > T_{18}$

$T_n > T_{n+1}$ 을 만족시키는 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

30. 그림은 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다.



함수 $f(x)$ 는 $x=1, x=2, x=3$ 에서만 불연속이다. 이차함수 $g(x) = x^2 - 4x + k$ 에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 $x=2$ 에서 불연속이 되도록 하는 모든 실수 k 의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.