2013학년도 3월 고2 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 수학 영역[A형] •

정 답

1	①	2	③	3	④	4	②	5	①
6	⑤	7	②	8	③	9	②	10	③
11	④	12	③	13	②	14	②	15	④
16	①	17	①	18	④	19	⑤	20	⑤
21	⑤	22	26	23	11	24	129	25	63
26	60	27	4	28	18	29	250	30	134

해 설

1. [출제의도] 실수의 성질을 이용하여 식의 값 계산하기

$(x-1)^2+(y+3)^2=0$ 이므로 $x-1=0,\ y+3=0$

$\therefore x+y=-2$

2. [출제의도] 이차부등식의 해 구하기

$x(x-8)<0$ 의 해를 구하면 $0<x<8$ 이므로

만족시키는 자연수 x 의 개수는 7

3. [출제의도] 조합을 이용하여 경우의 수 계산하기

6명 중 2명을 임의로 뽑는 경우이므로 ${}_6\mathrm{C}_2=15$

4. [출제의도] 절댓값의 성질 이해하기

$(\text{준식})=|b-a|=-(b-a)\ \ (\because a>b)$

$=a-b$

5. [출제의도] 도형의 평행이동 이해하기

x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하면

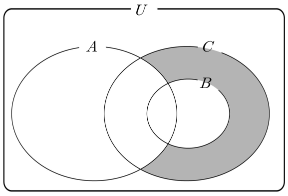
$3(x-a)+2y+9=0$

이 직선이 원점을 지나므로 $a=3$

6. [출제의도] 집합의 연산법칙 이해하기

$(A\cup B)^C\cap C=C-(A\cup B)$ 이므로

원소 x가 속하는 영역은 그림에서 색칠된 부분이다.



① $x\notin B$ (거짓)　② $x\notin A\cap B$ (거짓)

③ $x\notin B\cap C$ (거짓)　④ $x\notin A-B$ (거짓)

⑤ $x\in C-A$ (참)

7. [출제의도] 삼각함수를 이용하여 실생활문제 해결하기

$t=20$ 일 때, $T=B-\frac{k}{6}\cos\frac{\pi}{3}=B-\frac{k}{12}=18$

$t=40$ 일 때, $T=B-\frac{k}{6}\cos\frac{2}{3}\pi=B+\frac{k}{12}=20$

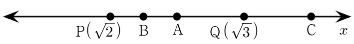
위의 두 식을 연립하여 풀면 $k=12$

8. [출제의도] 선분의 내분점과 외분점 이해하기

점 A는 선분 PQ의 중점이다.

점 B는 선분 PQ를 $1:3$으로 내분한 점이다.

점 C는 선분 PQ를 $3:1$로 외분한 점이다.



따라서 세 점의 위치를 왼쪽부터 순서대로 나열하면 B, A, C

9. [출제의도] 분수함수의 역함수 이해하기

$g(3)=k$라 하면 $f(k)=3$이므로

$\frac{3}{k-1}+2=3$에서 $\frac{3}{k-1}=1$

$\therefore k=4$

10. [출제의도] 산술평균과 기하평균의 대소관계를 이용하여 최솟값 계산하기

$a-1>0,\ b-2>0$ 이므로

$(a-1)+(b-2)=(a-1)+\frac{3}{a-1}\ge 2\sqrt{(a-1)\times\frac{3}{a-1}}$

$=2\sqrt{3}$

(단, 등호는 $a=1+\sqrt{3}$ 일 때 성립한다.)

11. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

$\alpha+\beta=-4,\ \alpha\beta=2$ 이므로 두 근의 부호는 모두 음이다.

$\frac{1}{|\alpha|}+\frac{1}{|\beta|}=-\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\beta}=-\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)=-\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=2$

12. [출제의도] 경우의 수 이해하기

가장 큰 수는 $1+2+3456=3459$

가장 작은 수는 $12+34+56=102$

$\therefore 3459-102=3357$

13. [출제의도] 최대공약수와 최소공배수를 이용하여 다항식 구하기

$B=(x+2)(x-3)\ \cdots$ ㉠

$x^3-2x^2-5x+6=(x+2)(x-3)\boxed{(x-1)}\ \cdots$ ㉡

㉡에서 $f(x)=x-1$

㉠, ㉡에 의하여

$A=\boxed{(x-1)(x-3)},\ C=\boxed{(x+2)(x-1)}$

$g(x)=(x-1)(x-3),\ h(x)=(x+2)(x-1)$

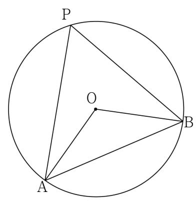
따라서 $f(1)+g(2)+h(3)=9$

14. [출제의도] 라디안의 정의와 사인법칙을 이용하여 현의 길이 구하기

넓이가 100π 이므로 반지름의 길이는 10이다.

또한 호 AB의 길이는 지름의 길이와 같으므로

호 AB의 중심각의 크기는 2라디안이다.



원 위의 점 중 호 AB 위의 점이 아닌 점 P에 대하여 호 AB의 원주각의 크기가 1라디안이므로 삼각형 APB에서 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\sin(\angle\mathrm{APB})}=2\times 10$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=20\sin 1$

15. [출제의도] 정의된 연산을 이용하여 문제 해결하기

변환장치를 이용하여 계산하면

$\frac{2xy}{x+y}+\frac{2\times\frac{1}{xy}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=\frac{2xy}{x+y}+\frac{\frac{2}{xy}}{\frac{x+y}{xy}}$

$=\frac{2xy}{x+y}+\frac{2}{x+y}$

$=\frac{2xy+2}{x+y}$

이므로 (가)에 알맞은 식은 $2xy+2$

16. [출제의도] 켤레복소수의 성질을 이용하여 곱셈공식의 변형 이해하기

$z=a+bi\ (a,\ b$는 실수$)$로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$

$z^2=(a+bi)^2=3+4i$ 에서

$a^2-b^2+2abi=3+4i$ 이므로 $a^2-b^2=3,\ ab=2$

$\therefore z\bar{z}=(a+bi)(a-bi)$

$=a^2+b^2=\sqrt{(a^2+b^2)^2}$

$=\sqrt{(a^2-b^2)^2+4a^2b^2}$

$=\sqrt{3^2+4\times 2^2}=5$

[다른풀이]

$(z\bar{z})^2=z^2(\bar{z})^2=z^2\,\overline{z^2}=25$

$\therefore z\bar{z}=5\ (\because z\bar{z}\ge 0)$

17. [출제의도] 원을 이용하여 넓이 문제 증명하기

두 원 $C_1,\ C_2$ 의 반지름의 길이가 각각

$r_1,\ r_2\ (r_1>r_2)$이므로

실경은 $\boxed{r_1-r_2}$, 정주는 $2\pi\times\boxed{\left(r_2+\frac{r_1-r_2}{2}\right)}$

$(\text{실경})\times(\text{정주})=(\boxed{r_1-r_2})\times\left(2\pi\times\boxed{\frac{r_1+r_2}{2}}\right)$

$=\pi r_1^{\,2}-\pi r_2^{\,2}$

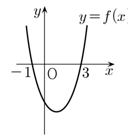
$=(\text{환의 넓이})$

(가), (나)에 알맞은 식을 더하면

$\frac{3}{2}r_1-\frac{1}{2}r_2$ 이므로 $8(p^2+q^2)=20$

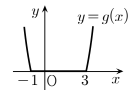
18. [출제의도] 이차함수의 그래프 이해하기

$f(x)=(x-1)^2-4$



$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x\le -1,\ x\ge 3) \\ 0 & (-1<x<3)\end{cases}$

이므로 함수 $g(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



ㄱ. $y=g(x)$ 는 $x=1$에 대하여 대칭이다.(거짓)

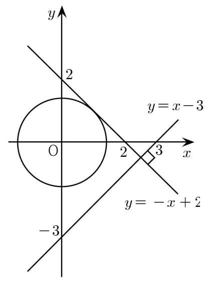
ㄴ. $y=g(x)$ 와 $y=1$은 서로 다른 두 점에서 만난다.
방정식 $g(x)=1$은 서로 다른 두 실근을 갖는다. (참)

ㄷ. $g(x)\le 0$ 의 해는 $-1\le x\le 3$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ

19. [출제의도] 원의 방정식을 이용하여 점과 직선 사이의 거리 구하기

주어진 등식 $(x-y-3)(x+y-2)=0$ 을 만족하는 도형은 아래 두 직선과 같다.



$6(x^2+y^2)$ 에서 $x^2+y^2=k$ 라 두면 점 $(x,\ y)$ 는 중심이 원점이고, 반지름의 길이가 $\sqrt{k}$ 인 원 위의 점이다. 따라서 원이 $y=-x+2$ 에 접할 경우 k 의 값이

최소이다. 원점과 직선 $x+y-2=0$ 사이의 거리가

$\sqrt{k}$ 의 최솟값이므로 $\frac{|0+0-2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2},\ \sqrt{k}\ \ge\sqrt{2}$

$\therefore\ 6(x^2+y^2)=6k \geq 12$

20. [출제의도] 연립방정식을 이용하여 실생활문제 해결하기

가격이 500원인 음료수의 개수를 x, 700원인 음료수의 개수를 y, 900원인 음료수의 개수를 z라 하자.

$x+y+z=40,\ 500x+700y+900z=28000$

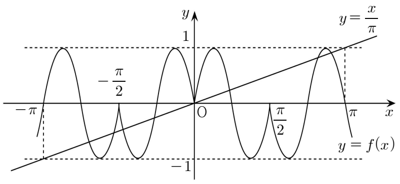
$(x \geq 2,\ y \geq 2,\ z \geq 2)$

연립방정식을 풀면 $y+2z=40,\ x=z$이므로

z의 최댓값은 19이다.

$x=z$이므로 가격이 500원인 음료수의 최대 개수는 19

21. [출제의도] 삼각함수의 그래프를 이용하여 방정식 문제 해결하기



위의 그림에서 함수 $f(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{x}{\pi}$가 만나는 점의 개수는 8이다.

22. [출제의도] 진리집합 이해하기

명제 $p \rightarrow q$가 참이므로

조건 p의 진리집합 P가 조건 q의 진리집합 Q의 부분집합이다. 따라서 a의 최솟값은 26

23. [출제의도] 무리함수 이해하기

$f(x)=\sqrt{4(x+3)}-1$

$\quad =\sqrt{4x+12}-1$

$a=12,\ b=-1$이므로 $a+b=11$

24. [출제의도] 다항식 계산하기

(나)		
$2x-2$	$2x^2+4x$	
(가)		$-x^2+x-3$

위의 그림과 같이 (나)에 다항식 $g(x)$가 있을 때, 대각선방향(↖)의 다항식의 합은

$g(x)+(2x^2+4x)+(-x^2+x-3)=6x^2+12x$

이므로 $g(x)=5x^2+7x+3$

$f(x)+(2x-2)+(5x^2+7x+3)=6x^2+12x$

$f(x)=x^2+3x-1$

따라서 $f(10)=129$

$5x^2+7x+3$	$-2x^2-4$	$3x^2+5x+1$
$2x-2$	$2x^2+4x$	$4x^2+6x+2$
x^2+3x-1	$6x^2+8x+4$	$-x^2+x-3$

25. [출제의도] 나머지정리 이해하기

$P(x)$를 $2x^2-5x-3$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하고 나머지가 $2x+3$이므로

$P(x)=(2x^2-5x-3)Q(x)+2x+3$

$\quad =(2x+1)(x-3)Q(x)+2x+3$

$(x^2-2)P(x)$를 $x-3$으로 나눈 나머지는 $7\times P(3)$

$P(3)=9$이므로 $7\times 9=63$

26. [출제의도] 이중근호를 이용하여 식의 값 구하기

$\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2\sqrt{12}}=2+\sqrt{3}$이므로

$a=3,\ b=\sqrt{3}-1$

$a-b-\frac{1}{a+b}=4-\sqrt{3}-\frac{1}{2+\sqrt{3}}=4-\sqrt{3}-(2-\sqrt{3})$

$\quad =2$

$\therefore\ 30\times 2=60$

27. [출제의도] 삼각함수의 성질 이해하기

a는 주사위의 눈의 수이므로 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$이다.

$\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$, $\sin\frac{2}{6}\pi=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\frac{3}{6}\pi=1$

$\sin\frac{4}{6}\pi=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\frac{5}{6}\pi=\frac{1}{2}$, $\sin\frac{6}{6}\pi=0$이므로

$X=\left\{0,\ \frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ 1\right\}$

따라서 4

28. [출제의도] 직선의 방정식 이해하기

직사각형의 두 대각선의 교점을 지나는 직선은 그 직사각형의 넓이를 이등분한다.

직사각형 ABCD의 대각선의 교점의 좌표는 선분 AC의 중점이므로 좌표는

$\left(\frac{-2+4}{2},\ \frac{7+(-1)}{2}\right)=(1,3)$

직사각형 EFGH의 대각선의 교점의 좌표는 선분 EG의 중점이므로 좌표는

$\left(\frac{-3+1}{2},\ \frac{1+(-1)}{2}\right)=(-1,0)$

따라서 $m=\frac{3-0}{1-(-1)}=\frac{3}{2}$

$\therefore\ 12m=18$

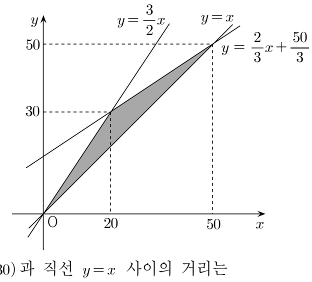
29. [출제의도] 부등식의 영역 이해하기

실수 x, y에 대하여

$3y-2x \leq x+y$이므로 $y \leq \frac{3}{2}x \cdots$ ㉠

또 $y \leq 3y-2x \leq 50$이므로 $x \leq y \leq \frac{2x+50}{3} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족하는 영역은 아래 그림의 색칠한 부분과 같다.



$(20,30)$과 직선 $y=x$ 사이의 거리는

$\frac{|20-30|}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$이다.

점 (x, y)가 존재하는 영역의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 50\sqrt{2}\times 5\sqrt{2}=250$

30. [출제의도] 함수의 뜻 이해하기

$f(1)=1$

$f(2)=f(1)=1$

$f(3)=f(1)+1=2$

$f(4)=f(2)=f(1)=1$

$f(5)=f(2)+1=f(1)+1=2$

$f(6)=f(3)=f(1)+1=2$

$f(7)=f(3)+1=f(1)+1+1=3$

$f(8)=f(4)=f(2)=f(1)=1$

$f(9)=f(4)+1=f(2)+1=f(1)+1=2$

$f(10)=f(5)=f(2)+1=f(1)+1=2$

$\vdots$

$f(128)=f(64)=f(32)=f(16)$
$\quad =f(8)=f(4)=f(2)=f(1)=1$

$1 \leq n \leq 128$인 n에서

$f(1)=1$

$f(3)=f(1)+1=2$

$f(7)=f(3)+1=3$

$f(15)=f(7)+1=4$

$f(31)=f(15)+1=5$

$f(63)=f(31)+1=6$

$f(127)=f(63)+1$

$\quad =f(31)+1+1$

$\quad =f(15)+1+1+1$

$\quad =f(7)+1+1+1+1$

$\quad =f(3)+1+1+1+1+1$

$\quad =f(1)+1+1+1+1+1+1$

$\quad =7$

$f(n)$은 $n=127$일 때 최댓값 7을 갖는다.

따라서 $a+M=127+7=134$