

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $6\log_3 \sqrt{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $AB - A$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n}{(2n+1)(2n-1)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

4. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_4 = 36$ 일 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 64 ③ 96 ④ 108 ⑤ 128

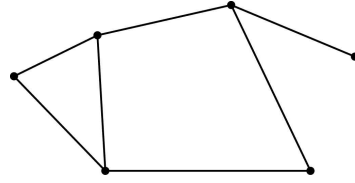
5. 지수방정식 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = \sqrt[3]{4}$ 의 해는? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

6. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{3^n}$ 의 합은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

7. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수를 m , 1의 개수를 n 이라 할 때, $m-n$ 의 값은? [3점]



- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

수학 영역(A형)

3

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 7$

(나) 수열 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 은 등차수열이다.

a_8 의 값은? [3점]

- ① 49 ② 51 ③ 53 ④ 55 ⑤ 57

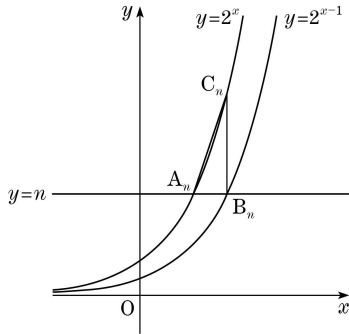
9. 가정의 전력량 요금은 200 kWh 이하까지는 다음과 같은 방법으로 계산한다.

사용한 전력량 중에서 100 kWh까지는 1 kWh에 59원이고, 100 kWh를 초과한 나머지 전력량에 대해서는 1 kWh에 122원이다.

한 달간 사용한 전력량이 a kWh ($100 < a \leq 200$, a 는 자연수)인 어느 가정의 전력량 요금(원)은 행렬 $\begin{pmatrix} 100 & a \\ 0 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 59 \\ 122 \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합과 같다. x 의 값은? [3점]

- ① -100 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 100

[10~11] 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 이 두 곡선 $y=2^x$, $y=2^{x-1}$ 과 만나는 점을 각각 A_n , B_n 이라 하자. 또, 점 B_n 을 지나고 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 C_n 이라 하자. 10번과 11번의 두 물음에 답하시오.



10. $n=3$ 일 때, 직선 A_nC_n 의 기울기는? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

11. 선분 A_nC_n 의 길이를 $f(n)$, 선분 B_nC_n 의 길이를 $g(n)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n\{f(n)-g(n)\}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

수학 영역(A형)

5

12. 두 실수 x, y 에 대하여

$$75^x = \frac{1}{5}, 3^y = 25$$

일 때, $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

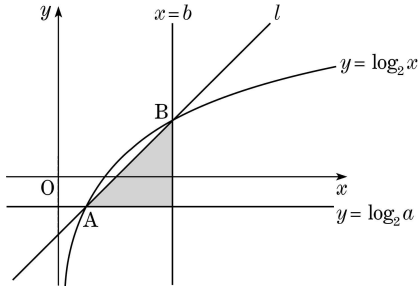
13. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - n}{n}$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + a_n}{5n - a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

수학 영역(A형)

14. 그림과 같이 기울기가 1인 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 서로 다른 두 점 $A(a, \log_2 a)$, $B(b, \log_2 b)$ 에서 만난다. 직선 l 과 두 직선 $x = b$, $y = \log_2 a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 2일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$ 이다.) [4점]



- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_3 = 2$ 이고,

$$a_{n+3} - a_{n+2} = a_{n+1} - a_n + 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$b_n = a_{n+1} - a_n$ 이라 하면
 $b_1 = b_2 = 1$, $b_{n+2} = b_n + 1 \quad (n \geq 1)$
 이므로 두 수열 $\{b_{2n-1}\}$, $\{b_{2n}\}$ 은 모두 첫째항이 1이고, 공차가 1인 등차수열이다. 즉,
 $b_{2n-1} = b_{2n} = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$
 이다.
 그러므로 $n \geq 2$ 일 때, a_n 은 다음과 같다.
 (i) n 이 홀수일 때, $n = 2m - 1$ 이라 하면

$$a_{2m-1} = a_1 + \sum_{k=1}^{2(m-1)} b_k$$

$$= a_1 + \sum_{k=1}^{m-1} (b_{2k-1} + b_{2k})$$

$$= m^2 - m$$
 (ii) n 이 짝수일 때, $n = 2m$ 이라 하면

$$a_{2m} = a_1 + \sum_{k=1}^{2m-1} b_k$$

$$= \boxed{\text{(나)}}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(m)$ 이라 할 때, $f(10) + g(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

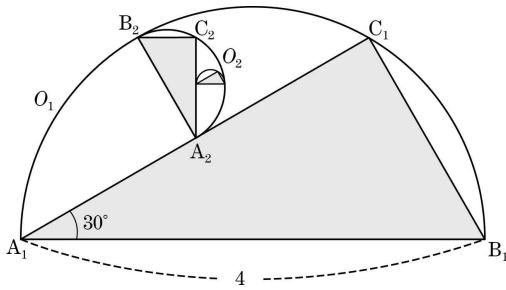
수학 영역(A형)

16. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 반원 O_1 을 그리고, 반원 O_1 위에 $\angle C_1A_1B_1 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_1 을 정한다. 이때 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.

선분 A_1C_1 의 중점을 A_2 라 하고, 호 A_1B_2 와 호 C_1B_2 의 길이가 같도록 점 B_2 를 정한다. 선분 A_2B_2 를 지름으로 하는 반원 O_2 를 그리고, 반원 O_2 위에 $\angle C_2A_2B_2 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_2 를 정한다. 이때 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자.

선분 A_2C_2 의 중점을 A_3 이라 하고, 호 A_2B_3 과 호 C_2B_3 의 길이가 같도록 점 B_3 을 정한다. 선분 A_3B_3 을 지름으로 하는 반원 O_3 을 그리고, 반원 O_3 위에 $\angle C_3A_3B_3 = 30^\circ$ 가 되도록 점 C_3 을 정한다. 이때 삼각형 $A_3B_3C_3$ 의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 삼각형 $A_nB_nC_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{32\sqrt{3}}{15}$ ③ $\frac{34\sqrt{3}}{15}$
- ④ $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{38\sqrt{3}}{15}$

17. 수열 $\{a_n\}$ 이 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k+1} = n^2 + n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{11}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{6}{11}$ ④ $\frac{13}{22}$ ⑤ $\frac{7}{11}$

수학 영역(A형)

18. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 를

$$f(x) = x^2 - 6x + 3, \quad g(x) = a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

이라 하자. $1 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최댓값은 27, 최솟값은 m 이다. m 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 3 ⑤ $3\sqrt{3}$

19. 자연수 n 에 대하여 다음과 같은 규칙으로 제 n 행에 n 개의 정수를 적는다.

- (가) 제 1행에는 100을 적는다.
 (나) 제 $(n+1)$ 행의 왼쪽 끝에 적힌 수는 제 n 행의 오른쪽 끝에 적힌 수보다 1이 작다.
 (다) 제 n 행의 수들은 왼쪽부터 순서대로 공차가 -1 인 등차수열을 이룬다. ($n \geq 2$)

제 n 행에 적힌 모든 수의 합을 a_n 이라 할 때, $a_{13} - a_{12}$ 의 값은?

[4점]

- ① -136 ② -134 ③ -132 ④ -130 ⑤ -128

제1행	100				
제2행	99	98			
제3행	97	96	95		
제4행	94	93	92	91	
제5행	90	89	88	87	86
	⋮		⋮		⋮

수학 영역(A형)

9

20. 영행렬이 아닌 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 + B^2 = O, (A+B)^2 = O$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

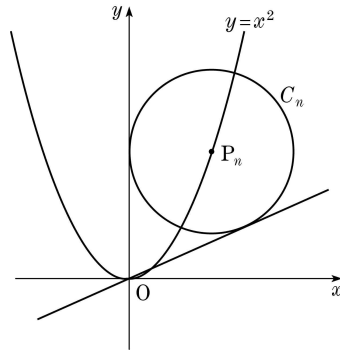
< 보 기 >

㉠. $AB = -BA$
 ㉡. $A^3B^3 = B^3A^3$
 ㉢. 행렬 $A+B+E$ 는 역행렬을 갖는다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

21. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P_n(n, n^2)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원을 C_n 이라 하자. 원점을 지나고 원 C_n 에 접하는 직선 중에서 y 축이 아닌 직선의 기울기를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



단답형

22. 방정식 $\log_2(2x-5) = 2\log_2 3$ 의 해를 구하시오. [3점]

23. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 1-a & a \end{pmatrix}$ 의 역행렬 A^{-1} 의 모든 성분의 합이 13일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

$$\sum_{k=1}^{n+1} k^2 - \sum_{k=1}^n (k^2 + k) = 78$$

25. 무한등비수열 $\left\{ \left(\frac{2x-3}{5} \right)^n \right\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 합을 구하시오. [3점]

26. 공기 중의 암모니아 농도가 C 일 때 냄새의 세기 I 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$I = k \log C + a \quad (\text{단, } k \text{ 와 } a \text{ 는 상수이다.})$$

공기 중의 암모니아 농도가 40 일 때 냄새의 세기는 5이고, 공기 중의 암모니아 농도가 10 일 때 냄새의 세기는 4이다. 공기 중의 암모니아 농도가 p 일 때 냄새의 세기는 2.5이다. $100p$ 의 값을 구하시오. (단, 암모니아 농도의 단위는 ppm이다.) [4점]

27. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$ 라 하자. 등식

$$2f(m) - f(2m) = 1$$

을 만족시키는 1000 이하의 자연수 m 의 개수를 구하시오. [4점]

28. 두 실수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x = \alpha, y = \beta$ 는 연립방정식 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 의 해이다. (단, k 는 상수이다.)
 (나) 점 (α, β) 는 직선 $2x - y + 1 = 0$ 위의 점이다.

$20(k + \alpha + \beta)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} - 64$ 에 대하여 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오. (단, 좌표축은 어느 사분면에도 속하지 않는다.) [4점]

30. 첫째항이 60인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{T_n\}$ 을

$$T_n = |a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n|$$

이라 하자. 수열 $\{T_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) T_{19} < T_{20}$$

$$(나) T_{20} = T_{21}$$

$T_n > T_{n+1}$ 을 만족시키는 n 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.