

제 2 교시

수리 영역(나형)

5지선다형

1.  $4 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

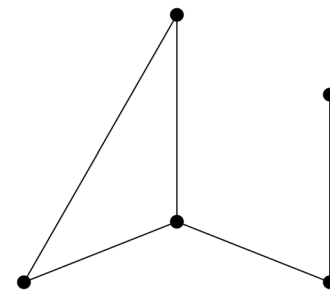
2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $2A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{2n+1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

# 2

## 수리 영역(나형)

5. 함수  $f(x) = x^2 + ax$  가  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 4$  를 만족시킬 때, 상수  $a$  의 값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

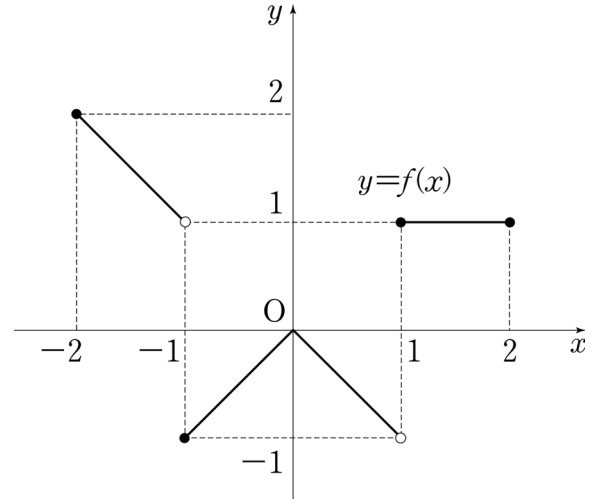
6. 공차가 6인 등차수열  $\{a_n\}$  에 대하여

$$|a_2 - 3| = |a_3 - 3|$$

일 때,  $a_5$  의 값은? [3점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

7. 정의역이  $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$  인 함수  $y = f(x)$  의 그래프가 그림과 같을 때,  $\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$  의 값은? [3점]



- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

8. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 = \sqrt{5}$  일 때,  $a_1 \times a_2 \times a_4 \times a_5$ 의 값은? [3점]

- ①  $\sqrt{5}$                       ② 5                      ③  $5\sqrt{5}$   
 ④ 25                      ⑤  $25\sqrt{5}$

9. 0이 아닌 두 실수  $a, b$ 에 대하여 두 행렬  $A, B$ 를

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}$$

이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

<보 기>

- ㄱ.  $(A-B)^2 = abE$   
 ㄴ.  $A^{-1} = 2E - A$   
 ㄷ.  $A + A^{-1} = B + B^{-1}$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄴ                      ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$  이고

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n 2^{n-k} a_k \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정이다.

주어진 식으로부터  $a_2 = \boxed{\text{(가)}}$  이다.

자연수  $n$ 에 대하여

$$\begin{aligned} a_{n+2} &= \sum_{k=1}^{n+1} 2^{n+1-k} a_k \\ &= \sum_{k=1}^n 2^{n+1-k} a_k + a_{n+1} \\ &= \boxed{\text{(나)}} \sum_{k=1}^n 2^{n-k} a_k + a_{n+1} \\ &= \boxed{\text{(다)}} a_{n+1} \end{aligned}$$

이다.

따라서  $a_1 = 1$  이고,  $n \geq 2$  일 때  $a_n = (\boxed{\text{(다)}})^{n-2}$  이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 라 할 때,  $p+q+r$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

11. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x^2-1} = 3$  일 때,  $\frac{f'(1)}{f(1)}$ 의

값은? [3점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

12. 두 원소 A, B가 들어있는 기체 K가 기체확산장치를 통과하면 A, B의 농도가 변한다. 기체확산장치를 통과하기 전 기체 K에 들어있는 A, B의 농도를 각각  $a_0, b_0$ 이라 하고, 기체확산장치를  $n$ 번 통과한 기체에 들어있는 A, B의 농도를 각각  $a_n, b_n$ 이라 하자.  $c_0 = \frac{a_0}{b_0}, c_n = \frac{a_n}{b_n}$ 이라 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$c_n = 1.004 \times c_{n-1}$$

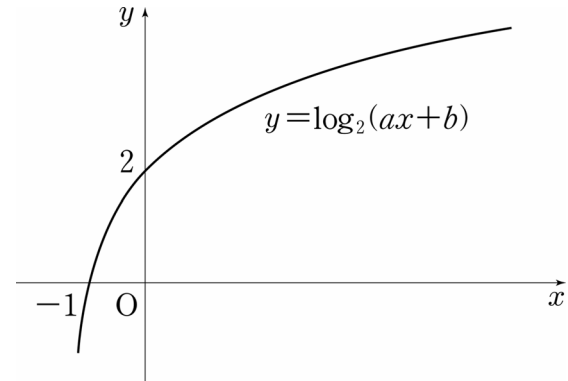
$c_0 = \frac{1}{99}$ 일 때, 기체 K가 기체확산장치를  $n$ 번 통과하면  $c_n \geq \frac{1}{9}$ 이 된다. 자연수  $n$ 의 최솟값은?

(단,  $\log 1.1 = 0.0414, \log 1.004 = 0.0017$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 593      ② 613      ③ 633      ④ 653      ⑤ 673

13. 곡선  $y = \log_2(ax+b)$ 가 점  $(-1, 0)$ 과 점  $(0, 2)$ 를 지날 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13



# 6

## 수리 영역(나형)

14. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 의 일반항이 각각

$$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \quad b_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

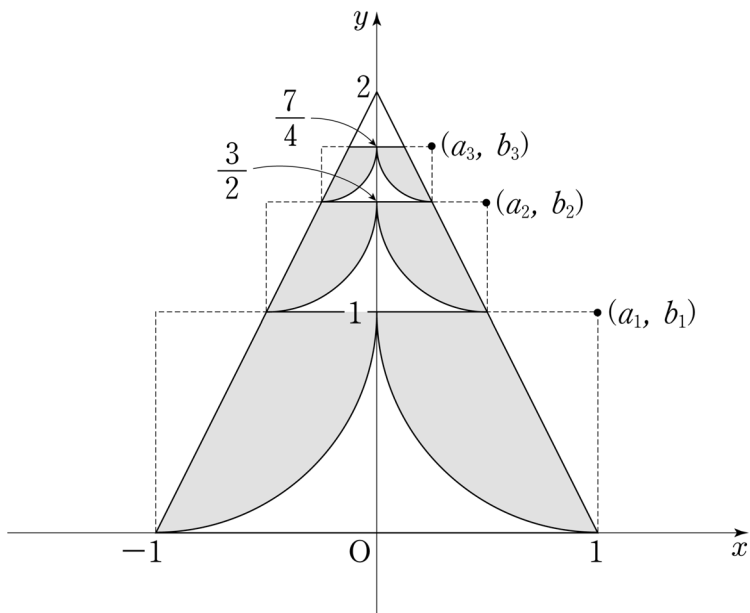
이다. 좌표평면에서 중심이  $(a_n, b_n)$ 이고  $y$ 축에 접하는 원의

내부와 연립부등식  $\begin{cases} y \leq b_n \\ 2x + y - 2 \leq 0 \end{cases}$  이 나타내는

영역의 공통부분을  $P_n$ 이라 하고,  $y$ 축에 대하여  $P_n$ 과 대칭인 영역을  $Q_n$ 이라 하자.  $P_n$ 의 넓이와  $Q_n$ 의 넓이의 합을  $S_n$ 이라

할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{5(\pi-1)}{9}$       ②  $\frac{11(\pi-1)}{18}$       ③  $\frac{2(\pi-1)}{3}$   
 ④  $\frac{13(\pi-1)}{18}$       ⑤  $\frac{7(\pi-1)}{9}$



15. 삼차함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + 2ax$ 가 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값을  $M$ 이라 하고, 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M-m$ 의 값은? [4점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

16. 부등식  $\log_2 x^2 - \log_2 |x| \leq 3$ 을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수는? [4점]

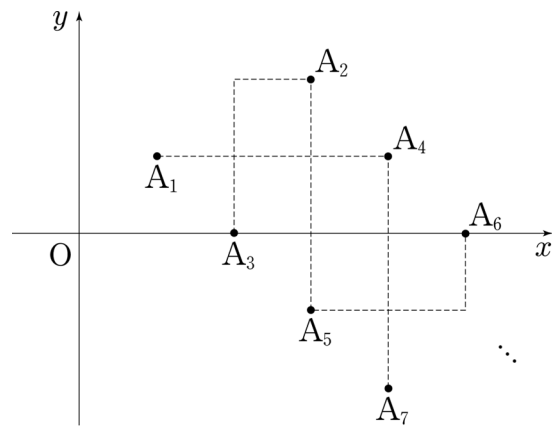
- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16

17. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 점  $A_n$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점  $A_1$ 의 좌표는  $(1, 1)$ 이다.
- (나)  $n$ 이 짝수이면 점  $A_n$ 은 점  $A_{n-1}$ 을  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점이다.
- (다)  $n$ 이 3 이상의 홀수이면 점  $A_n$ 은 점  $A_{n-1}$ 을  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 평행이동한 점이다.

위의 규칙에 따라 정해진 점  $A_k$ 의 좌표가  $(7, -2)$ 이고 점  $A_l$ 의 좌표가  $(9, -7)$ 일 때,  $k+l$ 의 값은? [4점]

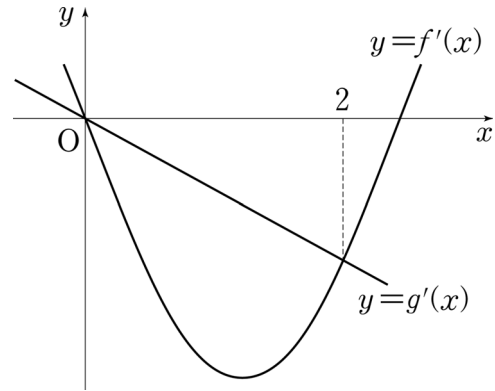
- ① 27      ② 29      ③ 31      ④ 33      ⑤ 35



18. 실수  $t$ 에 대하여 직선  $y=t$ 가 함수  $y=|x^2-1|$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를  $f(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 1-0} f(t)$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

19. 삼차함수  $f(x)$ 의 도함수의 그래프와 이차함수  $g(x)$ 의 도함수의 그래프가 그림과 같다. 함수  $h(x)$ 를  $h(x)=f(x)-g(x)$ 라 하자.  $f(0)=g(0)$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

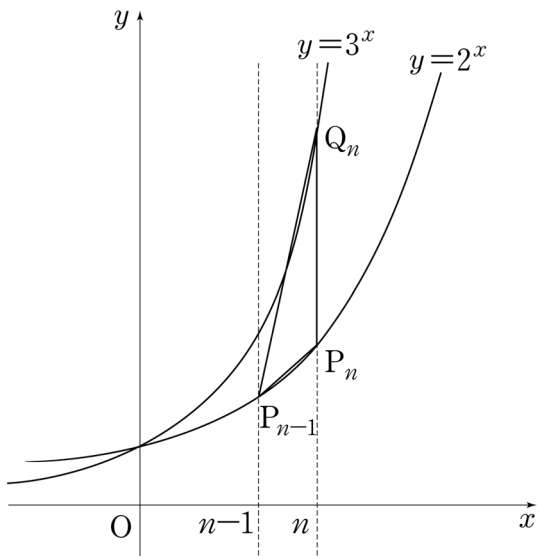
- ㄱ.  $0 < x < 2$ 에서  $h(x)$ 는 감소한다.
- ㄴ.  $h(x)$ 는  $x=2$ 에서 극솟값을 갖는다.
- ㄷ. 방정식  $h(x)=0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

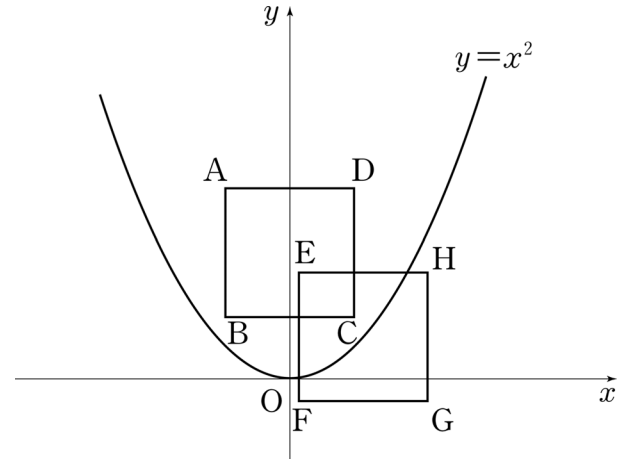


20. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 이 두 곡선  $y=2^x$ ,  $y=3^x$  과  
 만나는 점을 각각  $P_n, Q_n$ 이라 하자. 삼각형  $P_nQ_nP_{n-1}$ 의  
 넓이를  $S_n$ 이라 하고,  $T_n = \sum_{k=1}^n S_k$ 라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{3^n}$ 의 값은?  
 (단, 점  $P_0$ 의 좌표는  $(0, 1)$ 이다.) [4점]

- ①  $\frac{5}{8}$     ②  $\frac{11}{16}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④  $\frac{13}{16}$     ⑤  $\frac{7}{8}$



21. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의  
 두 대각선의 교점의 좌표는  $(0, 1)$ 이고, 한 변의 길이가 1인  
 정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점은 곡선  $y=x^2$  위에 있다.  
 두 정사각형의 내부의 공통부분의 넓이의 최댓값은?  
 (단, 정사각형의 모든 변은  $x$ 축 또는  $y$ 축에 평행하다.) [4점]



- ①  $\frac{4}{27}$     ②  $\frac{1}{6}$     ③  $\frac{5}{27}$     ④  $\frac{11}{54}$     ⑤  $\frac{2}{9}$

## 단답형

22.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x^2+ax+1} = \frac{1}{9}$  일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 첫째항이 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_4 - a_2 = 4$  일 때,  
 $\sum_{k=11}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차함수  $f(x) = x^2 + 3x$ 에 대하여  $f(2) + f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25.  $\sum_{k=1}^{14} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 역행렬이 존재하는 이차정사각행렬  $A$ 가

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix} A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ 3 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선  $y = x^3 - x^2 + a$  위의 점  $(1, a)$ 에서의 접선이  
점  $(0, 12)$ 를 지날 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수  $n$ 에 대하여 두 직선  $2x + y = 4^n, x - 2y = 2^n$ 이

만나는 점의 좌표를  $(a_n, b_n)$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = p$ 이다.

$60p$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 집합

$$\left\{ (x, y) \mid \begin{pmatrix} k+3 & 5 \\ -1 & k-3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

가 무한집합일 때, 이 집합의 원소를 좌표평면 위에 나타낸 도형의 방정식이  $ax+by-2=0$ 이다. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $10a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 100 이하의 자연수 전체의 집합을  $S$ 라 할 때,  $n \in S$ 에 대하여 집합

$$\{k \mid k \in S \text{ 이고 } \log_2 n - \log_2 k \text{는 정수}\}$$

의 원소의 개수를  $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어,  $f(10)=5$ 이고  $f(99)=1$ 이다. 이때,  $f(n)=1$ 인  $n$ 의 개수를 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.