

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족한다.

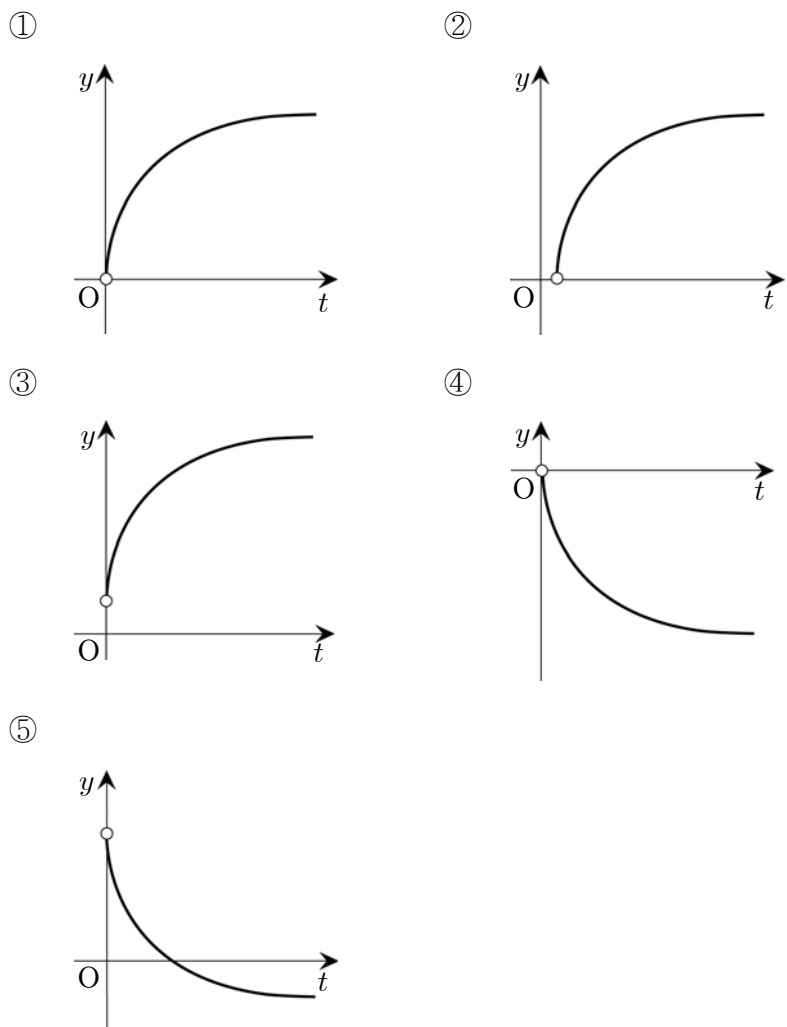
- (가) $A \cap B = \{1, 2\}$
- (나) $A \cup B = U$

이때, 두 집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6. 수직선 위에 두 점 $A(-2), B(4)$ 가 있다.

선분 AB 를 $1:t (t > 0)$ 로 내분하는 점 P 의 좌표를 $f(t)$ 라 할 때, 함수 $y = f(t)$ 의 그래프를 좌표평면 위에 나타낸 것은? [3점]



7. 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 (a > 0, b > 0)$ 이 점 $A(2, 3)$ 을 지날 때, ab 의 최솟값은? [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

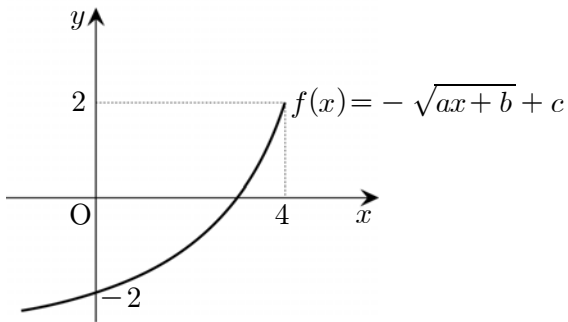
8. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2ax$ (a 는 실수)의 그래프와 직선 $y = 2x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 교점 사이의 거리의 최솟값은? [3점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{26}$ ⑤ $2\sqrt{7}$

수리 영역

3

9. 함수 $f(x) = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $f(-5)$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]



- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

10. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 는 $x^2 - 2x - 3$ 으로 나누어 떨어지고, $f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 나누어 떨어진다. 이때, $f(x) + 1$ 을 $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① $x + 2$ ② $x + 3$ ③ $2x - 1$ ④ $2x$ ⑤ $2x + 1$

11. 삼각형 ABC 의 변 BC 를 3:1 로 내분하는 점을 P 라 하고, 선분 AP 를 3:1 로 외분하는 점을 Q 라 할 때,

$\frac{(\text{삼각형 ABC의 넓이})}{(\text{삼각형 CPQ의 넓이})}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

12. 등식

$$\sqrt{x-y+1} \sqrt{x^2+y^2-2} = -\sqrt{(x-y+1)(x^2+y^2-2)}$$

를 만족하는 두 실수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 좌표평면 위에 모두 나타낸 영역을 D 라 하자. 이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 점 $(-1, 1)$ 은 D 에 속한다.

ㄴ. 점 (a, b) 가 D 에 속하면 점 $(-b, -a)$ 도 D 에 속한다.

ㄷ. D 에 속하는 점 (a, b) 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 최솟값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

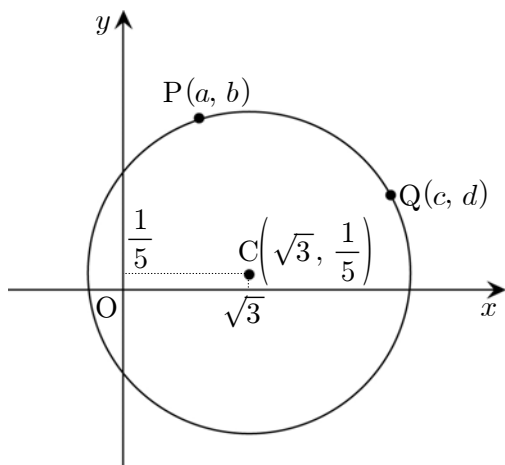
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 다음은 좌표평면 위의 점 $C\left(\sqrt{3}, \frac{1}{5}\right)$ 을 중심으로 하고,

x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점 P 를 지나는 원을 그리면 이 원 위의 점들 중에는 x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점이 P 외에 존재하지 않음을 증명한 것이다.

<증명>

원 위에 점 $P(a, b)$ (a, b 는 정수)가 아닌 다른 점 $Q(c, d)$ (c, d 는 정수)가 존재한다고 가정하자.



$\overline{CP} = \overline{CQ}$ 이므로

$$\sqrt{(a - \sqrt{3})^2 + \left(b - \frac{1}{5}\right)^2} = \sqrt{(c - \sqrt{3})^2 + \left(d - \frac{1}{5}\right)^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - c^2 + b^2 - d^2 - \frac{2}{5}(b - d) = \boxed{\text{(가)}} \dots\dots \text{①}$$

①에서 좌변은 $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로 $a - c = 0$

$$\therefore b^2 - d^2 - \frac{2}{5}(b - d) = 0 \dots\dots \text{②}$$

②에서 b, d 는 정수이므로 $\boxed{\text{(다)}}$

따라서 이 원 위의 점들 중에는 x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점이 P 외에 존재하지 않는다.

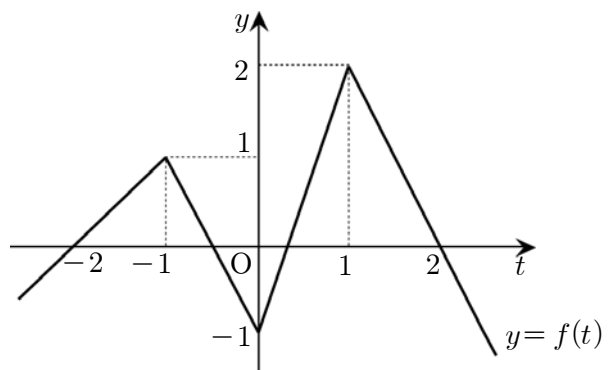
위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|--------------------|-----|-------------|
| ① | $\sqrt{3}(a - c)$ | 유리수 | $b + d = 5$ |
| ② | $\sqrt{3}(a - c)$ | 무리수 | $b + d = 5$ |
| ③ | $2\sqrt{3}(a - c)$ | 유리수 | $b + d = 5$ |
| ④ | $2\sqrt{3}(a - c)$ | 무리수 | $b - d = 0$ |
| ⑤ | $2\sqrt{3}(a - c)$ | 유리수 | $b - d = 0$ |

14. 어느 동아리의 회원모집 공고를 보고 철수를 포함하여 10 명이 지원하였다. 이 지원자들 중에서 철수를 포함하여 4 명을 뽑는 경우의 수를 a , 철수를 포함하지 않고 4 명을 뽑는 경우의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① ${}_{10}P_3$ ② ${}_{10}P_4$ ③ ${}_{10}C_4$
 ④ $2 \times {}_9C_3$ ⑤ $2 \times {}_9C_4$

15. 함수 $y = f(t)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2xf(t) + f(t) = 0$ 의 근에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

- ㄱ. $f(t)$ 의 값이 최대일 때, 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄴ. 중근을 갖게 하는 서로 다른 실수 t 는 7 개이다.
 ㄷ. $|t| > 2$ 일 때, 서로 다른 두 허근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수리 영역

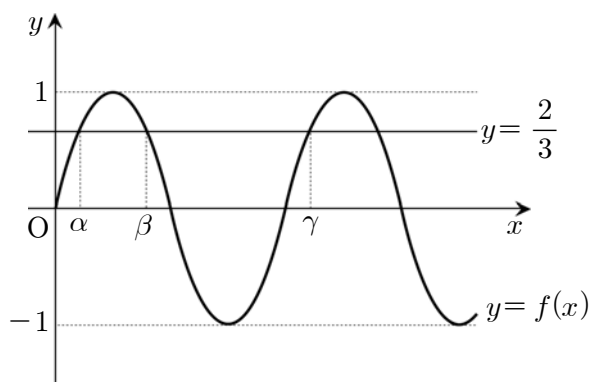
5

16. 두 정수 a, b 에 대하여 연산 \diamond 를 $a \diamond b = a + b - ab$ 로 정의하자.

$(x \diamond y) \diamond z = 0$ 을 만족하는 세 정수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z$ 의 값 중에서 가장 큰 것은? [4점]

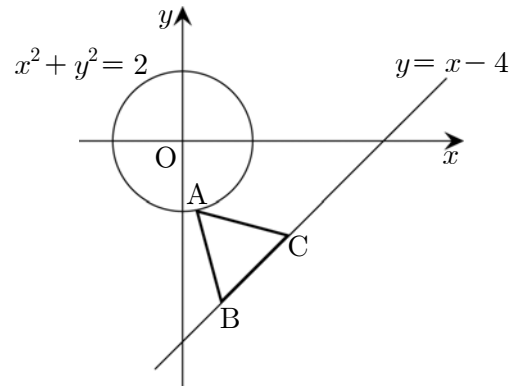
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

17. 함수 $f(x) = \sin \pi x$ ($x \geq 0$)의 그래프와 직선 $y = \frac{2}{3}$ 가
만나는 점의 x 좌표를 작은 것부터 차례대로 α, β, γ 라 할 때,
 $f(\alpha + \beta + \gamma + 1) + f(\alpha + \beta + \frac{1}{2})$ 의 값은? [4점]



- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

18. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 2$ 위를 움직이는 점 A와 직선 $y = x - 4$ 위를 움직이는 두 점 B, C를 연결하여 삼각형 ABC를 만들 때, 정삼각형이 되는 삼각형 ABC의 넓이의 최솟값과 최댓값의 비는? [3점]



- ① 1 : 7 ② 1 : 8 ③ 1 : 9
④ 1 : 10 ⑤ 1 : 11

19. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - 4x^2 + (k+3)x - k = 0$ 의 서로 다른 세 실근 1, α, β 가 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 때, 상수 k 의 값은 $\frac{n}{m}$ 이다. $m+n$ 의 값은? (단, m 과 n 은 서로소인 자연수이다.) [4점]

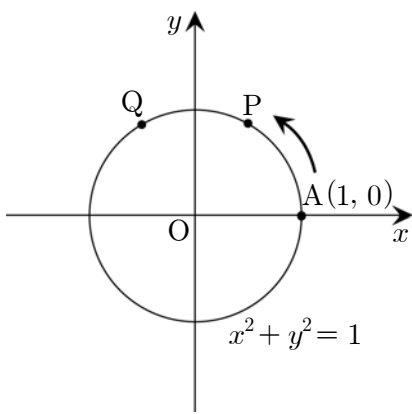
- ① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

20. 자연수 n 과 두 실수 x, y 에 대하여 $C(n) = x^2 + y^2 - n$ 이라 하자. 네 부등식 $C(1) \leq 0, C(1)C(2) \leq 0, C(1)C(2)C(3) \leq 0, C(1)C(2)C(3)C(4) \leq 0$ 의 영역을 같은 좌표평면 위에 나타낸 것을 각각 D_1, D_2, D_3, D_4 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. D_1 의 넓이는 π 이다.
 - ㄴ. D_2 는 D_4 에 포함된다.
 - ㄷ. D_3 과 D_4 의 넓이는 같다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 두 점 P, Q 가 점 A(1, 0) 에서 동시에 출발하여 시계 바늘이 도는 방향과 반대 방향으로 매초 $\frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$ 의 속력으로 각각 움직인다. 출발 후 100 초가 될 때까지 두 점 P, Q 의 y 좌표가 같아지는 횟수는? [4점]



- ① 132 ② 133 ③ 134 ④ 135 ⑤ 136

단답형(22 ~ 30)

22. 연립방정식 $\begin{cases} x+y-z=6 \\ x-y+z=-4 \\ -x+y+z=8 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 라

할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 실수 x 에 대한 두 조건

$p: -1 < x < a+1$
 $q: |x-10| \geq 1$

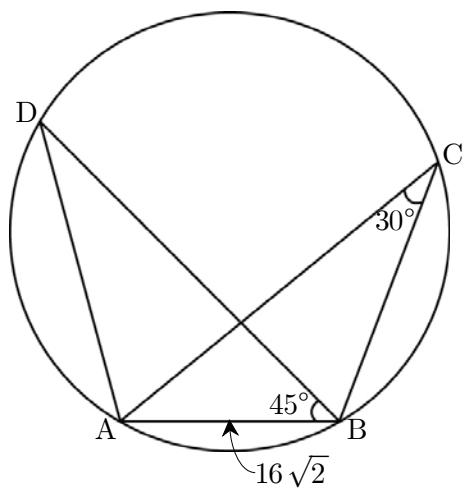
에 대하여, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 a 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24. 정수 m 에 대하여 $\frac{3m+9}{m^2-9}$ ($m \neq -3, m \neq 3$) 의 값이 정수가 되도록 하는 모든 m 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. 집합 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족하는 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 함수 f 는 A 에서 A 로의 함수이다.
- (나) A 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.

25. 그림과 같이 한 원에 내접하는 두 삼각형 ABC, ABD 에서 $\overline{AB} = 16\sqrt{2}$, $\angle ABD = 45^\circ$, $\angle BCA = 30^\circ$ 일 때, 선분 AD 의 길이를 구하시오. [3점]



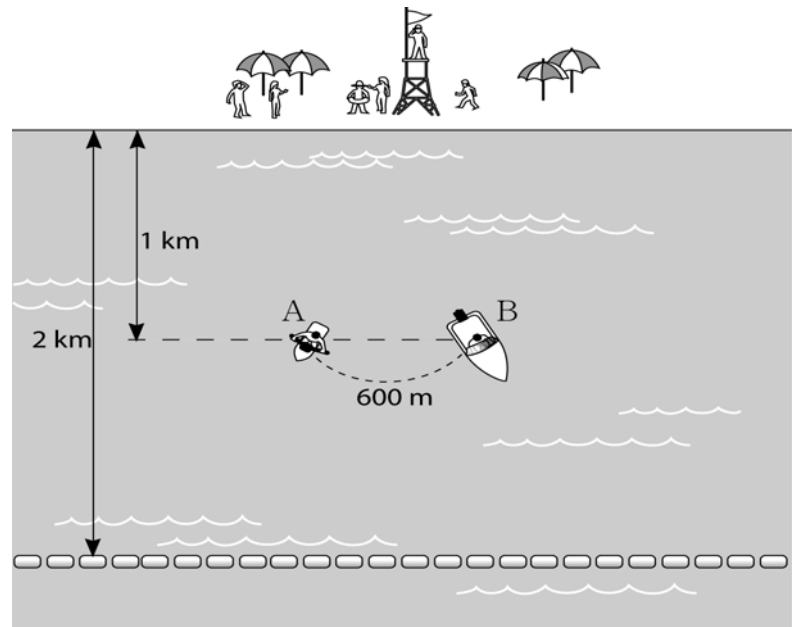
27. 좌표평면에서 포물선 $y = x^2 - 2x$ 를 포물선 $y = x^2 - 12x + 30$ 으로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $l: x - 2y = 0$ 이 직선 l' 으로 옮겨진다. 두 직선 l, l' 사이의 거리를 d 라 할 때, d^2 의 값을 구하시오. [4점]

28. 방정식 $\sin^2 x - \sin x = 1 - k$ 가 실근을 갖도록 하는 상수 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $20M + m$ 의 값을 구하시오. (단, $0 \leq x < 2\pi$ 이다.) [4점]

29. 그림과 같이 의자 6 개가 나란히 설치되어 있다. 여학생 2 명과 남학생 3 명이 모두 의자에 앉을 때 여학생이 이웃하지 않게 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 두 학생 사이에 빈 의자가 있는 경우는 이웃하지 않는 것으로 한다.) [4점]



30. 직선으로 뻗어있는 해안선으로부터 2 km 이내의 해상에서 열린 바다수영대회를 앞두고 구조대원들이 인명구조훈련을 하고 있다. 해안선으로부터 1 km 떨어진 해상의 두 지점에 A, B 구조대가 서로 600 m 거리를 두고 출동을 기다리고 있다. 두 구조대는 항상 직선으로 이동하고, 같은 시간 동안 A 구조대는 B 구조대보다 두 배의 거리를 이동할 수 있다. 두 구조대가 가상 사고지점을 향하여 동시에 출발할 경우, B 구조대가 A 구조대보다 먼저 도착하거나 두 구조대가 동시에 도착할 수 있는 해역의 넓이를 $S \text{ m}^2$ 라 할 때, $\frac{S}{1000\pi}$ 의 값을 구하시오. (단, 두 구조대가 가상 사고지점까지 이동하는 동안 방해되는 요소는 고려하지 않는다.) [4점]



※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.