2012학년도 대학수학능력시험 수리영역 나형 정답 및 해설 (홀수형)

1.

출제의도 : 역행렬을 구할 수 있는가?

$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$ 이므로 역행렬 A^{-1} 의 모든 성분의 합은 4이다.

<답> ②

2.

출제의도 : 무한수열의 극한값을 구할 수 있는가?

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5^{n+1}+2}{5^n+3^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{5+\frac{2}{5^n}}{1+\left(\frac{3}{5}\right)^n}=5$$

<답> ④

3.

출제의도 :미분계수를 구할 수 있는가?

$$\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=f'(1)$$

$f(x)=x^2+5$ 에서

$f'(x)=2x$ 이므로

$f'(1)=2$

<답> ①

4.

출제의도 : 거듭제곱근의 계산을 할 수 있는가?

지불해야 할 금액은 다음과 같다.

$500\times\sqrt[3]{8}+500\times\log_3 27$

$=500(\sqrt[3]{2^3}+\log_3 3^3)=500(2+3)$

$=2500$

<답> ③

5.

출제의도 : 여러 가지 수열의 일반항을 구할 수 있는가?

$a_{n+1}=\dfrac{2n}{n+1}a_n$ 에서

$a_2=a_1,\ a_3=\dfrac{4}{3}a_2,\ a_4=\dfrac{6}{4}a_3$

이므로 위의 세 항을 변변끼리 모두 곱하면

$a_2\cdot a_3\cdot a_4=a_1\cdot\dfrac{4}{3}a_2\cdot\dfrac{6}{4}a_3$

$\therefore\ a_4=2a_1=2$

<답> ②

6.

출제의도 : 확률분포표에서 평균을 구할 수 있는가?

주어진 확률분포표에서 확률의 합은 1이므로

$\dfrac{1}{4}+a+2a=1,\ 3a=\dfrac{3}{4}$

$\therefore\ a=\dfrac{1}{4}$

따라서 확률변수 X 의 평균 $E(X)$는

$E(X)=0\times\dfrac{1}{4}+1\times\dfrac{1}{4}+2\times\dfrac{2}{4}=\dfrac{5}{4}$

$\therefore\ E(4X+10)=4E(X)+10=4\times\dfrac{5}{4}+10=15$

<답> ⑤

7.
출제의도 : 주어진 로그 관계식을 이해하고 활용할 수 있는가?

$\log y = A - \frac{1}{2}\log t - \frac{Kx^2}{t}$

에서

$t=1,\ x=2,\ y=a$ 일 때

$\log a = A - 4k$ --- ㉠

또 $t=4,\ x=d,\ y=\frac{a}{2}$ 일 때

$\log\frac{a}{2} = A - \frac{1}{2}\log 4 - \frac{Kd^2}{4}$ 이므로

$\log a - \log 2 = A - \log 2 - \frac{Kd^2}{4}$ ---㉡

따라서 ㉠을 ㉡ 에 대입하면

$A - 4K = A - \frac{Kd^2}{4}$, $d^2 = 16$

$\therefore\ d = 4\ (\because\ d > 0)$

<답> ④

8.
출제의도 : 이항계수를 구할 수 있는가?

$(x+a)^7$ 의 전개식에서 일반항은 ${}_7C_r a^{7-r}x^r$

이므로 x^4 의 계수는

${}_7C_4 \times a^3 = 280$

$\frac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}\times a^3 = 35a^3 = 280$

$a^3 = 8 \quad \therefore a = 2$

따라서 x^5 의 계수는

${}_7C_5 \times a^2 = {}_7C_2 \times 4 = 21\times4 = 84$

<답> ①

9.
출제의도 :정적분의 성질을 알고 활용할 수 있는가?

$F(x) = \int_0^x (t^3-1)dt$ 의 양변을 x에 대하여 미분하면

$F'(x) = x^3 - 1$

$\therefore\ F'(2) = 2^3 - 1 = 7$

<답> ③

10.
출제의도 : 확률의 성질을 활용하여 확률을 구할 수 있는가 ?

두 사건 $A,\ B$ 가 서로 독립이므로

$P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

따라서

$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

$= \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A) = \frac{3}{8}$

이 때

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$ 에서

$\frac{1}{2} = \frac{3}{8} + P(B) - \frac{3}{8}P(B)$

$\frac{5}{8}P(B) = \frac{1}{8} \quad \therefore\ P(B) = \frac{1}{5}$

한편

두 사건 $A,\ B$ 가 서로 독립이면

$A,\ B^c$도 서로 독립이므로

$P(A\cap B^c) = P(A)\cdot P(B^c) = \frac{3}{8}\left(1-\frac{1}{5}\right)$

$= \frac{3}{8}\times\frac{4}{5} = \frac{3}{10}$

<답> ⑤

11.
출제의도 : 등차수열의 일반항을 구할 수 있는가 ?
수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 -5이고 공차가 2 인 등차수열이므로 일반항은 $a_n = 2n - 7$ 이다.

$$\therefore \sum_{k=11}^{20} a_k = \frac{10(a_{11}+a_{20})}{2}$$
$$= \frac{10(15+33)}{2} = 240$$

<답> ⑤

12.
출제의도 : 그래프에서 함수의 극한을 구할 수 있는가?

직선 $y = x+1$과 수직인 직선은 기울기가 -1이므로 점 $\mathrm{P}(t, t+1)$ 를 지나는 직선의 방정식은
$y-(t+1) = -1(x-t)$
$y = -x+2t+1$
따라서 점 Q의 좌표는 $(0, 2t+1)$이므로
$\mathrm{A}(-1, 0)$과 $\mathrm{Q}(0, 2t+1)$ 에서
$\overline{\mathrm{AQ}}^2 = 1+(2t+1)^2 = 4t^2+4t+2$ 이고
$\overline{\mathrm{AP}}^2 = (t+1)^2+(t+1)^2 = 2t^2+4t+2$ 이므로

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{AQ}}^2}{\overline{\mathrm{AP}}^2} = \lim_{t\to\infty}\frac{4t^2+4t+2}{2t^2+4t+2}$$
$$= \lim_{t\to\infty}\frac{4+\frac{4}{t}+\frac{2}{t^2}}{2+\frac{4}{t}+\frac{2}{t^2}} = 2$$

<답> ③

13.
출제의도 : 확률의 성질을 활용하여 확률을 구할 수 있는가 ?

A 주머니에서 꺼낸 카드가 짝수일 사건을 A
B 주머니에서 꺼낸 카드가 짝수일 사건을 B
라 하고 한 개의 주사위를 던져서 3의 배수가 나올 사건을 C라 하면
$P(C) = \frac{1}{3},\ P(A) = \frac{2}{5},\ P(B) = \frac{3}{6}$
이므로 구하는 확률은

$$\frac{P(C)\times P(A)}{P(C)\times P(A)+P(C^c)P(B)} = \frac{\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{6}}$$

$$= \frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{15}+\frac{5}{15}} = \frac{2}{7}$$

<답> ④

14.
출제의도 : 무한등비급수를 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는가?

R_1에서 주어진 원의 반지름의 길이가 1이므로 넓이는 π 이고 직사각형의 대각선의 길이는 2이다.
따라서 직사각형의 세로의 길이를 a라 하면 가로의 길이는 $3a$ 이므로

$a^2+(3a)^2=10a^2=4$ 에서 $a^2=\frac{2}{5}$

따라서 $S_1=\pi-3a^2=\pi-\frac{6}{5}$

이 때 R_2에서 새로 생긴 원의 지름의 길이는 a이므로 R_2에 들어 있는 색칠된 부분의 넓이 S_2 는

$\left(\pi-\frac{6}{5}\right)+2\times\frac{1}{10}\times\left(\pi-\frac{6}{5}\right)$ 이다.

같은 방법으로 R_n에 들어 있는 색칠된 부분의 넓이 S_n을 구하면

$$S_n=\left(\pi-\frac{6}{5}\right)+\frac{1}{5}\left(\pi-\frac{6}{5}\right)+\frac{1}{25}\left(\pi-\frac{6}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}\times\left(\pi-\frac{6}{5}\right)$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\frac{\pi-\frac{6}{5}}{1-\frac{1}{5}}=\frac{5}{4}\pi-\frac{3}{2}$$

<답> ②

15.
출제의도 : 행렬의 성질을 이해하고 활용할 수 있는가?

ㄱ. $B=3E-A^2$이므로

$AB=A(3E-A^2)=3A-A^3$

$BA=(3E-A^2)A=3A-A^3$

$\therefore\ AB=BA$ (참)

ㄴ. $A^2=3E-B$ 이므로

$A^4=(3E-B)^2=B^2-6B+9E$

$A^4+B^2=7E$ 에서

$2B^2-6B+9E=7E$

$B^2-3B=-E$

$B(B-3E)=-BA^2=-E$

$\therefore\ B^{-1}=A^2$ (참)

ㄷ. ㄴ 에서 $A^2B=BA^2=E$ 이므로

$$\begin{aligned}(A^2+B)(A^4+B^2)&=A^6+A^2B^2+BA^4+B^3\\&=A^6+B+A^2+B^3\\&=A^6+B^3+3E=21E\end{aligned}$$

$\therefore\ A^6+B^3=18E$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ,ㄴ,ㄷ이다.

<답> ⑤

2012학년도 대학수학능력시험 수리영역 나형 정답 및 해설 (홀수형)

16.

출제의도 : 표본평균의 분포에서의 확률을 구할 수 있는가?

제품의 길이 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르므로

$$\mathrm{P}(m \le X \le a)$$
$$= \mathrm{P}\left(\frac{m-m}{4} \le \frac{X-m}{4} \le \frac{a-m}{4}\right)$$
$$= \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{a-m}{4}\right)$$
$$= 0.3413$$

한편, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1) = 0.3413$이므로

$$\frac{a-m}{4} = 1$$

$\therefore\ a = m+4$ -----㉠

한편, 생산된 제품 중에서 임의추출한 제품 16개의 길이의 표본평균을 $\overline{X}$라 하면 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \frac{4^2}{16}\right)$ 즉, $\mathrm{N}(m,\ 1)$을 따르므로

㉠에서

$$\mathrm{P}(\overline{X} \ge a-2) = \mathrm{P}(\overline{X} \ge m+2)$$
$$= \mathrm{P}\left(\frac{\overline{X}-m}{1} \ge \frac{(m+2)-m}{1}\right)$$
$$= \mathrm{P}(Z \ge 2)$$
$$= 0.5 - \mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$$
$$= 0.5 - 0.4772$$
$$= 0.0228$$

<답> ①

17.

출제의도 : 수열의 일반항을 구하는 과정을 이해하는가?

자연수 n에 대하여 $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$이므로

$na_{n+1} = 2S_n + (n+1)^3$ ----㉠

이다. 2이상의 자연수 n에 대하여

$(n-1)a_n = 2S_{n-1} + n^3$ ----㉡

이고, ㉠에서 ㉡을 빼면

$$na_{n+1} - (n-1)a_n = 2(S_n - S_{n-1}) + (3n^2+3n+1)$$

$$na_{n+1} = (n+1)a_n + \sqsubset\ 3n^2+3n+1\ \sqsupset$$

양변을 $n(n+1)$로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n}{n} + \frac{\sqsubset\ (3n^2+3n+1)\ \sqsupset}{n(n+1)}$$

이다. $b_n = \frac{a_n}{n}$이라 하면,

$$b_{n+1} = b_n + 3 + \sqsubset\ \frac{1}{n(n+1)}\ \sqsupset\ \ (n \ge 2)$$

이므로

$$b_n = b_2 + \sum_{k=2}^{n-1}\left(3 + \frac{1}{k(k+1)}\right)$$
$$= b_2 + 3(n-2) + \sum_{k=2}^{n-1}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$$
$$= b_2 + \sqsubset\ 3(n-2) + \frac{1}{2} - \frac{1}{n}\ \sqsupset\ \ (n \ge 3)$$

이다.

따라서, $f(n) = 3n^2+3n+1$,

$g(n) = \frac{1}{n(n+1)}$, $h(n) = 3(n-2) + \frac{1}{2} - \frac{1}{n}$이므로

$$\frac{f(3)}{g(3)h(6)} = \frac{37}{\frac{1}{12} \times \frac{37}{3}} = 36$$

<답> ②

2012학년도 대학수학능력시험 수리영역 나형 정답 및 해설 (홀수형)

18.

출제의도 : 함수의 극한과 연속을 이해할 수 있는가 ?

ㄱ. $x \to +0$일 때, $f(x) \to 1+0$이므로

$\lim_{x \to +0} f(x) = 1$ <참>

ㄴ. $x=1$에서 함수 $y=f(x)$는 연속이 아니므로

$\lim_{x \to 1} f(x) \neq f(1)$ <거짓>

ㄷ. $g(x)=(x-1)f(x)$라 하면

$\lim_{x \to 1} f(x) = 2$이므로

$$\lim_{x \to 1} g(x) = \lim_{x \to 1}(x-1)f(x)$$
$$= \lim_{x \to 1}(x-1) \times \lim_{x \to 1} f(x)$$
$$= 0 \times 2 = 0$$

또,

$g(1) = (1-1)f(1) = 0 \times 1 = 0$

그러므로 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

<참>

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

<답> ③

19.

출제의도 : 정적분의 기본정리와 성질을 이용하여 정적분을 구할 수 있는가?

$f(0) = -1$이므로

$f(x) = ax^2 + bx - 1$

한편, $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{0}^{1} f(x)dx$에서

$$\int_{-1}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{0}^{1} f(x)dx$$

$$\therefore \int_{-1}^{0} f(x)dx = 0$$

그러므로

$$\int_{-1}^{0} f(x)dx = \int_{-1}^{0} (ax^2+bx-1)dx$$
$$= \left[\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 - x\right]_{-1}^{0}$$
$$= \frac{a}{3} - \frac{b}{2} - 1 = 0 \quad \text{---㉠}$$

마찬가지로, $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} f(x)dx$에서

$$\int_{-1}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} f(x)dx$$

$$\therefore \int_{0}^{1} f(x)dx = 0$$

$$\int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{0}^{1} (ax^2+bx-1)dx$$
$$= \left[\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 - x\right]_{0}^{1}$$
$$= \frac{a}{3} + \frac{b}{2} - 1 = 0 \quad \text{---㉡}$$

㉠과 ㉡에서 $a=3$, $b=0$

따라서, $f(x) = 3x^2 - 1$이므로

$f(2) = 11$

<답> ①

20.

출제의도 : 지표와 가수를 이해하고 있는가 ?

$\log 54 = 1 + \log 5.4$

이므로

$f(54) = 1,\ g(54) = \log 5.4$

한편, $f(n) \le f(54)$이므로

$f(n) \le 1$

n이 자연수이므로

$f(n) = 0$ 또는 $f(n) = 1$

(i) $f(n) = 0$일 때,

$g(n) \le g(54)$에서 $g(n) \le \log 5.4$이므로

$$\begin{aligned}\log n &= f(n) + g(n)\\ &= g(n)\\ &\le \log 5.4\end{aligned}$$

$\therefore\ n \le 5.4$

그러므로 자연수 n은 1, 2, 3, 4, 5로

5개이다.

(ii) $f(n) = 1$일 때,

$g(n) \le g(54)$에서 $g(n) \le \log 5.4$이므로

$$\begin{aligned}\log n &= f(n) + g(n)\\ &= 1 + g(n)\\ &\le 1 + \log 5.4\\ &= \log 54\end{aligned}$$

$\therefore\ n \le 54$

그러므로 10이상의 자연수 n은

$10, 11, 12, \cdots, 54$ 로 45개이다.

따라서, (i), (ii)에 의해 자연수 n의 개수는 50개이다.

<답> ⑤

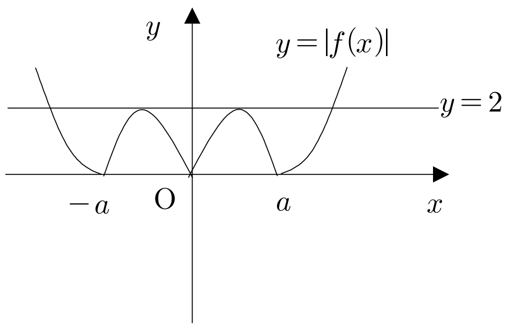
21.

출제의도 : 미분을 이용하여 극대값을 구할 수 있는가 ?

$f(-x) = -f(x)$이므로 $y = f(x)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

한편, $|f(x)| = 2$ 가 서로 다른 4개의 실근을 가지므로 두 함수 $y = |f(x)|$, $y = 2$는 서로 다른 네 점에서 만나야 한다.

그러므로 $y = |f(x)|$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



그러므로, $y = f(x)$는 극댓값 2를 갖는다.

한편, 최고차항의 계수가 1이므로

$f(x) = x^3 - a^2 x\ (a > 0)$

로 놓으면

$$\begin{aligned}f'(x) &= 3x^2 - a^2\\ &= 3\left(x + \frac{a}{\sqrt{3}}\right)\left(x - \frac{a}{\sqrt{3}}\right)\end{aligned}$$

이므로 $x = -\dfrac{a}{\sqrt{3}}$에서 극댓값 2를 갖는다.

$$\begin{aligned}f\left(-\frac{a}{\sqrt{3}}\right) &= -\frac{a^3}{3\sqrt{3}} + \frac{a^3}{\sqrt{3}}\\ &= \frac{2a^3}{3\sqrt{3}} = 2\end{aligned}$$

$\therefore\ a = \sqrt{3}$

따라서, $f(x) = x^3 - 3x$이므로

$f(3) = 27 - 9 = 18$

<답> ④

2012학년도 대학수학능력시험 수리영역 나형 정답 및 해설 (홀수형)

22.
출제의도 : 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$
$=\lim_{x\to1}(x^2+3x+7)$
$=1^2+3\cdot1+7$
$=11$
<답> 11

23. 출제의도 : 로그방정식을 풀 수 있는가?

$\log_3(x-11)=3\log_3 2$
$\log_3(x-11)=\log_3 2^3$
$x-11=8 \quad (x>11)$
$\therefore\ x=19$

<답> 19

24.
출제의도 : 정적분의 값을 구할 수 있는가?

$\int_0^5(4x-3)dx$
$=\left[2x^2-3x\right]_0^5$
$=2\cdot5^2-3\cdot5$
$=35$

<답> 35

25.
출제의도 : 등차중항과 등비중항을 활용할 수 있는가?

세 수 $a, a+b, 2a-b$가 이 순서대로 등차수열을 이루므로
$2(a+b)=a+(2a-b)$
$\therefore\ a=3b$ ---㉠
또, $1, a-1, 3b+1$이 순서대로 등비수열을 이루므로
$(a-1)^2=1\cdot(3b+1)$
㉠에서 $3b=a$를 대입하면
$a^2-2a+1=a+1$
$a^2-3a=0$
$\therefore\ a=0$ 또는 $a=3$
$a=0$일 때, $b=0$이므로 주어진 조건을 만족하지 않는다.
$a=3$일 때, $b=1$이고 이때 주어진 조건을 만족한다.
따라서 $a^2+b^2=9+1=10$

<답> 10

26.
출제의도 : 미분을 이용하여 접선의 방정식을 구할 수 있는가?

$y'=-3x^2+4$이므로 점 $(1,3)$에서의 접선의 기울기는
$y'_{x=1}=1$
그러므로 접선의 방정식은
$y-3=1\cdot(x-1)$
$\therefore\ y=x+2$
따라서, $a=1,\ b=2$이므로
$10a+b=12$

<답> 12

2012학년도 대학수학능력시험 수리영역 나형 정답 및 해설 (홀수형)

27.
출제의도 : 연속확률변수의 확률분포를 이해하고 있는가?

$\int_0^1 f(x)dx = 1$ ----㉠

또, $\mathrm{E}(X) = \frac{1}{4}$에서

$\int_0^1 xf(x)dx = \frac{1}{4}$ ---㉡

㉠과 ㉡에서

$\int_0^1 (ax+5)f(x)dx$

$= a\int_0^1 xf(x)dx + 5\int_0^1 f(x)dx$

$= a \times \frac{1}{4} + 5 = 10$

$\therefore\ a = 20$

<답> 20

28.
출제의도 : 수열의 일반항을 구하여 무한급수의 값을 구할 수 있는가?

$\mathrm{P}_n(n,\ 3^n)$, $\mathrm{P}_{n+1}(n+1, 3^{n+1})$, $\mathrm{Q}_{n+1}(n+1,\ 0)$, $\mathrm{Q}_{n+2}(n+2,\ 0)$이므로

$a_n = \triangle \mathrm{P}_n \mathrm{Q}_{n+1} \mathrm{P}_{n+1} + \triangle \mathrm{P}_{n+1} \mathrm{Q}_{n+1} \mathrm{Q}_{n+2}$

$= \frac{1}{2} \times 3^{n+1} \times 1 + \frac{1}{2} \times 3^{n+1} \times 1$

$= 3^{n+1}$

따라서,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n+1}}$

$= \frac{\frac{1}{9}}{1 - \frac{1}{3}}$

$= \frac{1}{6}$

따라서,

$p^2 + q^2 = 6^2 + 1^2 = 37$

<답> 37

29.
출제의도 : 역행렬을 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있는가?

(가)에서
$A(A+2E)=E$
이므로
$(A+2E)^{-1}=A$
그러므로
$(A+2E)\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}$
에서
$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=(A+2E)^{-1}\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}$
$=A\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}$
(나)에서 $A\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$이므로
$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}=3A\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\12\end{pmatrix}$
따라서,
$x+y=9+12=21$

<답> 21

30
출제의도 : 지수함수의 그래프를 이해하고 있는가?

(i) $a>b$일 때,
$\overline{\mathrm{PQ}}$의 최솟값은 $t=1$일 때 가지므로 $t=1$을 대입하면
$a^2-b\le 10$
이 조건을 만족하는 순서쌍 (a, b)는 $(3, 2)$로 1개이다.
(ii) $a=b$일 때,
$\overline{\mathrm{PQ}}$이 최솟값은 $t=1$일 때, 가지므로 $t=1$을 대입하면
$a^2-b=a^2-a\le 10$
$a^2-a-10\le 0$
이 부등식을 만족하는 a는 $2, 3$으로 2개이다.
그러므로 순서쌍 (a, b)는 $(2, 2)$, $(3, 3)$으로 2개이다.
(iii) $a<b$일 때,
두 함수 $y=a^{x+1}$, $y=b^x$의 그래프는 $x>0$에서 한 점에서 만나므로 $\overline{\mathrm{PQ}}\le 10$인 t가 존재한다.
그러므로 순서쌍 (a, b)는 $(2, 3)$ $(2, 4)$, $\cdots$, $(2, 10)$, $(3, 4)$, $(3, 5)$, $\cdots$, $(3, 10)$, $\cdots$, $(9, 10)$으로 $\frac{8\times 9}{2}=36$개다.
따라서, 구하는 순서쌍 (a, b)의 개수는 39개다.

<답> 39