

제 2 교시

# 수리 영역(나형)

5지선다형

1.  $\log_2 3 + \log_2 \frac{4}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

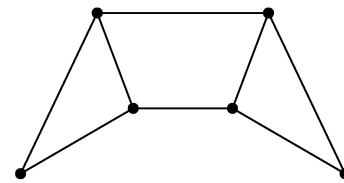
2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A+2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 9      ⑤ 11

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 2x + 3)$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수는? [3점]

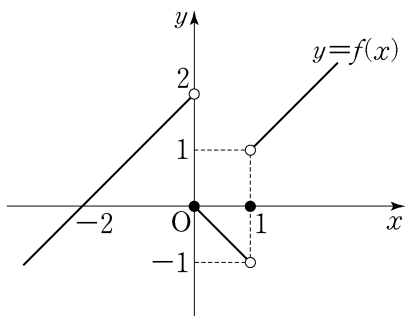


- ① 18      ② 20      ③ 22      ④ 24      ⑤ 26

5. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax}{x-1} = b$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?  
[3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

6. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1    ② 0    ③ 1    ④ 2    ⑤ 3

7. 밀폐된 용기 속의 액체에서 증발과 응축이 계속하여 같은 속도로 일어나는 동적 평형 상태의 증기압을 포화 증기압이라 한다. 밀폐된 용기 속에 있는 어떤 액체의 경우 포화 증기압  $P(\text{mmHg})$ 와 용기 속의 온도  $t(^{\circ}\text{C})$  사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log P = 8.11 - \frac{1750}{t+235} \quad (0 < t < 60)$$

용기 속의 온도가  $15^{\circ}\text{C}$ 일 때의 포화 증기압을  $P_1$ ,  $45^{\circ}\text{C}$ 일 때의 포화 증기압을  $P_2$ 라 할 때,  $\frac{P_2}{P_1}$ 의 값은? [3점]

- ①  $10^{\frac{1}{4}}$     ②  $10^{\frac{1}{2}}$     ③  $10^{\frac{3}{4}}$   
④ 10    ⑤  $10^{\frac{5}{4}}$

8. 첫째항이 1이고 공비가 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$b_n = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2$$

일 때,  $\frac{b_6}{b_3}$ 의 값은? [3점]

- ① 56      ② 58      ③ 60      ④ 62      ⑤ 64

9. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{x^2-2x} = 4$ 일 때,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

10. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t$ 일 때의 위치는 각각  $f(t) = 2t^2 - 2t$ ,  $g(t) = t^2 - 8t$ 이다. 두 점 P와 Q가 서로 반대방향으로 움직이는 시각  $t$ 의 범위는? [3점]

- ①  $\frac{1}{2} < t < 4$       ②  $1 < t < 5$       ③  $2 < t < 5$   
 ④  $\frac{3}{2} < t < 6$       ⑤  $2 < t < 8$

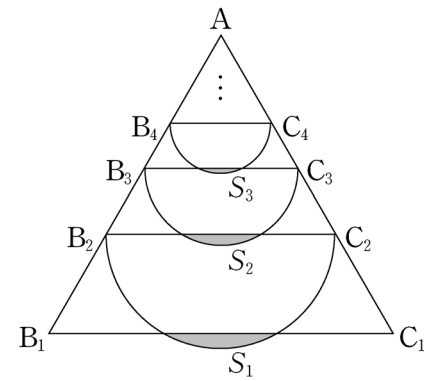
11. 첫째항이 2이고, 각 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $\sum_{k=1}^{10} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{1}{3}$  일 때,  $S_{11}$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

12. 한 변의 길이가 3인 정삼각형  $AB_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 선분  $AB_1$ 과 선분  $AC_1$ 을 2:1로 내분하는 점을 각각  $B_2, C_2$ 라 하고, 선분  $B_2C_2$ 를 지름으로 하는 원의 호  $B_2C_2$ 와 선분  $B_1C_1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ 이라 하자.

정삼각형  $AB_2C_2$ 에서 선분  $AB_2$ 와 선분  $AC_2$ 를 2:1로 내분하는 점을 각각  $B_3, C_3$ 이라 하고, 선분  $B_3C_3$ 을 지름으로 하는 원의 호  $B_3C_3$ 과 선분  $B_2C_2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{3\pi - 5\sqrt{3}}{10}$       ②  $\frac{6\pi - 9\sqrt{3}}{20}$       ③  $\frac{4\pi - 5\sqrt{3}}{10}$   
 ④  $\frac{8\pi - 9\sqrt{3}}{20}$       ⑤  $\frac{10\pi - 9\sqrt{3}}{20}$

13. 닫힌 구간  $[1, 4]$  에서 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$  의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 하자.  $M+m=20$  일 때, 상수  $a$  의 값은?  
[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

14. 집합  $S$  가

$$S = \{M \mid M \text{은 이차정사각행렬이고 } M^2 = M\}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

$$\neg. \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \in S$$

ㄴ.  $A \in S$ 이고  $A$ 의 역행렬이 존재하면  $A = E$ 이다.

ㄷ.  $A + E \in S$ 이면  $A^4 \in S$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

# 6

## 수리 영역(나형)

15. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1=2$ 이고,  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$a_{n+1} = \frac{S_n}{a_n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은  $S_n$ 을 구하는 과정이다.

주어진 식으로부터  $a_2 = \frac{S_1}{a_1} = 1$ 이다.

$n \geq 3$ 일 때,

$$a_n = \frac{S_{n-1}}{a_{n-1}} = \frac{S_{n-2} + a_{n-1}}{a_{n-1}} = \frac{a_{n-2}a_{n-1} + a_{n-1}}{a_{n-1}}$$

이므로

$$a_n = a_{n-2} + 1$$

이다. 따라서 일반항  $a_n$ 을 구하면, 자연수  $k$ 에 대하여

$$n = 2k-1 \text{ 일 때, } a_{2k-1} = k+1$$

$$n = 2k \text{ 일 때, } a_{2k} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 한편,  $S_n = a_n a_{n+1}$ 이므로

$$S_n = \begin{cases} (k+1) \times \boxed{\text{(가)}} & (n=2k-1) \\ \boxed{\text{(나)}} & (n=2k) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 할 때,  $f(6)+g(7)$ 의 값은? [4점]

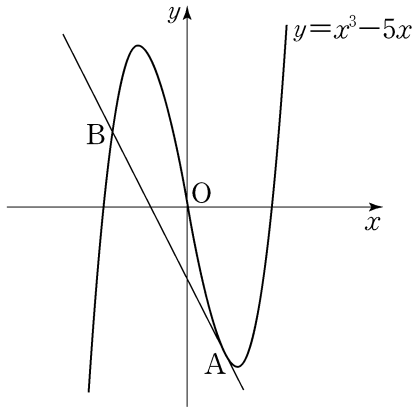
- ① 65      ② 67      ③ 69      ④ 71      ⑤ 73

16. 이차방정식  $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 할 때,

$$\sum_{k=1}^{10} (k-\alpha)(k-\beta) \text{의 값은? [4점]}$$

- ① 255      ② 265      ③ 275      ④ 285      ⑤ 295

17. 곡선  $y = x^3 - 5x$  위의 점  $A(1, -4)$ 에서의 접선이 점  $A$ 가 아닌 점  $B$ 에서 곡선과 만난다. 선분  $AB$ 의 길이는? [4점]



- ①  $\sqrt{30}$                       ②  $\sqrt{35}$                       ③  $2\sqrt{10}$
- ④  $3\sqrt{5}$                       ⑤  $5\sqrt{2}$

18. 2보다 큰 자연수  $n$ 에 대하여  $(-3)^{n-1}$ 의  $n$ 제곱근 중 실수인 것의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{1}{3}$                       ④  $\frac{5}{12}$                       ⑤  $\frac{1}{2}$

19. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (|x| \geq 1) \\ -x & (|x| < 1) \end{cases}$$

에 대하여, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

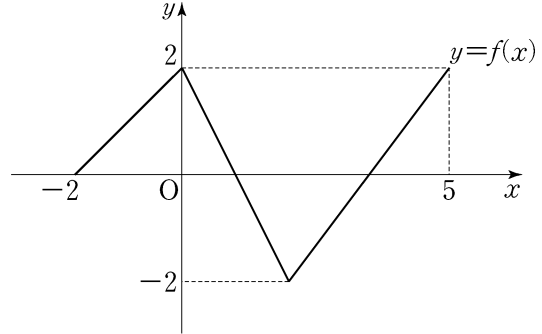
[4점]

<보 기>

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 가 불연속인 점은 2개이다.
- ㄴ. 함수  $(x-1)f(x)$ 는  $x=1$ 에서 연속이다.
- ㄷ. 함수  $\{f(x)\}^2$ 은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 닫힌 구간  $[-2, 5]$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|nf(a)-1|-nf(a)}{2n+3} = 1$ 을 만족시키는 상수  $a$ 의 개수는?

[4점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5



21. 양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 가수를  $f(x)$ 라 할 때,  
 $f(2x) \leq f(x)$ 를 만족시키는 100보다 작은 자연수  $x$ 의 개수는?  
 [4점]

- ① 55      ② 57      ③ 59      ④ 61      ⑤ 63

단답형

22. 함수  $f(x) = x^2 + 7x$ 에 대하여  $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 7}{3n + 1} = 4$ 일 때,  $a + b$ 의  
 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_{10} + a_6 = 6, \quad a_{10} - a_6 = -12$$

를 만족시킬 때,  $a_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 로그부등식

$$\log_2(7-x) + \log_2(7+x) > 4$$

를 만족시키는 정수  $x$ 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 역행렬을 갖는 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여  $x, y$ 의 연립방정식

$$\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + dy = 2 \end{cases}$$

의 해가  $x=5, y=4$ 일 때,  $A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다항함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = 9$ 를 만족시킨다.  
 $g(x) = xf(x)$ 라 할 때,  $g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_1 = 2$ 이고,  $n \geq 1$ 일 때  $a_{n+1}$ 은

$$\frac{1}{n+2} < \frac{a_n}{k} < \frac{1}{n}$$

- 을 만족시키는 자연수  $k$ 의 개수이다.  $a_{10}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

29. 방정식

$$4^x + 4^{-x} + a(2^x - 2^{-x}) + 7 = 0$$

이 실근을 갖기 위한 양수  $a$ 의 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $m^2$ 의 값을 구하십시오. [4점]

30. 3보다 큰 자연수  $n$ 에 대하여  $f(n)$ 을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수  $a$ 라 하자.

- (가)  $a \geq 3$   
 (나) 두 점  $(2, 0)$ ,  $(a, \log_n a)$ 를 지나는 직선의 기울기는  $\frac{1}{2}$ 보다 작거나 같다.

예를 들어  $f(5) = 4$ 이다.  $\sum_{n=4}^{30} f(n)$ 의 값을 구하십시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.