

제 2 교시

수학 영역 (B형)

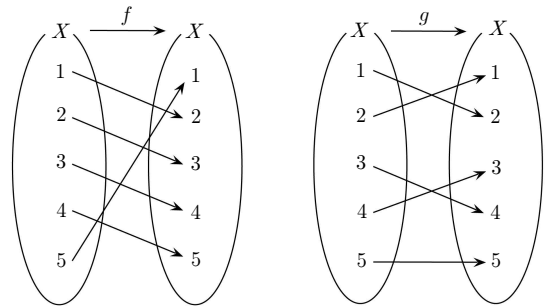
5지 선다형(1 ~ 21)

1. 두 실수 x, y 가 등식 $(x+3) - yi = 9 - 8i$ 를 만족시킬 때, $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [2점]
- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

2. 좌표평면 위의 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, b)$, $C(4, -5)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(4, 0)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]
- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

3. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 를 각각
 $p : (x-3)(x-7) \leq 0$
 $q : x \leq k$
 라 할 때, 조건 p 가 조건 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 상수 k 의 최솟값은? [2점]
- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

4. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 f, g 가 각각 그림과 같을 때, $(f^{-1} \circ g)(4)$ 의 값은? (단, f^{-1} 는 f 의 역함수이다.) [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 세 상수 a, b, c 에 대하여

분수함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나고

점근선이 두 직선 $x = -1, y = -2$ 일 때, $f(-4)$ 의 값은?

[3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

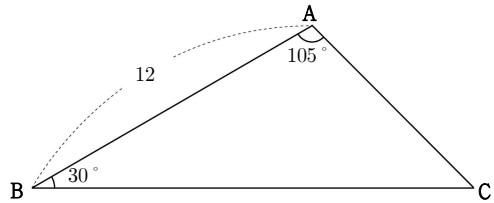
6. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$ 인 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x + m$ 의 최솟값이 5일 때, $f(x)$ 의 최댓값은? (단, m 은 상수이다.) [3점]

- ① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

7. 두 유리수 a, b 에 대하여 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 6 = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{2}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

8. 삼각형 ABC에서 $\angle A = 105^\circ, \angle B = 30^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 12$ 일 때, \overline{AC}^2 의 값은? [3점]



- ① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

[9~10] 음이 아닌 정수 전체의 집합 U 의 두 부분집합 A, B 는 다음과 같다.

$$A = \{x \mid x \text{는 } 3^n \text{을 } 10 \text{으로 나눈 나머지, } n \text{은 자연수}\}$$

수}

$$B = \{x \mid x \text{는 } 9^n \text{을 } 10 \text{으로 나눈 나머지, } n \text{은 자연수}\}$$

9번과 10번의 두 물음에 답하시오.

9. 집합 U 의 부분집합 X 가

$$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$$

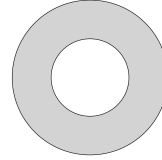
를 만족시킬 때, 집합 X 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

10. 집합 $C = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$ 의 모든 원소들을 좌표평면에 나타낸 점들 중에서 임의로 뽑은 세 점을 꼭짓점으로 하는 서로 다른 삼각형의 개수는? (단, 꼭짓점의 좌표가 다른 삼각형은 서로 다른 것으로 한다.) [3점]

- ① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

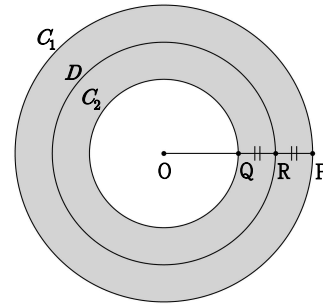
11. 조선시대 산학서에서 중심이 같은 서로 다른 두 원으로 둘러싸인 도형을 환(環)이라 불렀다.



환(環)

다음은 실경과 정주라는 것을 이용하여 환의 넓이를 구하는 과정이다.

그림에서 두 원 C_1, C_2 는 모두 중심이 O 인 원이다. 두 원 C_1, C_2 의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2 ($r_1 > r_2$)라 하고, 원의 중심 O 와 원 C_1 위의 점 P 를 연결한 선분이 원 C_2 와 만나는 점을 Q 라 하자. 선분 PQ 의 중점을 R 라 하고, 중심이 O 이고 선분 OR 를 반지름으로 하는 원 D 를 그린다.



이때 선분 PQ 의 길이를 실경, 원 D 의 둘레의 길이를 정주라 한다.

$$\begin{aligned} \text{위에서 실경은 } & \boxed{\text{(가)}}, \text{ 정주는 } 2\pi \times \boxed{\text{(나)}} \text{ 이므로} \\ (\text{실경}) \times (\text{정주}) &= (\boxed{\text{(가)}}) \times (2\pi \times \boxed{\text{(나)}}) \\ &= \pi r_1^2 - \pi r_2^2 \\ &= \text{(환의 넓이)} \end{aligned}$$

이다. 따라서 환의 넓이는 실경과 정주의 곱으로 구할 수 있다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 더하면 $pr_1 + qr_2$ 이다. $8(p^2 + q^2)$ 의 값은? (단, p, q 는 상수이다.) [3점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

12. 두 집합

$$A = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 3\}$$

$$B = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x-k}\}$$

에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 을 만족시키는 실수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

13. 좌표평면에서 두 일차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 점 $(2, 3)$ 에서 서로 수직으로 만나고 $f(-2) = g(6)$ 일 때, $f(3) \times g(3)$ 의 값은? [3점]

- ① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

14. 자연수 전체의 집합을 N , 정수 전체의 집합을 Z 라 할 때, 모든 자연수 n 에 대하여 함수 $f: N \rightarrow Z$ 는

$$f(2n-1) = (-1)^n, f(2n) = 2f(n)$$

을 만족시킨다. $f(14) + f(20)$ 의 값은? [4점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

15. 어느 문구점에서 연필 2자루의 가격과 지우개 1개의 가격을 더하면 공책 1권의 가격과 같고, 지우개 1개의 가격과 공책 1권의 가격을 더하면 연필 5자루의 가격과 같다. 이 문구점에서 연필 10자루의 가격과 공책 4권의 가격을 더하면 지우개 n 개의 가격과 같다. n 의 값은? (단, 이 문구점에서 동일한 종류의 문구 가격은 같은 것으로 한다.) [4점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 20

16. 다항식 $f(x)$ 가 다음 세 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

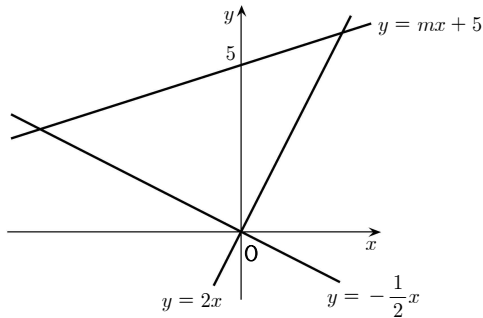
- (가) $f(x)$ 를 $x^3 + 1$ 로 나눈 몫은 $x + 2$ 이다.
- (나) $f(x)$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지는 $x - 6$ 이다.
- (다) $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는 -2 이다.

- ① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

17. 좌표평면에서 세 직선

$$y = 2x, \quad y = -\frac{1}{2}x, \quad y = mx + 5 \quad (m > 0)$$

로 둘러싸인 도형이 이등변삼각형일 때, m 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

18. 다음은 n 차 다항식 $P(x)$ 가

$$P(k) = \frac{k}{k+1} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

를 만족시킬 때, $P(n+1)$ 의 값을 구하는 과정이다.

n 차 다항식 $P(x)$ 는
 $(k+1)P(k) - k = 0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$
 을 만족시킨다.
 $Q(x) = (x+1)P(x) - x$
 라 두면 $Q(x)$ 는 $n+1$ 차 다항식이고
 $Q(0) = Q(1) = Q(2) = \dots = Q(n) = 0$
 이므로 0이 아닌 상수 a 에 대하여
 $Q(x) = ax(x-1)(x-2)\dots(x-n)$
 으로 나타낼 수 있다. 따라서
 $(x+1)P(x) - x = ax(x-1)(x-2)\dots(x-n)$
 $\dots \textcircled{1}$ 이다. $\textcircled{1}$ 의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면
 $a = \frac{(-1)^{n+1}}{\text{(가)}}$
 이고, $\textcircled{1}$ 의 양변에 $x = n+1$ 을 대입하여 정리하면
 $(n+2)P(n+1) - (n+1) = \text{(나)}$
 이므로
 $P(n+1) = \frac{\text{(나)} + n + 1}{n + 2}$
 이다. 따라서
 n 이 홀수이면 $P(n+1) = 1$ 이고,
 n 이 짝수이면 $P(n+1) = \text{(다)}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각

$f(n), g(n), h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(4) \times g(5)}{h(6)}$ 의 값은? [4점]

- ① 150 ② 155 ③ 160 ④ 165 ⑤ 170

19. 이차방정식 $x^2 - ax - 3a = 0 \quad (a > 0)$ 의 서로 다른 두 실근 α, β 에 대하여 $|\alpha| + |\beta| = 8$ 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? [4점]

- ① 34 ② 36 ③ 38 ④ 40 ⑤ 42

20. 모든 실수 x 가 부등식

$$(x+1)a^2 + (x-1)b^2 \leq 4x$$

를 만족시킬 때, 좌표평면에서 점 (a, b) 가 나타내는 도형 전체의 길이는? [4점]

- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② π ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ 2π

21. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합 A 는 공집합이 아닌 유한집합이다.
 (나) 집합 A 는 곱셈에 대하여 닫혀 있다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

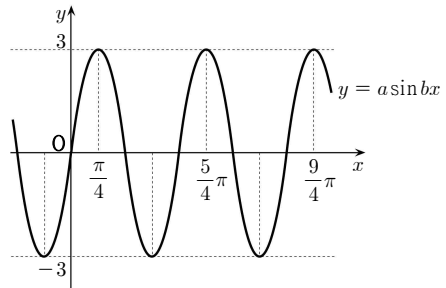
- < 보 기 >
- ㄱ. $a \in A$ 이면 $-a \in A$ 이다.
 ㄴ. $n(A)$ 의 최댓값은 3이다.
 (단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수이다.)
 ㄷ. 집합 A 의 개수는 5이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형(22 ~ 30)

22. 등식 ${}_nP_2 = {}_nC_3 (n \geq 3)$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 양수 a, b 에 대하여 삼각함수 $y = a \sin bx$ 의 그래프가 그림과 같을 때, ab 의 값을 구하시오. [3점]



24. $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,
 $30\left(a-b-\frac{1}{a+b}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $x > 1$ 일 때, $x+1+\frac{16}{x-1}$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

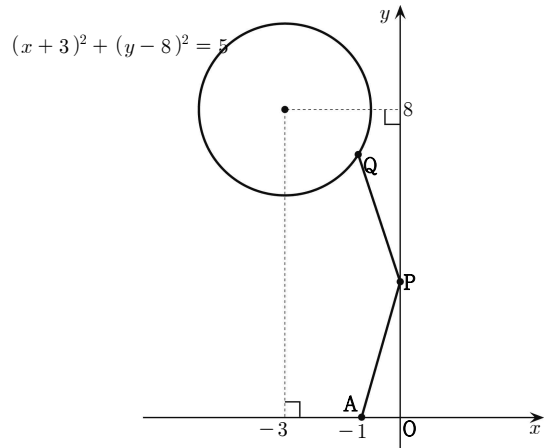
26. 서로 다른 5개 학교의 학생이 각각 2명씩 있다. 이 10명의 학생 중 임의로 3명을 선택할 때, 같은 학교의 학생이 동시에 선택되지 않을 경우의 수를 구하시오. [4점]

27. 좌표평면 위에

점 $A(-1, 0)$ 과 원 $C: (x+3)^2 + (y-8)^2 = 5$ 가 있다.

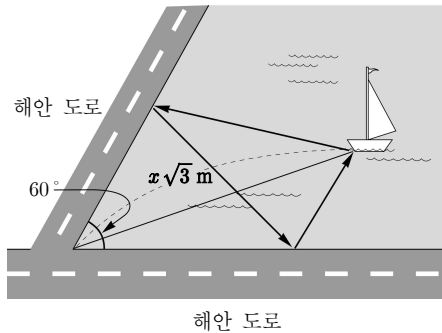
y 축 위의 점 P 와 원 C 위의 점 Q 에 대하여

$\overline{AP} + \overline{PQ}$ 의 최솟값을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오. [4점]



28. 좌표평면에서 원 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 2$ 와 함수 $y = m|x|$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 정수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 바다에 인접해 있는 두 해안 도로가 60° 의 각을 이루며 만나고 있다. 두 해안 도로가 만나는 지점에서 바다쪽으로 $x\sqrt{3}$ m 떨어져 있는 배에서 출발하여 두 해안 도로를 차례대로 한 번씩 거쳐 다시 배로 되돌아오는 수영코스 최단길이가 300m 일 때, x 의 값을 구하시오. (단, 배는 정지해 있고, 두 해안 도로는 일직선 모양이며 그 폭은 무시한다.) [4점]

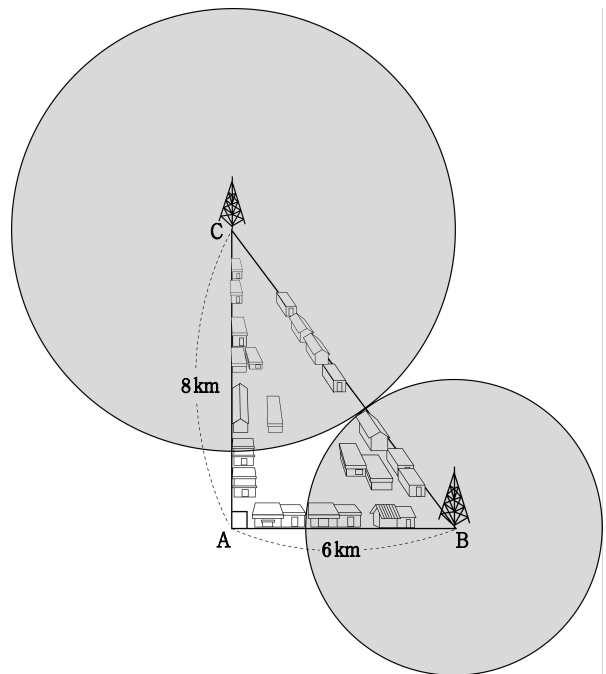


30. 그림과 같이 세 지점 A, B, C 를 꼭짓점으로 하고 각 A 가 90° 인 직각삼각형 모양의 도시가 있다. 두 지점 A, B 사이의 거리는 6km 이고 두 지점 A, C 사이의 거리는 8km 이다. B 지점과 C 지점에 전파의 수신 반경이 각각 4km, 6km 인 기지국이 설치되어 있다. 이 도시 내부에 전파의 수신 반경이 최소인 기지국 하나를 새로 설치하여 전파가 수신되지 않는 지역이 없도록 할 때, 새로 설치하는 기지국의 위치는

B 지점에서 $\frac{\sqrt{k}}{5}$ km 떨어진 지점이다. k 의 값을 구하시오.

(단, 기지국의 높이는 무시하고 모든 지점과 기지국은 동일 평면 위에 있으며, 전파의 수신 반경은 기지국을 중심으로 전파가 수신되는 원모양 지역의 반지름의 길이를 의미한다.)

[4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.