

제 2 교시

수리 영역(가형)

5지선다형

1. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A$ 의 모든 성분의 합은?
[2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. $\cos^2\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

3. 한 개의 주사위를 6번 던질 때, 홀수의 눈이 5번 나올 확률은?
[2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{3}{32}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{5}{32}$ ⑤ $\frac{3}{16}$

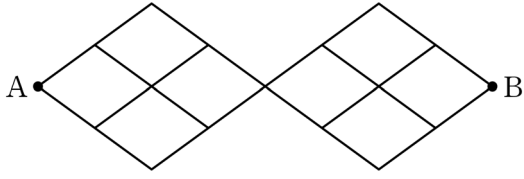
4. 좌표평면에서 일차변환 f 를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ 일 때,
 f 에 의하여 직선 $x+2y=0$ 이 옮겨지는 직선의 방정식은? [3점]

- ① $2x+y=0$ ② $2x+3y=0$ ③ $3x+2y=0$
④ $2x+5y=0$ ⑤ $5x+2y=0$

2

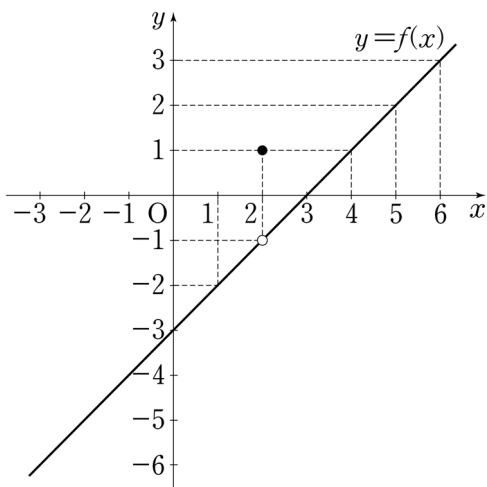
수리 영역(가형)

5. 그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다.
이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로
가는 경우의 수는? [3점]



- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

6. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



합성함수 $(f \circ f)(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속이 되는 모든 a 의 값의
합은? (단, $0 \leq a \leq 6$ 이다.) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 어떤 물질이 녹아 있는 용액에 단색광을 투과시킬 때 투과 전
단색광의 세기에 대한 투과 후 단색광의 세기의 비를
그 단색광의 투과도라고 한다. 투과도를 T , 단색광이 투과한
길이를 l , 용액의 농도를 d 라 할 때, 다음 관계가 성립한다.

$$\log T = -kld \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

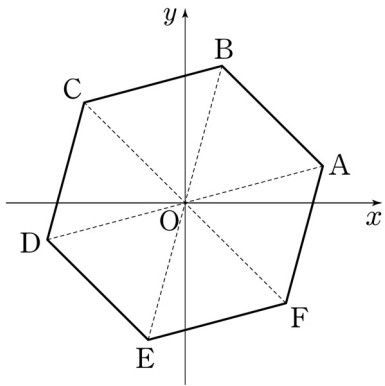
이 물질에 대하여 투과길이가 $l_0 (l_0 > 0)$ 이고 용액의 농도가
 $3d_0 (d_0 > 0)$ 일 때의 투과도를 T_1 , 투과길이가 $2l_0$ 이고 용액의
농도가 $4d_0$ 일 때의 투과도를 T_2 라 하자. $T_2 = T_1^n$ 을 만족시키는
 n 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{13}{6}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

8. 그림과 같이 좌표평면에 정육각형 ABCDEF가 있다.
두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬이 각각

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

일 때, 합성변환 $g \circ f$ 에 의하여 점 A가 옮겨지는 점은?
(단, 선분 AD의 중점은 원점 O이다.) [3점]



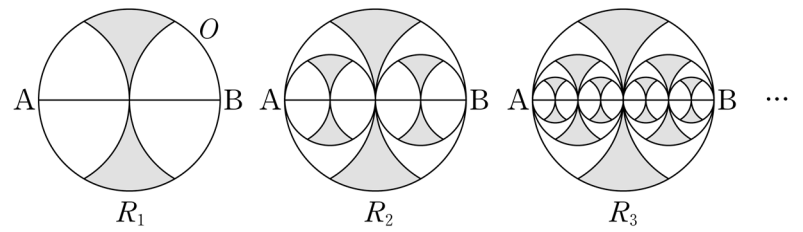
- ① B ② C ③ D ④ E ⑤ F

9. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. A, B를 각각 중심으로 하고 원 O와 반지름의 길이가 같은 두 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 \bowtie 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 AB를 2등분한 선분을 각각 지름으로 하는 두 원을 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \bowtie 모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

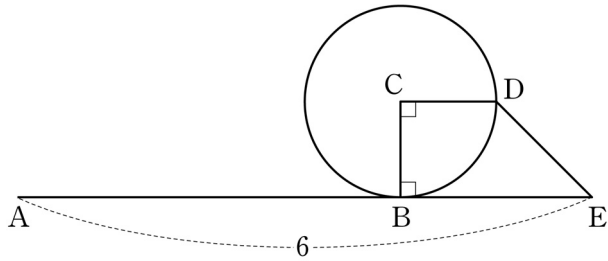
그림 R_2 에 선분 AB를 4등분한 선분을 각각 지름으로 하는 네 원을 그리고, 이 네 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \bowtie 모양의 네 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 \bowtie 모양의 모든 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $3\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ ② $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ ③ $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$
④ $3\sqrt{3} - \pi$ ⑤ $3\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$

10. 그림은 지점 A, B, C, D, E를 연결하는 산책로를 나타낸 것이다. 길이가 6km인 직선 모양의 산책로 AE와 둘레의 길이가 2π km인 원 모양의 산책로가 B지점에서 한 번 만난다. 갑과 을은 다음과 같이 A지점에서 E지점까지 이동하였다.



갑: 산책로 AB를 속도 4km/시, 원 모양의 산책로 한 바퀴를 속도 π km/시, 직선 모양의 산책로 BE를 속도 4km/시로 이동하였다.

을: 직선 모양의 산책로 AB, BC, CD, DE를 따라 속도 5km/시로 이동하였다.

갑과 을이 동시에 출발하여 갑이 을보다 2시간 늦게 도착하였을 때, 두 지점 A, B 사이의 거리는?

(단, C는 원의 중심이고, 산책로의 폭은 무시한다.) [3점]

- ① $\frac{15}{4}$ km ② 4km ③ $\frac{17}{4}$ km ④ $\frac{9}{2}$ km ⑤ $\frac{19}{4}$ km

11. A가 동전을 2개 던져서 나온 앞면의 개수만큼 B가 동전을 던진다. B가 던져서 나온 앞면의 개수가 1일 때, A가 던져서 나온 앞면의 개수가 2일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

12. 좌표평면에서 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 점근선에 평행하고 타원 $\frac{x^2}{8a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하는 직선을 l 이라 하자.

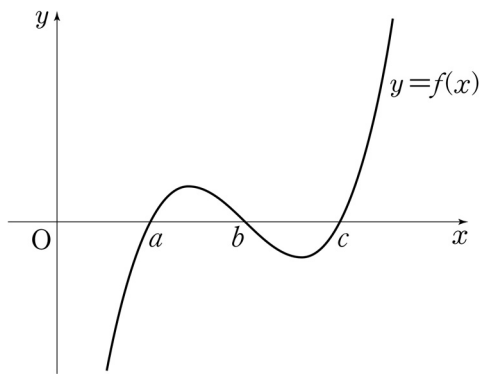
원점과 직선 l 사이의 거리가 1일 때, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② $\frac{19}{2}$ ③ 10 ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 11

13. 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f(x)$ 는

$$\int_a^b f(x)dx=3, \int_a^c f(x)dx=0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]



<보 기>

- ㄱ. $F(b)=F(a)+3$
- ㄴ. 점 $(c, F(c))$ 는 곡선 $y=F(x)$ 의 변곡점이다.
- ㄷ. $-3 < F(a) < 0$ 이면 방정식 $F(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

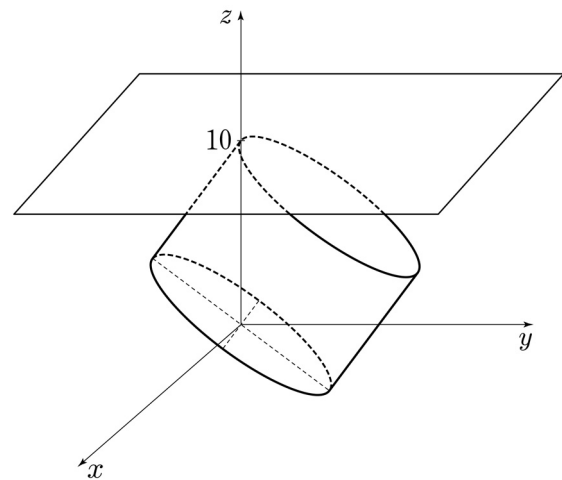
14. 좌표공간에 있는 원기둥이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 높이는 8이다.
- (나) 한 밑면의 중심은 원점이고 다른 밑면은 평면 $z=10$ 과 오직 한 점 $(0, 0, 10)$ 에서 만난다.

이 원기둥의 한 밑면의 평면 $z=10$ 위로의 정사영의 넓이는?

[4점]

- ① $\frac{139}{5}\pi$ ② $\frac{144}{5}\pi$ ③ $\frac{149}{5}\pi$ ④ $\frac{154}{5}\pi$ ⑤ $\frac{159}{5}\pi$



6

수리 영역(가형)

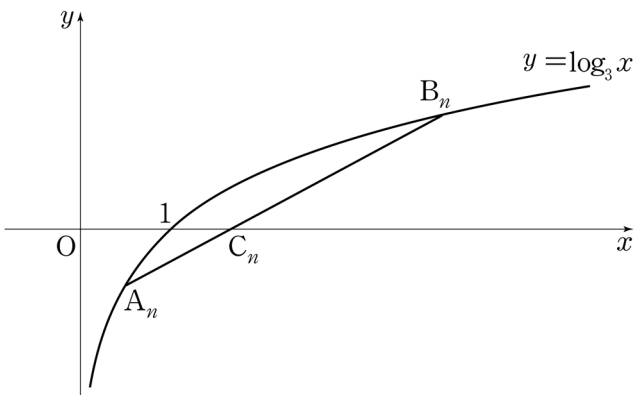
15. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 A_n 이라 하자. 그래프 위의 점 B_n 과 x 축 위의 점 C_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 C_n 은 선분 $A_n B_n$ 과 x 축의 교점이다.

(나) $\overline{A_n C_n} : \overline{C_n B_n} = 1 : 2$

점 C_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1



16. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$(A+B)(A^{-1}+B^{-1})=4E$$

를 만족시킨다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1}+B^{-1}$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $A=E$ 이면 $B=E$ 이다.

ㄷ. $AB=\frac{1}{2}E$ 이면 $A^2+B^2=E$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -\frac{4}{9}$ 이고,

$$2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 $2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n$ 의 양변을 2^{2n+1} 으로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = \frac{n}{2^{2n+1}} \quad (n \geq 1)$$

이므로 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_n}{2^n} = \frac{a_1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} \dots\dots (*)$$

이다. 한편

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} &= \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} - \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} \right) \\ &= \frac{2}{3} \left\{ \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \dots + \frac{n-1}{4^{n-1}} \right) - \left(\frac{1}{4^2} + \frac{2}{4^3} + \dots + \frac{n-1}{4^n} \right) \right\} \\ &= \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{[(7)]}{4^n} \right) \end{aligned}$$

이므로 (*)에 의하여

$$\begin{aligned} a_n &= [(나)] + \frac{2^{n+1}}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{[(7)]}{4^n} \right) \\ &= -\frac{3n+1}{9 \cdot 2^{n-1}} \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(10) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① -64 ② -56 ③ -48 ④ -40 ⑤ -32

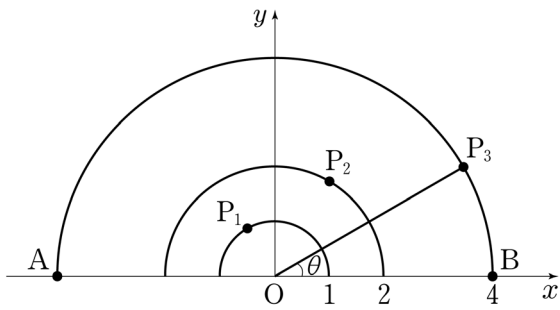
18. 정규분포 $N(10, 2^2)$ 을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 n 인 표본의 표본평균을 \bar{X} , 표준정규분포를 따르는 확률변수를 Z 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a , b 는 상수이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $V(\bar{X}) = \frac{4}{n}$
 ㄴ. $P(\bar{X} \leq 10-a) = P(\bar{X} \geq 10+a)$
 ㄷ. $P(\bar{X} \geq a) = P(Z \leq b)$ 이면 $a + \frac{2}{\sqrt{n}}b = 10$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

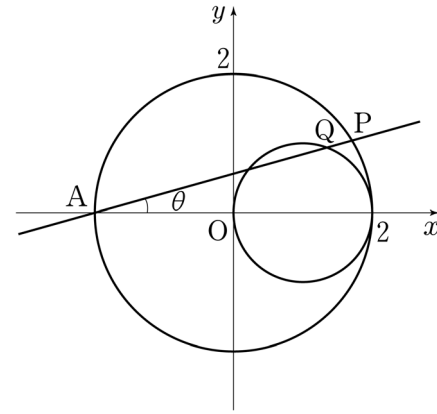
19. 그림과 같이 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1, 2, 4인 세 반원을 각각 O_1, O_2, O_3 이라 하자. 세 점 P_1, P_2, P_3 은 선분 OB 위에서 동시에 출발하여 각각 세 반원 O_1, O_2, O_3 위를 같은 속력으로 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. $\angle BOP_3 = \theta$ 라 하고 삼각형 ABP_1 의 넓이를 S_1 , 삼각형 ABP_2 의 넓이를 S_2 , 삼각형 ABP_3 의 넓이를 S_3 이라 하자. $3S_3 = 2(S_1 + S_2)$ 일 때, $\cos^3\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

20. 그림과 같이 점 $A(-2, 0)$ 과 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 P에 대하여 직선 AP가 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 두 점에서 만날 때 두 점 중에서 점 P에 가까운 점을 Q라 하자.

$\angle OAP = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\overline{PQ}}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고

$$g'(x) \leq \frac{1}{3} \text{이다.}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{(x-3)g(x)} = \frac{8}{9}$$

$f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -11 ② -9 ③ -7 ④ -5 ⑤ -3

단답형

22. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f(x^3) = 2x^3 - x^2 + 32x$$

를 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. A그릇에는 농도가 30%인 소금물 10g이 담겨 있고,

B그릇에는 농도가 2%인 소금물 50g이 담겨 있다.

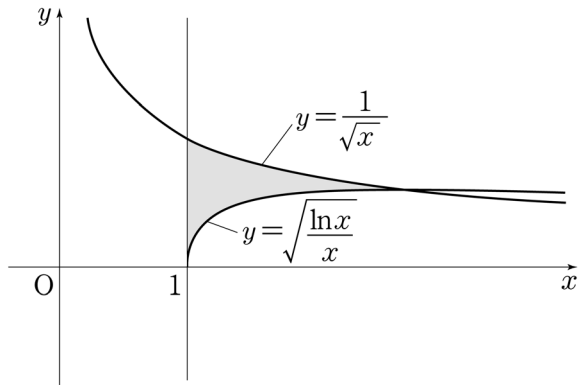
A그릇에는 xg 의 물을 넣고, B그릇은 가열하여 xg 의 물을

증발시킨 후 $2xg$ 의 소금을 넣었다. A그릇의 소금물 농도를

$f(x)$, B그릇의 소금물 농도를 $g(x)$ 라 할 때, $f(x) < g(x)$ 를

만족시키는 자연수 x 의 최솟값을 구하시오. [3점]

24. 두 곡선 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $y = \sqrt{\frac{\ln x}{x}}$ 와 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는 V 이다. $\frac{100V}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [3점]



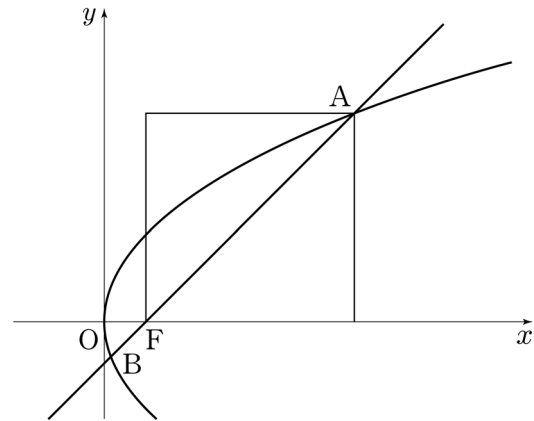
25. 닫힌 구간 $[-1, 1]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x) = f(x)$

(나) $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{10}$

$V(10X+3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 좌표평면에서 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 F 인 포물선과 점 F 를 지나고 기울기가 1인 직선이 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하자. 선분 AF 를 대각선으로 하는 정사각형의 한 변의 길이가 2일 때, 선분 AB 의 길이는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]



27. 좌표공간에서 구

$$S: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$$

위를 움직이는 점 P가 있다. 점 P에서 구 S에 접하는 평면이 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 과 만나서 생기는 도형의 넓이의 최댓값은 $(a+b\sqrt{3})\pi$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 자연수이다.) [4점]

28. 첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n < a_{n+1}, \quad \sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k)^2 = 2\left(1 - \frac{1}{9^n}\right)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

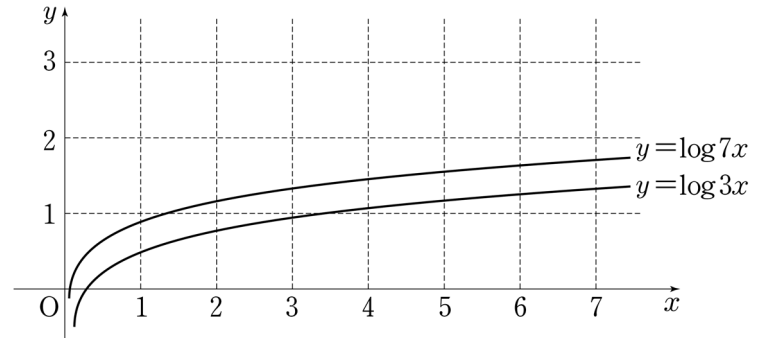
29. 좌표공간에서 네 점 A_0, A_1, A_2, A_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} & \text{(가) } |\overrightarrow{A_0A_2}| = |\overrightarrow{A_1A_3}| = 2 \\ & \text{(나) } \frac{1}{2}\overrightarrow{A_0A_3} \cdot \left(\overrightarrow{A_0A_k} - \frac{1}{2}\overrightarrow{A_0A_3}\right) = \cos\frac{3-k}{3}\pi \quad (k = 1, 2, 3) \end{aligned}$$

$|\overrightarrow{A_1A_2}|$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y = \log 3x, y = \log 7x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오. [4점]

$$\begin{aligned} & \text{(가) 꼭짓점의 } x \text{좌표, } y \text{좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.} \\ & \text{(나) 꼭짓점의 } x \text{좌표는 모두 100 이하이다.} \end{aligned}$$



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.