

제 2 교시

수리 영역(가형)

5지선다형

1. $\log_2 12 + \log_2 \frac{4}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 벡터 $\vec{a} = (x+1, 2)$, $\vec{b} = (1, -x)$ 가 서로 수직일 때, x 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $3A^{-1}$ 의 모든 성분의 합은?

[2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A \cup B) = \frac{5}{7}, P(A^c) = \frac{6}{7}$$

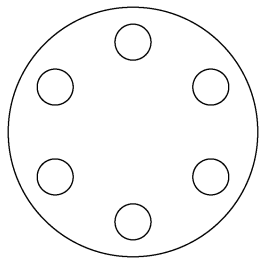
일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{25}{42}$ ③ $\frac{13}{21}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 좌표평면에서 두 직선 $y=x$, $y=-2x$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

6. 그림과 같이 최대 6개의 용기를 넣을 수 있는 원형의 실험 기구가 있다. 서로 다른 6개의 용기 A, B, C, D, E, F를 이 실험 기구에 모두 넣을 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

7. 특정 환경의 어느 웹사이트에서 한 메뉴 안에 선택할 수 있는 항목이 n 개 있는 경우, 항목을 1개 선택하는 데 걸리는 시간 T (초)가 다음 식을 만족시킨다.

$$T = 2 + \frac{1}{3} \log_2(n+1)$$

메뉴가 여러 개인 경우, 모든 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 전체 시간은 각 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 시간을 모두 더하여 구한다. 예를 들어, 메뉴가 3개이고 각 메뉴 안에 항목이 4개씩 있는 경우, 모든 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 전체 시간은 $3\left(2 + \frac{1}{3} \log_2 5\right)$ 초이다. 메뉴가 10개이고 각 메뉴 안에 항목이 n 개씩 있을 때, 모든 메뉴에서 항목을 1개씩 선택하는 데 걸리는 전체 시간이 30초 이하가 되도록 하는 n 의 최댓값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

8. 좌표평면에서 두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬이 각각

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{일 때, 합성변환 } f \circ g \text{에 의하여}$$

점 $(-1, 1)$ 이 옮겨지는 점의 좌표는? [3점]

- ① $(-1, 1)$ ② $(-1, 0)$ ③ $(0, 1)$
 ④ $(1, -1)$ ⑤ $(1, 1)$

9. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x}-1}{x(e^x+1)} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$$

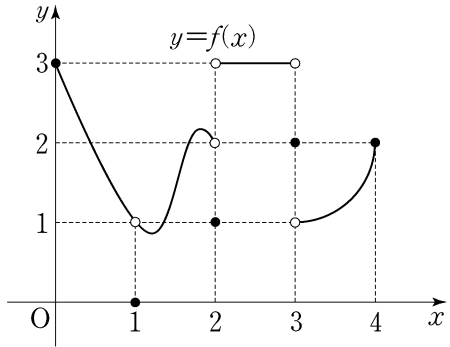
이다. $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

10. 남학생 수와 여학생 수의 비가 2:3인 어느 고등학교에서 전체 학생의 70%가 K자격증을 가지고 있고, 나머지 30%는 가지고 있지 않다. 이 학교의 학생 중에서 임의로 한 명을 선택할 때, 이 학생이 K자격증을 가지고 있는 남학생일 확률이 $\frac{1}{5}$ 이다. 이 학교의 학생 중에서 임의로 선택한 학생이 K자격증을 가지고 있지 않을 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

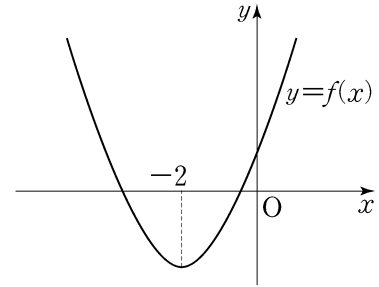
11. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow +0} f(f(x)) + \lim_{x \rightarrow 2+0} f(f(x))$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 대칭축이 $x = -2$ 인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



방정식 $\sqrt{f(-x)+5} = f(-x)-1$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

13. 두 초점이 F, F' 이고, 장축의 길이가 10, 단축의 길이가 6인 타원이 있다. 중심이 F 이고 점 F' 을 지나는 원과 이 타원의 두 교점 중 한 점을 P 라 하자. 삼각형 $PF F'$ 의 넓이는? [3점]

- ① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{70}$

14. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & a \end{pmatrix}$ 와 이차정사각행렬 B 가 다음 조건을 만족시킬 때, 행렬 $A+B$ 의 (1, 2) 성분과 (2, 1) 성분의 합은? [4점]

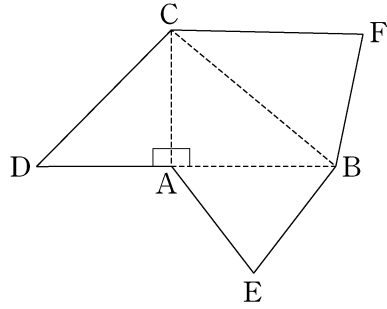
(가) $B \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이다.
 (나) $AB=2A$ 이고, $BA=4B$ 이다.

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6

수리 영역(가형)

15. 그림은 $\overline{AC} = \overline{AE} = \overline{BE}$ 이고 $\angle DAC = \angle CAB = 90^\circ$ 인 사면체의 전개도이다.



이 전개도로 사면체를 만들 때, 세 점 D, E, F가 합쳐지는 점을 P라 하자. 사면체 PABC에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

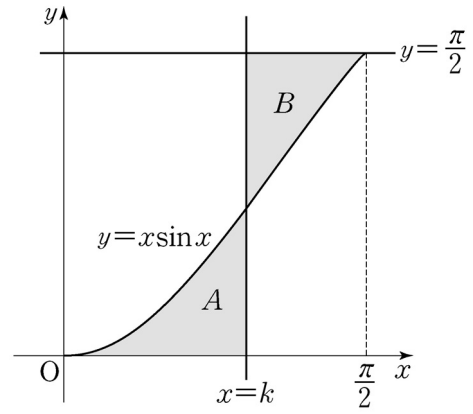
ㄱ. $\overline{CP} = \sqrt{2} \overline{BP}$

ㄴ. 직선 AB와 직선 CP는 꼬인 위치에 있다.

ㄷ. 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, 직선 PM과 직선 BC는 서로 수직이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 그림과 같이 곡선 $y = x \sin x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)에 대하여 이 곡선과 x 축, 직선 $x = k$ 로 둘러싸인 영역을 A, 이 곡선과 직선 $x = k$, 직선 $y = \frac{\pi}{2}$ 로 둘러싸인 영역을 B라 하자. A의 넓이와 B의 넓이가 같을 때, 상수 k 의 값은? (단, $0 \leq k \leq \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}$
 ④ $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\pi}$ ⑤ $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{\pi}$

17. 어느 지역 학생들의 1일 인터넷 사용시간 X 는 평균이 m 분, 표준편차가 30분인 정규분포를 따른다. 이 지역 학생들을 대상으로 9명을 임의추출하여 조사한 1일 인터넷 사용시간의 표본평균을 \bar{X} 라 하자. 함수 $G(k), H(k)$ 를

$$G(k) = P(X \leq m + 30k)$$

$$H(k) = P(\bar{X} \geq m - 30k)$$

라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $G(0) = H(0)$
 ㄴ. $G(3) = H(1)$
 ㄷ. $G(1) + H(-1) = 1$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 좌표공간에 두 점 $A(0, -1, 1), B(1, 1, 0)$ 이 있고, xy 평면 위에 원 $x^2 + y^2 = 13$ 이 있다. 이 원 위의 점 $(a, b, 0)$ ($a < 0$)을 지나고 z 축에 평행한 직선이 직선 AB 와 만날 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{47}{10}$ ② $-\frac{23}{5}$ ③ $-\frac{9}{2}$ ④ $-\frac{22}{5}$ ⑤ $-\frac{43}{10}$

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$a_{n+1} = \frac{3a_n - 1}{4a_n - 1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$4a_{n+1} - 1 = 4 \times \frac{3a_n - 1}{4a_n - 1} - 1 = 2 - \frac{1}{4a_n - 1}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = (4a_n - 1)b_n \quad (n \geq 1) \dots\dots (*)$$

이라 하면,

⋮

$$b_{n+2} - b_{n+1} = b_{n+1} - b_n \text{ 이다.}$$

즉, $\{b_n\}$ 은 등차수열이므로 (*)에 의하여

$$b_n = \boxed{\text{(가)}} \text{ 이고,}$$

$$a_n = \boxed{\text{(나)}} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,
 $f(14) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

20. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을

만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [4점]

$$\text{(가)} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt = 1$$

$$\text{(나)} \quad \cos x \int_0^x f(t) dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt \quad (\text{단, } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$$

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

21. 삼차함수 $y=f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)-x=0$ 이 서로 다른 세 실근 α, β, γ 를 갖는다.
 (나) $x=3$ 일 때 극값 7을 갖는다.
 (다) $f(f(3))=5$

$f(f(x))$ 를 $f(x)-x$ 로 나눈 몫을 $g(x)$, 나머지를 $h(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. α, β, γ 는 방정식 $f(f(x))-x=0$ 의 근이다.
 ㄴ. $h(x)=x$
 ㄷ. $g'(3)=1$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x)=\ln(2x-1)$ 에 대하여 $f'(10)=\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

23. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x)=ax+b \quad (0 \leq x \leq 1)$$

이다. $E(X)=\frac{7}{12}$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $80ab$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 분수부등식

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-8} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 합을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1)a_n = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2+1)b_n = 7$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(10n+1)b_n}{a_n}$ 의 값을 구하시오.

(단, $a_n \neq 0$) [3점]

26. 쌍곡선 $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선이

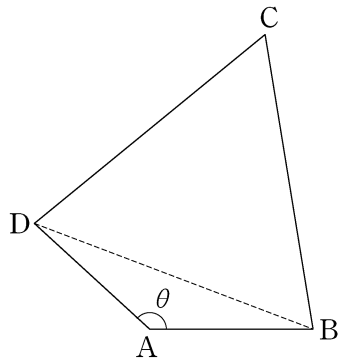
타원 $\frac{(x-2)^2}{4} + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을

구하시오. [4점]

27. 평면에 있는 사각형 ABCD가

$$\overline{AB} = \overline{AD} = 1, \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DB}$$

를 만족시킨다. $\angle DAB = \theta$ 라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이가 최대가 되도록 하는 θ 에 대하여 $60\sin^2\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]

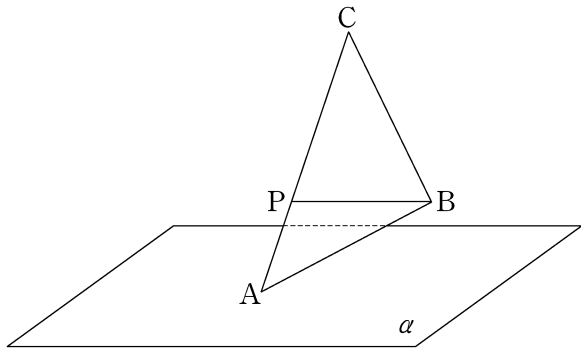


28. 첫째항이 12이고 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) $b_1 = 1$
 (나) $n \geq 1$ 일 때, b_{n+1} 은 점 $P_n(-b_n, b_n^2)$ 을 지나고 기울기가 a_n 인 직선과 곡선 $y = x^2$ 의 교점 중에서 P_n 이 아닌 점의 x 좌표이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 평면 α 위에 점 A가 있고 α 로부터의 거리가 각각 1, 3인 두 점 B, C가 있다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 P에 대하여 $\overline{BP}=4$ 이다. 삼각형 ABC의 넓이가 9일 때, 삼각형 ABC의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S 라 하자. S^2 의 값을 구하시오. [4점]



30. 자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n 이라 하자.

- (가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n, 2^n)$ 이다.
- (나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 (x, y) 중에서 x 가 자연수이고, $y=2^x$ 을 만족시키는 점은 3개뿐이다.

예를 들어 $a_1 = 12$ 이다. $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.