(홀수형)

2011학년도 대학수학능력시험 (수리영역-나형) 정답 및 해설

1.

$$4^{\frac{3}{2}}\times\log_3\sqrt{3}=(2^2)^{\frac{3}{2}}\times\frac{1}{2}\log_3 3$$

$$=2^3\times\frac{1}{2}$$

$$=2^2=4$$

답 ②

2.

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$$

이므로

$$A(A+B)=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$$

따라서 구하려는 행렬의 모든 성분의 합은

$2-2+2+2=4$

답 ④

3.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a\times 6^{n+1}-5^n}{6^n+5^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{a\times 6-\left(\frac{5}{6}\right)^n}{1+\left(\frac{5}{6}\right)^n}$$

$$=6a$$

따라서 $6a=4$ 에서 $a=\frac{2}{3}$

답 ③

4.

$(3^x-5)(3^x-100)<0$ 에서

$5<3^x<100\cdots$ ㉠

따라서 부등식 ㉠을 만족시키는 자연수 x의 값은 $2, 3, 4$ 이므로 그 합은

$2+3+4=9$ 이다.

답 ③

5.

두 사건 A와 B는 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\,\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3}$,

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)$에서

$\mathrm{P}(A)\,\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)$

$\frac{2}{3}\,\mathrm{P}(B)=\frac{2}{3}-\mathrm{P}(B)$

$\frac{5}{3}\,\mathrm{P}(B)=\frac{2}{3}$

$\therefore\ \mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}$

답 ④

6.

현수막 B는 2곳 이상 설치해야 하므로 B가 2곳, 3곳, 4곳에 설치하는 경우로 나누어 경우의 수를 구한다.

(i) A 1곳, B 2곳, C 2곳에 설치하는 경우

$\frac{5!}{2!2!}=30$(가지)

(ii) A 1곳, B 3곳, C 1곳에 설치하는 경우

$\frac{5!}{3!}=20$(가지)

(iii) A 1곳, B 4곳에 설치하는 경우

$\frac{5!}{4!}=5$(가지)

따라서 (i), (ii), (iii)에서 구하려는 경우의 수는 $30+20+5=55$(가지)

답 ①

7.
두 점수의 합이 70점이 되는 경우는 다음의 세 가지이다.

구분	(ⅰ)	(ⅱ)	(ⅲ)
관람객 투표	점수 A	점수 B	점수 C
심사 위원	점수 C	점수 B	점수 A

관람객 투표 점수를 받는 사건과 심사 위원 점수를 받는 사건이 서로 독립이므로 각각의 확률은 다음과 같다

(ⅰ)이 일어날 확률 : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

(ⅱ)가 일어날 확률 : $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

(ⅲ)이 일어날 확률 : $\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$

따라서 (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하려는 확률은

$\frac{1}{12}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}=\frac{5}{18}$

답 ③

8.
$$\begin{aligned}P(0\le X\le 2) &= P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)\\ &=\frac{1}{8}+\frac{3+a}{8}+\frac{1}{8}\\ &=\frac{a+5}{8}\end{aligned}$$

$\frac{a+5}{8}=\frac{7}{8}$에서 $a=2$

따라서 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-1	0	1	2	계
$P(X=x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

따라서 확률변수 X의 평균 $E(X)$는

$$E(X)=-1\times\frac{1}{8}+0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{5}{8}+2\times\frac{1}{8}=\frac{3}{4}$$

답 ⑤

9.
지반 A, B의 유효수직응력을 각각 S_A, S_B라 하면 $S_A=1.44S_B$

시험기가 지반 A, B에 들어가면서 받는 저항력을 각각 R_A, R_B라 하면 $R_A=1.5R_B$

지반 A, B의 상대밀도를 각각 D_A, D_B라 하면

$$D_A=-98+66\log\frac{1.5R_B}{\sqrt{1.44S_B}}\ \cdots ㉠$$

$$D_B=-98+66\log\frac{R_B}{\sqrt{S_B}}\ \cdots ㉡$$

㉠ − ㉡에서

$$\begin{aligned}D_A-D_B&=66\left(\log\frac{1.5R_B}{\sqrt{1.44S_B}}-\log\frac{R_B}{\sqrt{S_B}}\right)\\ &=66\log\frac{1.5R_B\cdot\sqrt{S_B}}{\sqrt{1.44S_B}\cdot R_B}\\ &=66\log\frac{1.5}{\sqrt{1.44}}\\ &=66\log\frac{1.5}{1.2}\\ &=66\log\frac{5}{4}\\ &=66(1-3\log 2)\\ &=66(1-3\times 0.3)\\ &=6.6\end{aligned}$$

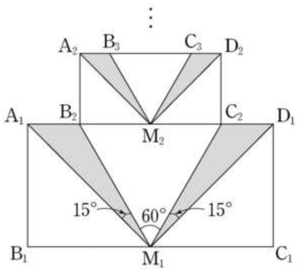
$\therefore\ D_A=D_B+6.6=65+6.6=71.6$

답 ④

(홀수형)

2011학년도 대학수학능력시험 (수리영역-나형) 정답 및 해설

10.



$\triangle \mathrm{C_2M_1M_2}$ 에서 $\angle \mathrm{C_2M_1M_2} = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{\mathrm{C_2M_2}} = \overline{\mathrm{M_1M_2}}\tan 30^\circ = 1\times\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore\ \overline{\mathrm{C_2D_1}} = 1-\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3-\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore\ S_1 = 2\times\frac{1}{2}\times\frac{3-\sqrt{3}}{3}\times 1 = \frac{3-\sqrt{3}}{3}$$

한편

$$\overline{\mathrm{C_2D_1}} : \overline{\mathrm{C_3D_2}} = \overline{\mathrm{C_1M_1}} : \overline{\mathrm{C_2M_2}} = 1 : \frac{\sqrt{3}}{3}$$

이므로 $\triangle \mathrm{C_2M_1D_1} : \triangle \mathrm{C_3M_2D_2} = 1 : \frac{1}{3}$

따라서 수열 $\{S_n\}$은 첫째항이 $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$ 이고 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{\frac{3-\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$$

답 ②

11.

지수함수 $y = a^x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동시킨 그래프의 식은 $y = a^{-x}$

지수함수 $y = a^{-x}$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 그래프의 식은 $y = a^{-(x-3)}+2$

이 그래프가 점 (1, 4)를 지나므로

$4 = a^{-(1-3)}+2$

$4 = a^2+2$, $a^2 = 2$

$\therefore\ a = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

답 ①

12.

$A = (\,a\ \ b\,)$, $B(\,c\ \ d\,)$, $P = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$라 하자.

(단, $a+b\neq 0$, $c+d\neq 0$, $pq\neq 0$)

ㄱ. $PA = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}(\,a\ \ b\,) = \begin{pmatrix} pa & pb \\ qa & qb \end{pmatrix}$

이때 $pa\cdot qb - pb\cdot qa = 0$ 이므로 PA는 역행렬을 갖지 않는다.(참)

ㄴ. $PA = \begin{pmatrix} pa & pb \\ qa & qb \end{pmatrix}$, $PB = \begin{pmatrix} pc & pd \\ qc & qd \end{pmatrix}$ 에서

$PA = PB$ 이면 $pa = pc$, $pb = pd$, $qa = qc$, $qb = qd$

즉, $p(a-c) = 0$, $p(b-d) = 0$, $q(a-c) = 0$, $q(b-d) = 0$

그런데 $p\neq 0$, $q\neq 0$ 이므로 $a = c$, $b = d$

$\therefore\ A = B$(참)

ㄷ. $PA\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pa & pb \\ qa & qb \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p(a+b) \\ q(a+b) \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} p(a+b) \\ q(a+b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 에서 $p(a+b) = 1$, $q(a+b) = 1$

그런데 $a+b\neq 0$ 이므로 $p = q = \frac{1}{a+b}$

따라서 $PA\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$을 만족하는 행렬

$P=\begin{pmatrix} \frac{1}{a+b} \\ \frac{1}{a+b} \end{pmatrix}$가 존재한다.(참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

답 ⑤

13.
고객의 집에서 시장까지의 거리를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $N(1740, 500^2)$을 따르므로

$$P(X \geq 2000) = P\left(Z \geq \frac{2000-1740}{500}\right)$$
$$= P(Z \geq 0.52)$$
$$= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 0.52)$$
$$= 0.5 - 0.2$$
$$= 0.3$$

$P(X < 2000) = 1 - P(Z \geq 2000) = 1 - 0.3 = 0.7$

집에서 시장까지의 거리가 2000m 미만일 사건을 A, 자가용을 이용하여 시장에 오는 사건을 B라 하면

$P(A \cap B) = 0.7 \times 0.05 = 0.035$

$P(A^c \cap B) = 0.3 \times 0.15 = 0.045$

$\therefore$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.035}{0.035 + 0.045} = \frac{7}{16}$$

답 ②

14.
삼각형 A_nOB_n에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_n이라 하면 C_n의 좌표는

$C_n(n - r_n, r_n)$

점 C_n에서 직선 $x - ny = 0$까지의 거리가 r_n이므로

$$\frac{|n - r_n - nr_n|}{\sqrt{1^2 + (-n)^2}} = r_n$$

$$|n - (n+1)r_n| = \sqrt{n^2+1} \times r_n$$

그런데 $\overline{A_nB_n} = 1$ 에서 $r_n < \frac{1}{2}$ 이므로

$$n - (n+1)r_n > 0 \left(\because r_n < \frac{n}{n+1} \right)$$

따라서 $n - (n+1)r_n = \sqrt{n^2+1} \times r_n$ 이므로

$$r_n = \frac{n}{n+1+\sqrt{n^2+1}}$$

$$\therefore \ S_n = \frac{1}{2} \times \overline{OA_n} \times r_n$$
$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{n^2+1} \times \frac{n}{n+1+\sqrt{n^2+1}}$$
$$= \frac{n\sqrt{n^2+1}}{2(n+1+\sqrt{n^2+1})}$$

$$\therefore \ \lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n\sqrt{n^2+1}}{2n(n+1+\sqrt{n^2+1})}$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}{2\left(1+\frac{1}{n}+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}\right)}$$
$$= \frac{1}{4}$$

답 ③

15.
수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$ 이고

$$a_{n+1} = n+1 + \frac{(n-1)!}{a_1a_2\cdots a_n} \ (n \geq 1) \ \cdots ㉠$$

㉠의 양변에 $a_1a_2\cdots a_n$을 곱하면

$a_1a_2\cdots a_{n+1} =$

$a_1a_2\cdots a_n \times (n+1) + (n-1)! \ (n \geq 1)$

$b_n = \frac{a_1a_2\cdots a_n}{n!}$ 이라 하면, $b_1 = a_1 = 1$ 이

고

$$b_{n+1} = \frac{a_1 a_2 \cdots a_{n+1}}{(n+1)!}$$

$$= \frac{a_1 a_2 \cdots a_n \times (n+1) + (n-1)!}{(n+1)!}$$

$$= \frac{a_1 a_2 \cdots a_n}{n!} + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= b_n + \frac{1}{n(n+1)} \ (n \geq 1)$$

$b_{n+1} - b_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$ $(n \geq 1)$ 이므로

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k(k+1)}$$

$$= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$= 1 + 1 - \frac{1}{n}$$

$$= \frac{2n-1}{n}$$

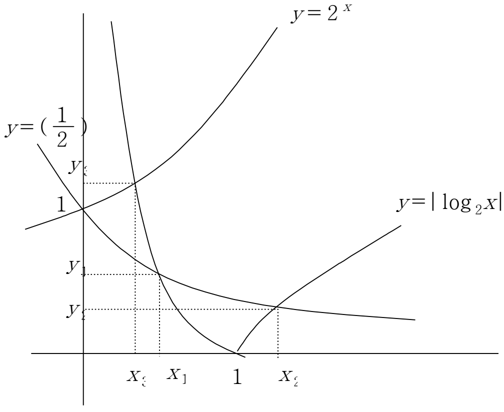
$f(n) = \dfrac{1}{n(n+1)}$, $g(n) = \dfrac{2n-1}{n}$ 이므로

$$f(13) \times g(7) = \frac{1}{13 \times 14} \times \frac{13}{7} = \frac{1}{98}$$

답 ⑤

16.

세 점 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, $R(x_3, y_3)$의 위치 관계는 다음 그림과 같다.



또한, $|\log_2 x| = \begin{cases} \log_2 x & (x \geq 1) \\ \log_{\frac{1}{2}} x & (x < 1) \end{cases}$ 이다.

ㄱ. 위의 그림에서 $x_1 < 1$ 이고

$\log_{\frac{1}{2}} x = 1$ 에서 $x = \dfrac{1}{2}$ 이므로

$\dfrac{1}{2} < x_1 < 1$ (참)

ㄴ. 두 곡선 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$와 $y = (\frac{1}{2})^x$은 직선 $y = x$에 대하여 대칭이고 두 곡선 $y = \log_2 x$와 $y = 2^x$도 직선 $y = x$에 대하여 대칭이다.

따라서 두 점 $Q(x_2, y_2)$, $R(x_3, y_3)$은 직선 $y = x$에 대하여 대칭이므로

$x_2 = y_3$, $y_2 = x_3$

$\therefore \ x_2 y_2 - x_3 y_3 = 0$ (참)

ㄷ. $x_2(x_1 - 1) > y_1(y_2 - 1)$

$$\Leftrightarrow \ \frac{y_1 - 1}{x_1} > \frac{y_2 - 1}{x_2}$$

따라서 좌변은 두 점 $(0, 1)$, (x_1, y_1)을 지나는 직선의 기울기이고 우변은 두 점 $(0, 1)$, (x_2, y_2)을 지나는 직선의 기울기이므로

$$\frac{y_1 - 1}{x_1} < \frac{y_2 - 1}{x_2}$$

$\therefore \ x_2(x_1 - 1) < y_1(y_2 - 1)$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 뿐이다.

답 ③

17.

6명의 학생을 6개의 좌석에 앉히는 방법의 수는 $6!$ (가지)

또한, 같은 나라의 두 학생끼리 좌석 번호의 차가 1 또는 10이 되도록 앉으려면 다음과 같이 세 가지 방법이 있다.

(i) (11, 12), (21, 22), (13, 23)

(ii) (11, 21), (12, 13), (22, 23)

(iii) (11, 21), (12, 22), (13, 23)

(i) 의 방법에 세 나라를 정하는 방법의 수는

$3!$ (가지)

각 좌석에 두 학생을 앉히는 방법의 수는

2^3 (가지)

따라서 (ii), (iii)의 방법으로 앉히는 방법의 수는 같으므로 구하고자 하는 확률은

$$\frac{3!\times 2^3\times 3}{6!}=\frac{1}{5}$$

답 ④

18.

$$2\times {}_nC_3=2\times\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}$$

$$=\frac{n(n-1)(n-2)}{3}$$

$3\times {}_nP_2=3\times n(n-1)$

이므로

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3}=3\times n(n-1)$$

$n-2=9$ ($\because$ $n\geq 3$)

$\therefore$ $n=11$

답 11

19.

$\log_3(x-4)=\log_{3^2}(5x+4)$

$\log_3(x-4)=\frac{1}{2}\log_3(5x+4)$

$2\log_3(x-4)=\log_3(5x+4)$

$\log_3(x-4)^2=\log_3(5x+4)$

$(x-4)^2=5x+4$, $x^2-13x+12=0$

$(x-1)(x-12)=0$

$\therefore$ $x=1$ 또는 $x=12$

이때 진수조건에 의하여 $x>4$ 이므로

$\alpha=12$

답 12

20.

$${}_6C_3\times {}_3C_3\times\frac{1}{2!}\times 2!=20$$

답 20

21.

두 개의 동전이 모두 앞면이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

이므로 확률변수 X는 이항분포 $B(10,\frac{1}{4})$을 따른다.

이때, $V(X)=10\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{15}{8}$ 이므로

$V(4X+1)=16V(X)=30$

답 30

22.

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_2=a_1+d$

$a_4=a_1+3d$

$a_9=a_1+8d$

이때 세 항 a_2, a_4, a_9는 등비수열을 이루므로

2011학년도 대학수학능력시험 (수리영역-나형) 정답 및 해설

$(a_1+3d)^2=(a_1+d)(a_1+8d)$

$a_1^2+6a_1d+9d^2=a_1^2+9a_1d+8d^2$

$d(3a_1-d)=0$

$\therefore\ d=3a_1\ (\because\ d\neq 0)$

즉, $a_2=4a_1$, $a_4=10a_1$ 이므로

$r=\dfrac{10a_1}{4a_1}=\dfrac{5}{2}$

$\therefore\ 6r=15$

답 15

23.

$n=2$ 일 때 $\{3,3^3\}$ 이므로

$S=\{3^4\}$ 즉, $f(2)=1$

$n=3$ 일 때 $\{3,3^3,3^5\}$ 이므로

$S=\{3^4,3^6,3^8\}$ 즉, $f(3)=3$

$n=4$ 일 때 $\{3,3^3,3^5,3^7\}$ 이므로

$S=\{3^4,3^6,3^8,3^{10},3^{12}\}$ 즉, $f(4)=5$

…

$n=k$ 일 때 $\{3,3^3,\cdots,3^{2k-1}\}$ 이므로

$S=\{3^4,3^6,\cdots,3^{4(k-1)}\}$ 즉, $f(k)=2k-3$

$$\therefore\ \sum_{n=2}^{11}f(n)=\sum_{n=2}^{11}(2n-3)$$
$$=1+3+5+\cdots+19$$
$$=10^2=100$$

답 100

24.

$0\le\alpha<1$이므로

(i) $n=0$ 일 때 $n\le 2\alpha$ 에서 $0\le\alpha<1$

따라서 만족하는 자연수 A는

1, 2, 3, …, 9

의 9개이다.

(ii) $n=1$ 일 때 $1\le 2\alpha$ 에서 $\dfrac{1}{2}\le\alpha<1$

이때 $3.1<\sqrt{10}<3.2$ 이므로

$\log 3.1<\dfrac{1}{2}<\log 3.2$

따라서 만족하는 자연수 A는

32, 33, 34, …, 99

의 68 개다.

(i), (ii)에 의하여 구하고자 하는 자연수 A의 개수는

$9+68=77$

답 77

25. $m=2$ 일 때

$f(2)=1+1=2$

$m=4$ 일 때

$f(4)=1+1+3+1=(1+3)+(1+1)=6$

$m=8$ 일 때

$f(8)=1+1+3+1+5+3+7+1$

$=(1+3+5+7)+(1+1+3+1)=22$

$m=16$ 일 때

$f(16)=(1+3+5+7+\cdots+15)+$

$(1+1+3+1+5+3+7+1)=86$

…

$$f(2^n)=2+\sum_{k=1}^{n-1}4^k$$
$$=2+\frac{4(4^{n-1}-1)}{4-1}$$
$$=\frac{4^n+2}{3}$$

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\frac{f(2^{n+1})-f(2^n)}{f(2^{n+2})}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{4^{n+1}+2}{3} - \frac{4^{n}+2}{3}}{\frac{4^{n+2}+2}{3}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{4^{n+1}-4^{n}}{4^{n+2}+2}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{3\cdot 4^{n}}{4^{n+2}+2}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{3}{16+\frac{2}{4^{n}}} = \frac{3}{16}$$

$\therefore\ p+q=19$

답 19

26.

수열 $\{a_n\}$은 등차수열이므로 공차를 d라 하면

$d=a_3-a_2=3$

$a_1=a_2-d=-4$

따라서 첫째항부터 제 10항까지의 합을 S_{10}이라고 하면

$$S_{10}=\frac{10(-8+9\times 3)}{2}=95$$

답 ①

27.

공용 자전거의 1회 이용 시간을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $N(60,10^2)$을 따른다.

따라서 25회 이용 시간의 평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(60,\frac{10^2}{25})$ 즉, $N(60,2^2)$을 따른다.

$\therefore\ P(25\overline{X}\geq 1450)$

$=P(\overline{X}\geq 58)$

$=P(Z\geq \frac{58-60}{2})$

$=P(Z\geq -1)$

$=0.5+P(0\leq Z\leq 1)$

$=0.5+0.3413=0.8413$

답 ②

28.

$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 에서

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$

응시자 A의 각 원점수는

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 45 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix}$

응시자 B의 각 원점수는

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}$

응시자 C의 각 원점수는

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 45 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \end{pmatrix}$

따라서 $a=11$, $b=10$, $c=7$ 이므로

$a>b>c$

답 ①

29.

$a_{11}=0$, $a_{12}=-1$, $a_{21}=1$, $a_{22}=0$ 이므로

$A=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$A^2=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}=-E$

$A^3=-A$, $A^4=E$, $A^5=A$, $\cdots$

$\therefore\ A+A^2+A^3+A^4+A^5+\cdots+A^{2010}$

$=(A+A^2+A^3+A^4)+\cdots$

2011학년도 대학수학능력시험 (수리영역-나형) 정답 및 해설

$+(A^{2005}+\cdots+A^{2008})+A^{2009}+A^{2010}$

$=O+\cdots+O+A+A^2$

$=A-E=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

따라서 (2, 1)의 성분은 1이다.

답 ④

30.

$a_n=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n-1}a_k$

$=\log\frac{(n+1)(n+2)}{2}-\log\frac{n(n+1)}{2}$

$=\log\frac{n+2}{n}\quad(n\geq 2)$

이때 $n=1$ 이면 $a_1=\sum_{k=1}^{1}a_k=\log 3$ 이므로

$a_n=\log\frac{n+2}{n}\,(n\geq 1)$

$\therefore\ p=\sum_{k=1}^{20}a_{2k}=\sum_{k=1}^{20}\log\frac{2k+2}{2k}$

$=\sum_{k=1}^{20}\log\frac{k+1}{k}$

$=\log\frac{2}{1}+\log\frac{3}{2}+\cdots+\log\frac{21}{20}$

$=\log(\frac{2}{1}\times\frac{3}{2}\times\cdots\times\frac{21}{20})$

$=\log 21$

$\therefore\ 10^p=10^{\log 21}=21$

답 21