

제 2 교시

수리 영역(나형)

5지선다형

1. $\log_2 12 + \log_2 \frac{4}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{2n^2 + n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $3A^{-1}$ 의 모든 성분의 합은?

[2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{4}{5}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

2

수리 영역(나형)

5. 방정식 $2^x + 2^{5-x} = 33$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. 확률변수 X 의 확률분포표가 다음과 같다.

X	1	3	7	계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{4}$	b	1

$E(X) = 5$ 일 때, b 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{19}{36}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{11}{18}$ ⑤ $\frac{23}{36}$

7. 특정 환경의 어느 웹사이트에서 한 메뉴 안에 선택할 수 있는 항목이 n 개 있는 경우, 항목을 1개 선택하는 데 걸리는 시간 T (초)가 다음 식을 만족시킨다.

$$T = 2 + \frac{1}{3} \log_2(n+1)$$

메뉴가 여러 개인 경우, 모든 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 전체 시간은 각 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 시간을 모두 더하여 구한다. 예를 들어, 메뉴가 3개이고 각 메뉴 안에 항목이 4개씩 있는 경우, 모든 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 전체 시간은 $3\left(2 + \frac{1}{3} \log_2 5\right)$ 초이다. 메뉴가 10개이고 각 메뉴 안에 항목이 n 개씩 있을 때, 모든 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 전체 시간이 30초 이하가 되도록 하는 n 의 최댓값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

8. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여

$\frac{S_4}{S_2} = 9$ 일 때, $\frac{a_4}{a_2}$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

9. 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 8, 4인 마름모 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

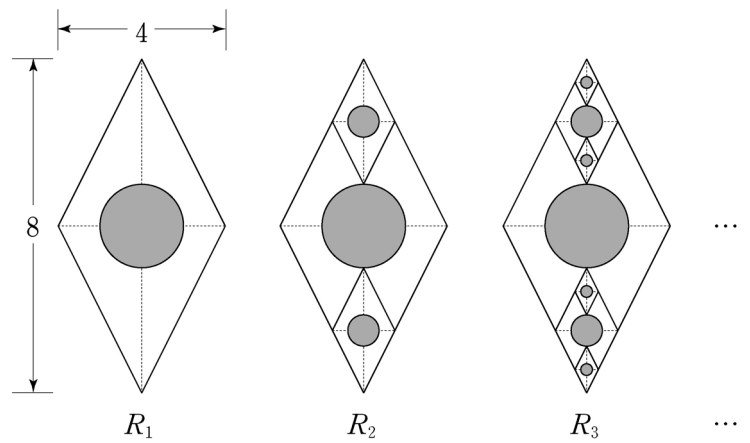
그림 R_1 에 있는 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 2개 그린다.

새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 있는 작은 두 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 4개 그린다.

새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 방법으로 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]

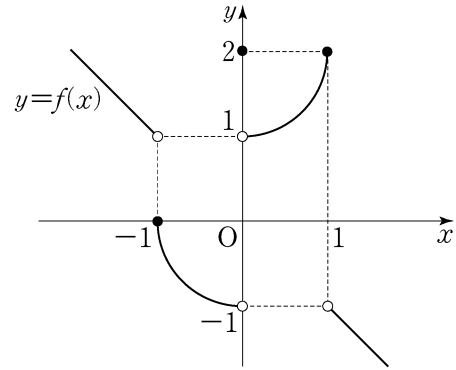


- ① $\frac{16}{13}\pi$ ② $\frac{32}{25}\pi$ ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{32}{23}\pi$ ⑤ $\frac{16}{11}\pi$

10. 곡선 $y = x^2 - x + 2$ 와 직선 $y = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

11. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + f(0) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. 주사위를 1개 던져서 나오는 눈의 수가 6의 약수이면 동전을 3개 동시에 던지고, 6의 약수가 아니면 동전을 2개 동시에 던진다. 1개의 주사위를 1번 던진 후 그 결과에 따라 동전을 던질 때, 앞면이 나오는 동전의 개수가 1일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{11}{24}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

13. 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^3 f(x) dx = 3 \int_0^1 f(x) dx$

ㄴ. $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^1 f(x) dx$

ㄷ. $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx = \left\{ \int_0^1 f(x) dx \right\}^2$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

6

수리 영역(나형)

14. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & a \end{pmatrix}$ 와 이차정사각행렬 B 가 다음 조건을 만족시킬 때, 행렬 $A+B$ 의 (1, 2)성분과 (2, 1)성분의 합은?
[4점]

(가) $B \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이다.

(나) $AB=2A$ 이고, $BA=4B$ 이다.

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

15. 점 $(0, -4)$ 에서 곡선 $y=x^3-2$ 에 그은 접선이 x 축과 만나는 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

16. 어느 공장에서 생산되는 제품 A의 무게는 정규분포 $N(m, 1)$ 을 따르고, 제품 B의 무게는 정규분포 $N(2m, 4)$ 를 따른다. 이 공장에서 생산된 제품 A와 제품 B에서 임의로 제품을 1개씩 선택할 때, 선택된 제품 A의 무게가 k 이상일 확률과 선택된 제품 B의 무게가 k 이하일 확률이 같다. $\frac{k}{m}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{9}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{23}{18}$ ④ $\frac{47}{36}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

17. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 x 의 값의 곱은? [4점]

(가) $f(x)+3g(x)$ 의 값은 정수이다.
 (나) $f(x)+f(x^2)=6$

- ① 10^4 ② $10^{\frac{13}{3}}$ ③ $10^{\frac{14}{3}}$ ④ 10^5 ⑤ $10^{\frac{16}{3}}$

18. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 3ax$ 의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$a_{n+1} = \frac{3a_n - 1}{4a_n - 1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$4a_{n+1} - 1 = 4 \times \frac{3a_n - 1}{4a_n - 1} - 1 = 2 - \frac{1}{4a_n - 1}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = (4a_n - 1)b_n \quad (n \geq 1) \dots\dots (*)$$

이라 하면,

∴

$$b_{n+2} - b_{n+1} = b_{n+1} - b_n \text{이다.}$$

즉, $\{b_n\}$ 은 등차수열이므로 (*)에 의하여

$$b_n = \boxed{\text{(가)}} \text{이고,}$$

$$a_n = \boxed{\text{(나)}} \text{이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(14) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

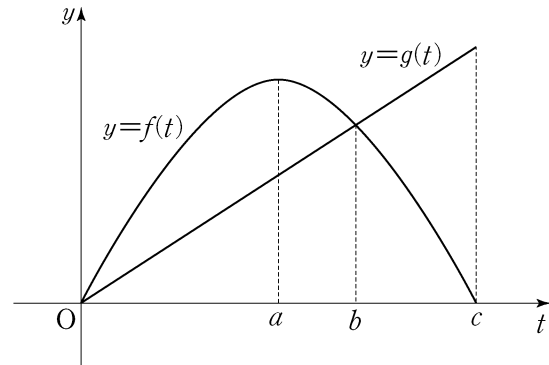
20. 함수 $f(x) = x^2 - x + a$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x+1) & (x \leq 0) \\ f(x-1) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y = \{g(x)\}^2$ 이 $x=0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

21. 같은 높이의 지면에서 동시에 출발하여 지면과 수직인 방향으로 올라가는 두 물체 A, B가 있다. 그림은 시각 t ($0 \leq t \leq c$)에서 물체 A의 속도 $f(t)$ 와 물체 B의 속도 $g(t)$ 를 나타낸 것이다.



$\int_0^c f(t) dt = \int_0^c g(t) dt$ 이고 $0 \leq t \leq c$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $t=a$ 일 때, 물체 A는 물체 B보다 높은 위치에 있다.
- ㄴ. $t=b$ 일 때, 물체 A와 물체 B의 높이의 차가 최대이다.
- ㄷ. $t=c$ 일 때, 물체 A와 물체 B는 같은 높이에 있다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 = 1$ 이고, $a_1 + a_6 = 8$ 일 때, a_{21} 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 와 이차정사각행렬 B 의 (i, j) 성분 b_{ij} 를 각각

$$a_{ij} = i - j + 1, \quad b_{ij} = i + j + 1 \quad (i = 1, 2, j = 1, 2)$$

라 할 때, 행렬 AB 의 $(2, 2)$ 성분을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1)a_n = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2+1)b_n = 7$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(10n+1)b_n}{a_n}$ 의 값을 구하시오.

(단, $a_n \neq 0$) [3점]

26. 함수 $f(x) = (x^3 + 5)(x^2 - 1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 다항식 $(x+a)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x^4 의 계수가 같을 때, $60a$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 양수이다.) [4점]

28. 첫째항이 12이고 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) $b_1 = 1$
 (나) $n \geq 1$ 일 때, b_{n+1} 은 점 $P_n(-b_n, b_n^2)$ 을 지나고 기울기가 a_n 인 직선과 곡선 $y = x^2$ 의 교점 중에서 P_n 이 아닌 점의 x 좌표이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 어느 학교 학생들의 통학 시간은 평균이 50분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다. 이 학교 학생들을 대상으로 16명을 임의추출하여 조사한 통학 시간의

표본평균을 \bar{X} 라 하자.

$P(50 \leq \bar{X} \leq 56) = 0.4332$ 일 때, σ 의

값을 오른쪽 표준정규분포표를

이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

30. 자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n 이라 하자.

(가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n, 2^n)$ 이다.

(나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 (x, y) 중에서 x 가 자연수이고, $y = 2^x$ 을 만족시키는 점은 3개뿐이다.

예를 들어 $a_1 = 12$ 이다. $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.