2013학년도 대학수학능력시험 수리영역 나형 정답 및 해설(홀수형)

1.

출제의도 : 행렬의 연산을 할 수 있는가?

$$2A+B=2\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}0&0\\2&2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}1&0\\3&3\end{pmatrix}$$

따라서 행렬 $2A+B$의 모든 성분의 합은 7이다.

<답> ④

2.

출제의도 : 로그의 성질을 이용하여 계산할 수 있는가?

$$\log_2 40-\log_2 5=\log_2\frac{40}{5}$$
$$=\log_2 8$$
$$=\log_2 2^3$$
$$=3\log_2 2$$
$$=3$$

<답> ③

3.

출제의도 : 수열의 극한값을 구할 수 있는가?

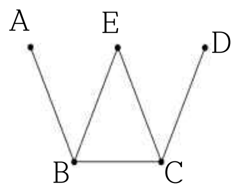
$$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2+1}{3n^2-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{5+\frac{1}{n^2}}{3-\frac{1}{n^2}}$$
$$=\frac{5+0}{3-0}$$
$$=\frac{5}{3}$$

<답> ⑤

4.

출제의도 : 그래프의 연결 관계를 행렬로 나타낼 수 있는가?

주어진 그래프의 꼭짓점에 A, B, C, D, E를 그림과 같이 정하고 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 행렬로 나타내면 다음과 같다.



$$\begin{array}{c} \\ A\\B\\C\\D\\E\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc}A&B&C&D&E\end{array}\\ \begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\1&0&1&0&1\\0&1&0&1&1\\0&0&1&0&0\\0&1&1&0&0\end{pmatrix}\end{array}$$

따라서 행렬의 모든 성분의 합은 10이다.

<답> ③

[다른 풀이]

그래프의 변의 개수가 5개이므로 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은

$2\times5=10$

5.

출제의도 : 함수의 극한에 대한 개념을 이해하고 그래프를 통해 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

$\lim_{x \to -1-0} f(x) = 1,\ \lim_{x \to +0} f(x) = 1$

$\therefore \lim_{x \to -1-0} f(x) + \lim_{x \to +0} f(x) = 1 + 1 = 2$

<답> ⑤

6.
출제의도 : 등비수열의 일반항을 구할 수 있는가?

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r라 하면
모든 항이 양수이므로 $a > 0, r > 0$

$\frac{a_1 a_2}{a_3} = \frac{a^2 r}{ar^2} = \frac{a}{r} = 2$

$\therefore a = 2r$

$\frac{2a_2}{a_1} + \frac{a_4}{a_2} = \frac{2ar}{a} + \frac{ar^3}{ar} = 2r + r^2 = 8$

$r^2 + 2r - 8 = 0,\ (r-2)(r+4) = 0$

$\therefore r = 2\ (\because r > 0)$

따라서 $a = 4, r = 2$이므로

$a_3 = 4 \cdot 2^2 = 16$

<답> ①

7.
출제의도 : 지수와 로그를 활용할 수 있는가?

$T = T_0 + k\log(8t+1)$에서

$T_0 = 20, t = \frac{9}{8}$일 때 $T = 365$이므로

$365 = 20 + k\log\left(8 \cdot \frac{9}{8} + 1\right)$

$365 = 20 + k$

$\therefore k = 365 - 20 = 345$

$T_0 = 20, t = a$일 때 $T = 710$이므로

$710 = 20 + 345\log(8a+1)$

$345\log(8a+1) = 690$

$\log(8a+1) = 2$

$8a + 1 = 100$

$\therefore a = \frac{99}{8}$

<답> ①

8.
출제의도 : 조건부확률에 관한 문제를 해결할 수 있는가?

$P(B^C|A) = 2P(B|A)$에서

$\frac{P(A \cap B^C)}{P(A)} = 2 \times \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$P(A \cap B^C) = 2 \times P(A \cap B)$

$= 2 \times \frac{1}{8}\ \left(\because P(A \cap B) = \frac{1}{8}\right)$

$= \frac{1}{4}$

$\therefore P(A) = P(A \cap B^C) + P(A \cap B)$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

$= \frac{3}{8}$

<답> ②

9.
출제의도 : 연립일차방정식을 행렬을 이용하여 풀 수 있는가?

$\begin{pmatrix} a+1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$에서

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}1 & -a\\-1 & a+1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-4-a\\a+5\end{pmatrix}$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=-4-a,\ y=a+5$이고, 이 해가 방정식 $x+2y-4a=0$을 만족시키므로

$(-4-a)+2(a+5)-4a=0$

$3a-6=0$

$\therefore a=2$

<답> ②

10.

출제의도 : 이항분포를 따르는 확률변수에서 평균과 표준편차를 구할 수 있는가?

확률변수 X가 이항분포 $B(n,p)$를 따르므로

평균 $E(X)=np$

표준편차 $\sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}$

이때, 확률변수 $2X-5$의 평균과 표준편차가 각각 175, 12이므로

$E(2X-5)=2E(X)-5=175$에서

$E(X)=90$

$\therefore np=90$ …㉠

$\sigma(2X-5)=2\sigma(X)=12$에서

$\sigma(X)=6$

$\therefore \sqrt{np(1-p)}=6$ …㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$\sqrt{90(1-p)}=6,\ 90(1-p)=36$

$1-p=\dfrac{6}{15}$

$\therefore p=\dfrac{9}{15}$

㉠에서 $n\cdot\dfrac{9}{15}=90$

$\therefore n=150$

<답> ⑤

11.

출제의도 : 정적분의 값을 구할 수 있는가?

$$\int_{-1}^{1}\{f(x)\}^2dx=\int_{-1}^{1}(x+1)^2dx$$
$$=\int_{-1}^{1}(x^2+2x+1)dx$$
$$=2\int_{0}^{1}(x^2+1)dx$$
$$=2\left[\frac{1}{3}x^3+x\right]_0^1$$
$$=2\left(\frac{1}{3}+1\right)$$
$$=\frac{8}{3}$$

$$\int_{-1}^{1}f(x)dx=\int_{-1}^{1}(x+1)dx$$
$$=2\int_{0}^{1}1\,dx$$
$$=2\,[x]_0^1$$
$$=2$$

$\displaystyle\int_{-1}^{1}\{f(x)\}^2dx=k\left(\int_{-1}^{1}f(x)dx\right)^2$에서

$\dfrac{8}{3}=4k \qquad \therefore k=\dfrac{2}{3}$

<답> ④

12.

출제의도 : 중복조합을 이용하여 경우

의 수를 구할 수 있는가?

주스 4병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는

$$_{3+4-1}C_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$$

생수 2병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는

$$_{3+2-1}C_2 = {}_4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$

우유 1병을 3명에게 나누어 주는 경우의 수는 3이다.
따라서 구하는 경우의 수는

$$15 \cdot 6 \cdot 3 = 270$$

<답> ⑤

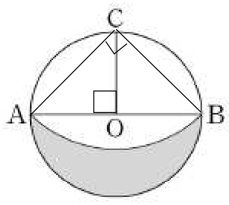
13.
정규분포를 표준화하여 표준정규분포표를 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

이 학교 학생 1명의 시험 점수를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $N(500, 25^2)$을 따른다.

$$P(475 \le X \le 550)$$
$$= P\left(\frac{475-500}{25} \le Z \le \frac{550-500}{25}\right)$$
$$= P(-1 \le Z \le 2)$$
$$= P(0 \le Z \le 1) + P(0 \le Z \le 2)$$
$$= 0.3413 + 0.4772$$
$$= 0.8185$$

<답> ②

14.
출제의도 : 무한등비급수에 관련된 내적문제를 해결할 수 있는가?



R_1

위 그림의 직각삼각형 AOC에서

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{OC}^2}$$
$$= \sqrt{1^2 + 1^2}$$
$$= \sqrt{2}$$

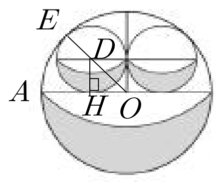
부채꼴 CAB의 넓이는

$$\frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

부채꼴 CAB에서 직각삼각형 CAB를 제외한 부분의 넓이는

$$\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2})^2 = \frac{\pi}{2} - 1$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2}\pi - \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = 1$$



R_2

위 그림에서 새로 생긴 한 원의 중심을 D, 점 D에서 선분 OA 위에 내린 수선의 발을 H, 원 D의 반지름의 길이를 r라 하면

$$\overline{OD} = \overline{OE} - \overline{DE} = 1 - r$$
$$\overline{OH} = \overline{DH} = r$$

이므로 직각삼각형 ODH에서

$$(1-r)^2 = r^2 + r^2$$
$$r^2 + 2r - 1 = 0$$

$\therefore r=-1+\sqrt{2}\ (\because r>0)$

이때, 원 O와 원 D의 닮음비가

$1:(-1+\sqrt{2})$이므로 넓이의 비는

$1^2:(-1+\sqrt{2})^2=1:(3-2\sqrt{2})$

이다.

$$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n=1+2(3-2\sqrt{2})+2^2(3-2\sqrt{2})^2+2^3(3-2\sqrt{2})^3+\cdots$$

$$=\frac{1}{1-2(3-2\sqrt{2})}$$

$$=\frac{1}{4\sqrt{2}-5}$$

$$=\frac{5+4\sqrt{2}}{7}$$

<답> ③

15.

출제의도 : 미분계수를 이용하여 접선의 방정식을 구할 수 있는가?

$f(x)=x^3+ax^2+9x+3$에서

$f'(x)=3x^2+2ax+9$

$f'(1)=3+2a+9=2a+12$

이때, 접선의 기울기가 2이므로

$2a+12=2$

$\therefore a=-5$

$f(1)=1+a+9+3$

$=a+13$

$=-5+13\ (\because a=-5)$

$=8$

따라서 기울기가 2이고 점 $(1,8)$을 지나는 접선의 방정식은

$y-8=2(x-1)$

$y=2x+6$

따라서 $b=6$이므로

$a+b=-5+6=1$

<답> ①

16.

출제의도 : 행렬의 연산의 성질을 이해하고 역행렬의 정의를 이해하는가?

ㄱ. $2A^2+AB=E$ 에서

$A(2A+B)=E$

$\therefore\ A^{-1}=2A+B$ (참)

ㄴ. $2A^2+AB=E$ 에서

$AB=E-2A^2$

$AB+BA=2A+E$ 에서

$AB=2A+E-BA$

이므로

$E-2A^2=2A+E-BA$

$-2A^2=2A-BA$

$BA=2A^2+2A$

$\therefore\ B=(2A^2+2A)A^{-1}$

$=2A+2E$ (참)

ㄷ. $2A^2+AB=E$ 에서

$2A^2+A(2A+2E)=E$

$\therefore\ 4A^2=-2A+E$

따라서,

$(B-E)^2=(2A+E)^2$

$=4A^2+4A+E$

$=2A+2E=B$

그런데, $B=O$ 이면 주어진 조건에서

$2A^2=E,\ 2A=-E$

이므로 모순이다.

즉, $B\neq O$ 이므로 $(B-E)^2\neq O$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 이다.

<답> ③

17.

출제의도 : 수열에 관련된 증명을 이해하고 있는가?

$a_{n+1}-a_n$

$=n\cdot 2^n+\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k}-(n-1)\cdot 2^{n-1}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{k}$

$=\{n\cdot 2^n-(n-1)\cdot 2^{n-1}\}+(\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{k})$

$=(n+1)\cdot 2^{n-1}+\frac{a_n}{n}$

이므로

$a_{n+1}=\frac{(n+1)a_n}{n}+(n+1)\cdot 2^{n-1}$

$\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{a_n}{n}+(n+1)\cdot 2^{n-1}$

이다. $b_n=\frac{a_n}{n}$이라 하면

$b_{n+1}=b_n+\frac{(n+1)\cdot 2^{n-1}}{n+1}$

이고, $b_2=3$ 이므로

$b_n=b_2+\sum_{k=1}^{n-2}2^k$

$=3+\frac{2(2^{n-2}-1)}{2-1}=2^{n-1}+1$

따라서

$f(n)=(n+1)\cdot 2^{n-1}$, $g(n)=2^{n-1}+1$

이므로

$f(4)+g(7)=40+65=105$

<답> ④

18.

출제의도 : 구간이 나뉘어진 함수의 미분가능할 조건을 구할 수 있는가?

함수 $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하므로 $x=1$에서 연속이어야 한다. 즉,

$\lim_{x\to 1-0}(x^3+ax)=\lim_{x\to 1+0}(bx^2+x+1)$

$1+a=b+2$

$\therefore\ a-b=1\cdots$㉠

또한,

$\lim_{h\to +0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$

$=\lim_{h\to +0}\frac{b(1+h)^2+(1+h)+1-(b+2)}{h}$

$=\lim_{h\to +0}\frac{bh^2+(2b+1)h}{h}$

$=2b+1$

$\lim_{h\to -0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$

$=\lim_{h\to -0}\frac{(1+h)^3+a(1+h)-(b+2)}{h}$

$=\lim_{h\to -0}\frac{h^3+3h^2+(a+3)h+1+a-(b+2)}{h}$

$=\lim_{h\to -0}\frac{h^3+3h^2+(a+3)h}{h}=a+3$

이므로

$2b+1=a+3$, $a-2b=-2\cdots$㉡

㉠,㉡에서 $a=4$, $b=3$ 이므로

$a+b=7$

<답> ③

19.

출제의도 : 무한급수가 수렴할 때 일반항의 극한값을 구할 수 있는가?

$\sum_{n=1}^{\infty}(na_n-\frac{n^2+1}{2n+1})=3$ 이므로

$\lim_{n\to\infty}(na_n-\frac{n^2+1}{2n+1})=0$

따라서, $b_n = na_n - \frac{n^2+1}{2n+1}$ 라 하면

$a_n = \frac{b_n}{n} + \frac{n^2+1}{2n^2+n}$

$\therefore \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{b_n}{n} + \frac{n^2+1}{2n^2+n}\right) = \frac{1}{2}$

$\therefore \lim_{n\to\infty}(a_n^2 + 2a_n + 2)$

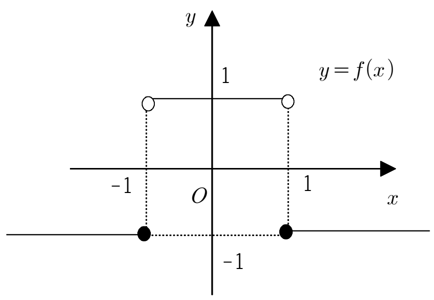
$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 2 = \frac{13}{4}$

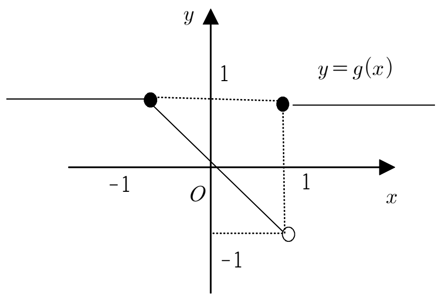
<답> ①

20.

출제의도 : 함수의 연속성을 판단할 수 있는가?

두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프는 각각 다음과 같다.





ㄱ. $\lim_{x\to 1+0} f(x)g(x) = (-1)\times 1 = -1$

$\lim_{x\to 1-0} f(x)g(x) = 1\times(-1) = -1$

$\therefore \lim_{x\to 1} f(x)g(x) = -1$ (참)

ㄴ. $\lim_{x\to +0} g(x+1) = 1$

$\lim_{x\to -0} g(x+1) = -1$

이므로 $g(x+1)$은 $x=0$에서 불연속이다. (거짓)

ㄷ. $\lim_{x\to -1+0} f(x)g(x+1) = 1\times 0 = 0$

$\lim_{x\to -1-0} f(x)g(x+1) = (-1)\times 0 = 0$

$f(-1)g(0) = (-1)\times 0 = 0$

$\therefore \lim_{x\to -1} f(x)g(x+1) = f(-1)g(0)$

따라서, 함수 $f(x)g(x+1)$은 $x=-1$에서 연속이다. (참)

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄷ 이다.

<답> ④

21.

출제의도 : 사차함수가 극값을 오직 하나 갖을 조건을 구할 수 있는가?

$F'(x) = f(x) = x^3 - 3x + a$

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$

이므로 사차함수 $F(x)$가 오직 하나의 극값을 갖기 위해서는 $F(x)$의 도함수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여

(극댓값)$\times$(극솟값) ≥ 0

이어야 한다.

즉, $f(1)f(-1) \geq 0$ 이므로

$(-2+a)(2+a) \geq 0$, $(a-2)(a+2) \geq 0$

$\therefore\ a \leq -2$ 또는 $a \geq 2$

따라서, 양수 a의 최솟값은 2이다.

<답> ②

22.

출제의도 : 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

$$\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x+3)}{x-2}=\lim_{x\to2}(x+3)=5$$

<답> 5

23.
출제의도 : 등차수열의 일반항을 구할 수 있는가?

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_5=a_2+3d=16+3d=10$

$\therefore\ d=-2$

따라서

$a_1=a_2-d=16-(-2)=18$

이므로

$a_n=18+(n-1)\times(-2)=-2n+20$

즉, $a_k=-2k+20=0$ 이므로

$k=10$

<답> 10

24.
출제의도 : 미분계수를 구할 수 있는가?

$f'(x)=3x^2+9$ 이므로

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)=12$$

<답> 12

25.
출제의도 : 신뢰구간을 추정할 수 있는가?

$n=100$, $s=500$ 이므로 신뢰도 95%로 모평균을 추정하면

$$\left[\overline{x}-1.96\times\frac{500}{\sqrt{100}},\ \overline{x}+1.96\times\frac{500}{\sqrt{100}}\right]$$

$[\overline{x}-98,\ \overline{x}+98]$

$\therefore\ c=98$

<답> 98

26.
출제의도 : 지수법칙의 성질과 거듭제곱근의 정의를 이해하는가?

$$\left(\sqrt[3]{3^5}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(3^{\frac{5}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{5}{6}}$$

따라서, $3^{\frac{5}{6}}$이 어떤 자연수의 n제곱근이므로

$\left(3^{\frac{5}{6}}\right)^n=3^{\frac{5n}{6}}$

은 자연수가 되어야 한다.

이때, $2\le n\le 100$ 이므로 n은 6의 배수이어야 하므로

$n=6,12,\cdots,96$

즉, n의 개수는 16 이다.

<답> 16

27.
출제의도 : 반복되는 점의 좌표의 규칙성을 찾을 수 있는가?

주어진 규칙에 따라 점 P_n의 좌표를 나열해 보면

$P_1(-1,0)$, $P_2(1,0)$

$P_3(-1,2)$, $P_4(1,-2)$

$P_5(-1,4)$, $P_6(1,-4)$

$P_7(-1,6)$, $P_8(1,-6)$

$\cdots$

이므로 자연수 k에 대하여

$P_{2k-1}(-1,\ 2(k-1))$, $P_{2k}(1,\ 2(1-k))$

따라서, 점 P_{25}의 좌표는

$P_{25}(-1,\ 24)$

이므로 $a+b=23$

<답> 23

28.

출제의도 : 정적분의 성질을 이해하고 넓이를 구할 수 있는가?

$$\int_0^{2013} f(x)dx - \int_3^{2013} f(x)dx$$

$$= \int_0^{2013} f(x)dx + \int_{2013}^{3} f(x)dx$$

$$= \int_0^{3} f(x)dx = 0$$

따라서 $f(x)=x^2+ax+b$라 하면

$$\int_0^3 (x^2+ax+b)dx$$

$$= [\frac{1}{3}x^3+\frac{a}{2}x^2+bx]_0^3 = 9+\frac{9}{2}a+3b=0$$

$\therefore\ 3a+2b=-6 \cdots$㉠

또한, $f(3)=9+3a+b=0$ 이므로

$3a+b=-9 \cdots$㉡

㉠,㉡에서 $a=-4,\ b=3$ 이므로

$f(x)=x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$

$$\therefore\ S=\int_1^3 |x^2-4x+3|dx$$

$$= \int_1^3 (-x^2+4x-3)dx$$

$$= [-\frac{1}{3}x^3+2x^2-3x]_1^3 = \frac{4}{3}$$

$\therefore\ 30S=40$

<답> 40

29.

출제의도 : 여사건의 확률을 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

적어도 2명의 남학생이 서로 이웃하는 사건의 여사건은 어느 남학생도 이웃하지 않는 경우이다.

즉, 그림과 같이 남학생 4명을

(1, 1), (1, 3), (3, 1), (3, 3)

또는

(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)

에 배정하고 나머지 자리에 여학생 4명을 배정하면 된다.

남	여	남
여		여
남	여	남

여	남	여
남		남
여	남	여

$$\therefore\ p=1-\frac{4!\times 4!}{8!}\times 2=\frac{34}{35}$$

$\therefore\ 70p=68$

<답> 68

30.

출제의도 : 지수함수와 로그함수의 그래프의 특징을 이용하여 조건을 만족시키는 점의 개수를 구할 수 있는가?

$y=2^x-n$의 역함수를 구해보면

$2^x=y+n$ 에서 $x=\log_2(y+n)$

이므로 x와 y를 서로 바꾸면

$y=\log_2(x+n)$

즉, $y=2^x-n$와 $y=\log_2(x+n)$은 서로 역함수의 관계이므로 두 곡선은 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

따라서, 주어진 조건을 만족하는 점의

좌표를 (m, m) (m은 정수)라고 하면

$2^m - n \le m \le \log_2(m+n)$

$\therefore\ 2^m - m \le n\ \cdots$ ㉠

또한,

$2^{-30} - (-30) = \dfrac{1}{2^{30}} + 30,\ 2^{-29} - (-29) = \dfrac{1}{2^{29}} + 29$

$\cdots$

$2^{-3} - (-3) = \dfrac{1}{8} + 3,\ 2^{-2} - (-2) = \dfrac{1}{4} + 2$

$2^{-1} - (-1) = \dfrac{1}{2} + 1,\ 2^0 - 0 = 1$

$2^1 - 1 = 1,\ 2^2 - 2 = 2$

$2^3 - 3 = 5,\ 2^4 - 4 = 12$

$2^5 - 5 = 27,\ 2^6 - 6 = 58$

$\cdots$

이므로 자연수 n에 대하여 ㉠을 만족시키는 정수 m의 값은 다음과 같다.

$n=1$ 일 때 $m=0,1$

$n=2$ 일 때, $m=0,1,2,-1$

$n=3$ 일 때, $m=0,1,2,-1,-2$

$n=4$ 일 때, $m=0,1,2,-1,-2,-3$

$n=5$ 일 때, $m=0,1,2,3,-1,-2,-3,-4$

$\cdots$

$n=30$일 때, $m=0,1,\cdots,5,-1,-2,\cdots,-29$

$\therefore\ \sum_{n=1}^{30} a_n$

$= 2\times1 + 3\times3 + 4\times7 + 5\times15 + 6\times4 + (1+2+\cdots+29)$

$= 2 + 9 + 28 + 75 + 24 + \dfrac{29\times30}{2}$

$= 138 + 435 = 573$

<답> 573