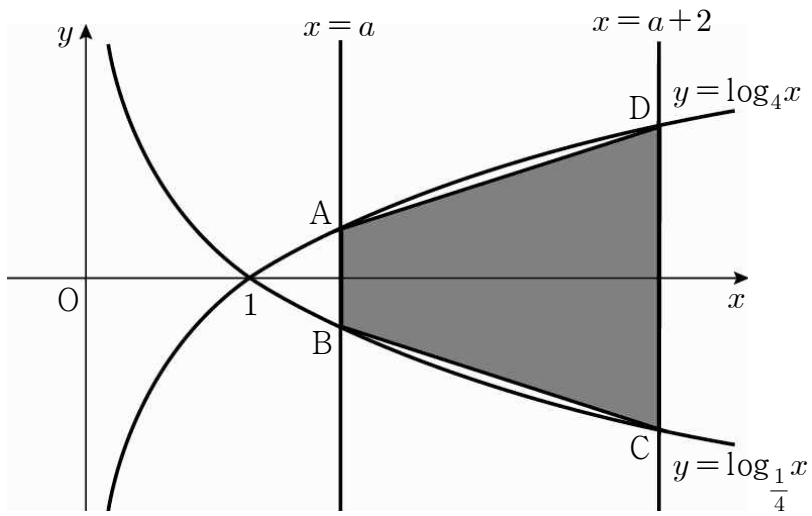




6.  $\left(\frac{1}{3}\right)^a = \log_2 a$ ,  $\left(\frac{1}{2}\right)^b = \log_3 b$ ,  $\left(\frac{1}{3}\right)^c = \log_3 c$  일 때,  
 양수  $a, b, c$ 의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ①  $a < b < c$       ②  $a < c < b$       ③  $b < a < c$
- ④  $c < a < b$       ⑤  $c < b < a$

7. 그림과 같이 두 곡선  $y = \log_4 x$ ,  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 와 두 직선  $x = a$ ,  $x = a+2$ 가 만나는 점을 각각 A, B, C, D라 하자.  
 사각형 ABCD의 넓이가 3일 때, 상수  $a$ 의 값은? (단,  $a > 1$ )  
 [3점]



- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{7}{4}$       ③ 2
- ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

8. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+2) \cdot k!} = \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+2)!}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i)  $n = 1$  일 때, (좌변) =  $\boxed{\text{(가)}}$ , (우변) =  $\boxed{\text{(가)}}$  이므로  
 주어진 등식은 성립한다.

(ii)  $n = m$  일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \frac{1}{(k+2) \cdot k!} = \frac{1}{2} - \frac{1}{(m+2)!}$$

이다.

$n = m + 1$  일 때,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{(k+2) \cdot k!} &= \sum_{k=1}^m \frac{1}{(k+2) \cdot k!} + \boxed{\text{(나)}} \\ &= \frac{1}{2} - \boxed{\text{(다)}} \end{aligned}$$

그러므로  $n = m + 1$  일 때도 주어진 등식이 성립한다.

따라서 모든 자연수  $n$ 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{(m+2) \cdot m!}$	$\frac{1}{(m+2)!}$
②	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{(m+3) \cdot (m+1)!}$	$\frac{1}{(m+3)!}$
③	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{(m+2) \cdot m!}$	$\frac{1}{(m+2)!}$
④	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{(m+3) \cdot (m+1)!}$	$\frac{1}{(m+3)!}$
⑤	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{(m+3) \cdot (m+1)!}$	$\frac{1}{(m+2)!}$

9. 다음은 5 개의 꼭짓점이 A, B, C, D, E인 그래프를 행렬로 나타낸 것이다.

$$\begin{matrix} & A & B & C & D & E \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

이 그래프에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보기 >

- ㄱ. 변의 개수는 7이다.
- ㄴ. 꼭짓점 C에 연결된 변의 개수는 3이다.
- ㄷ. 꼭짓점 A에서 꼭짓점 C로 가는 두 개의 변으로 구성된 경로의 수는 2이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 이차정사각행렬 A, B에 대하여  $A^2B + A^2 + B = O$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고 O는 영행렬이다.) [3점]

< 보기 >

- ㄱ.  $A^2 + E$ 의 역행렬이 존재한다.
- ㄴ.  $A^2B = BA^2$
- ㄷ.  $A^2B^2 = B^2A^2$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+2) = f(x)$ 이다.

(나)  $f(x) = \begin{cases} 4^{-x+1} - 1 & (0 \leq x < 1) \\ 4^{x-1} - 1 & (1 \leq x < 2) \end{cases}$

함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 함수  $y = \log_2 x + 1$ 의 그래프와 만나는 점의 개수는? [4점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6
- ④ 7                      ⑤ 8

12. 어느 회사의 대리점은 다섯 명의 영업사원들에게 성과급으로 900만원을 차등 지급하였다. 각자에게 지급된 성과급은 등차수열을 이루고, 가장 적은 금액을 받은 사람과 그 다음으로 적은 금액을 받은 사람의 성과급의 합은 나머지 세 사람이 받은 성과급의 합의  $\frac{1}{2}$ 이다. 가장 많은 금액을 받은 사람의 성과급이  $x$ 만원일 때,  $x$ 의 값은? [3점]

- ① 220                    ② 230                    ③ 240
- ④ 250                    ⑤ 260

13. 함수  $f(x) = \frac{2^{[x]} + 2^{[-x]}}{2}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

< 보기 >

ㄱ.  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$   
 ㄴ.  $x$ 가 정수이면  $f(x) \geq 1$ 이다.  
 ㄷ. 방정식  $f(x) = \frac{9}{8}$ 의 해의 개수는 2이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 기체의 압력이  $P_0$ 일 때 온도가  $T_0$ 이고 압력이  $P$ 일 때 온도가  $T$ 이면 온도와 압력의 관계는

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

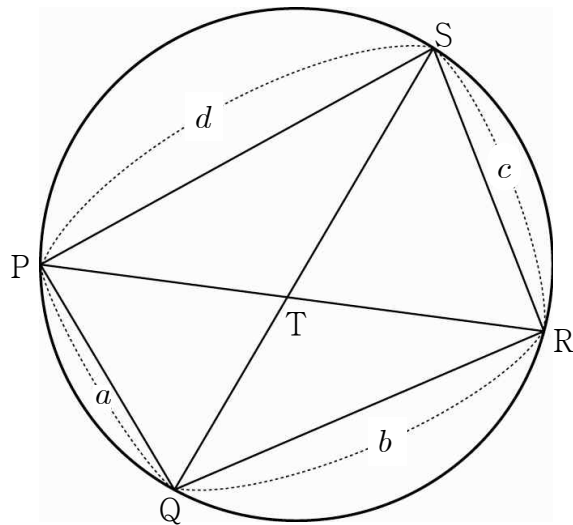
이다. (단,  $\gamma$ 는 비열비이고, 압력의 단위는 atm, 온도의 단위는 K이다.)  
 표는 어떤 기체의 압력에 따른 온도를 나타낸 것이다.

압력(atm)	온도(K)
$P_0 = 81$	$T_0 = 900$
$P = 3$	$T = 300$

이때, 이 기체의 비열비  $\gamma$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{6}{5}$                       ②  $\frac{13}{10}$                       ③  $\frac{7}{5}$   
 ④  $\frac{3}{2}$                       ⑤  $\frac{8}{5}$

15. 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 PQRS의 두 대각선 PR과 QS가 만나는 점을 T라 하고,  $\overline{PQ} = a$ ,  $\overline{QR} = b$ ,  $\overline{RS} = c$ ,  $\overline{SP} = d$ 라 하자. 행렬  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보기 >

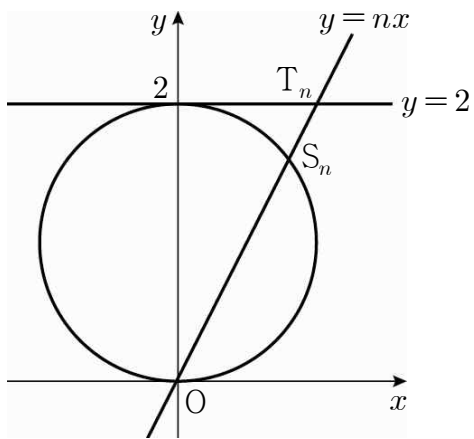
ㄱ.  $\triangle PQS$ 와  $\triangle QRS$ 의 넓이가 같다.  
 ㄴ.  $\overline{PT} = \overline{RT}$   
 ㄷ.  $\triangle PQT$ ,  $\triangle QRT$ ,  $\triangle RST$ ,  $\triangle SPT$ 의 넓이를 각각  $M_1, M_2, M_3, M_4$ 라 할 때, 행렬  $\begin{pmatrix} M_1 & M_2 \\ M_3 & M_4 \end{pmatrix}$ 의 역행렬은 존재하지 않는다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16.  $\log x$ 의 지표가 2이고  $\log x$ 와  $\log \sqrt[3]{x^2}$ 의 가수의 합이 1일 때,  $\log x^5$ 의 값은? [4점]

- ① 9                      ② 10                      ③ 11  
 ④ 12                      ⑤ 13

17. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $y = nx$ 가 원  $x^2 + (y-1)^2 = 1$ ,  
 직선  $y = 2$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 각각  $S_n(a_n, b_n)$ ,  
 $T_n(c_n, d_n)$ 이라 하자.



극한값이 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

ㄱ.  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$   
 ㄴ.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c_n - a_n}{d_n - b_n} = 1$   
 ㄷ.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c_n}{n(d_n - b_n)} = 1$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열  $\{a_n\}$ 이  
 $a_1 = 2, a_{n+1} = (8a_n \text{을 } 5 \text{로 나눈 나머지}) (n = 1, 2, 3, \dots)$

를 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{2010} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 5012                    ② 5013                    ③ 5022  
 ④ 5023                    ⑤ 5026

19. 다음은 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 양의 상수  $K$ 에 대하여

$$a_1 \geq K, a_{n+1} = \frac{1}{2} \left( a_n + \frac{K^2}{a_n} \right) (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

$a_n > 0, K > 0$ 이고,  $a_1 \geq K$ 이므로

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} \left( a_n + \frac{K^2}{a_n} \right) \geq \boxed{\text{(가)}} \text{이다.}$$

따라서 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n \geq \boxed{\text{(가)}} \dots \textcircled{1}$$

이다.

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} \left( a_n + \frac{K^2}{a_n} \right) \text{이므로}$$

2이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \frac{1}{2} \left( a_{n-1} + \frac{K^2}{a_{n-1}} \right) \text{이다.}$$

$$a_n - K = \frac{1}{2} \left( a_{n-1} + \frac{K^2}{a_{n-1}} \right) - K$$

$$= \frac{1}{2} \left( \boxed{\text{(나)}} \right) \left( 1 - \frac{K}{a_{n-1}} \right) \leq \frac{1}{2} \left( \boxed{\text{(나)}} \right)$$

이 성립하므로

$$a_n - K \leq \frac{1}{2} \left( \boxed{\text{(나)}} \right) \leq \dots \leq \boxed{\text{(다)}} (a_1 - K) \dots \textcircled{2}$$

이다.

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } 0 \leq a_n - K \leq \boxed{\text{(다)}} (a_1 - K) \text{이다.}$$

$$\text{그러므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \boxed{\text{(가)}} \text{이다.}$$

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

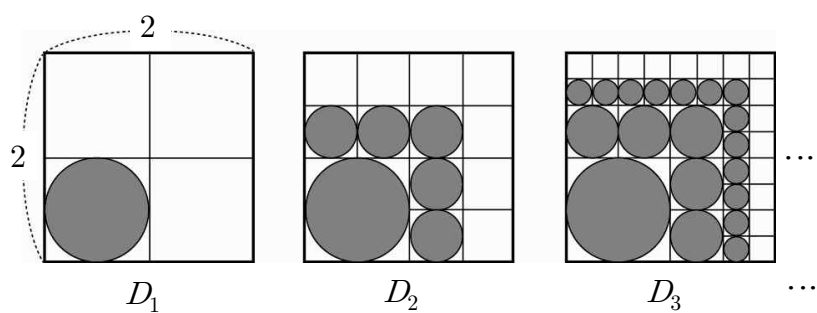
	(가)	(나)	(다)
①	$K$	$a_{n-1} - K$	$\frac{1}{2^{n+1}}$
②	$K$	$a_{n-1} - K$	$\frac{1}{2^{n-1}}$
③	$K$	$a_{n-1} + K$	$\frac{1}{2^n}$
④	$2K$	$a_{n-1} - K$	$\frac{1}{2^{n-1}}$
⑤	$2K$	$a_{n-1} + K$	$\frac{1}{2^n}$

20. 아래와 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형을 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 만든 후, 이 중 한 개의 정사각형에 내접원을 그려서 얻은 그림을  $D_1$ 이라 하고, 이 내접원의 넓이를  $S_1$ 이라 하자.

$D_1$ 에서 내접원이 없는 나머지 정사각형을 각각 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 만든 후, 새로 만들어진 정사각형 중에서 내접원이 있는 정사각형과 인접한 각각의 정사각형에 내접원을 그려서 얻은 그림을  $D_2$ 라 하고,  $D_2$ 에 있는 모든 원의 넓이의 합을  $S_2$ 라 하자.

$D_2$ 에서 내접원이 없는 나머지 정사각형을 각각 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 만든 후, 새로 만들어진 정사각형 중에서 내접원이 있는 정사각형과 인접한 각각의 정사각형에 내접원을 그려서 얻은 그림을  $D_3$ 이라 하고,  $D_3$ 에 있는 모든 원의 넓이의 합을  $S_3$ 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $D_n$ 에 있는 모든 원의 넓이의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       ③ 1
- ④  $\sqrt{2}$                         ⑤  $2\sqrt{2}$

21. 지수방정식  $2^{2x} - (a+6)2^x - 2a(a-6) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 양수가 되도록 하는 정수  $a$ 의 개수는? [4점]

- ① 1                              ② 3                              ③ 5
- ④ 7                              ⑤ 9

단답형

22. 부등식  $2^{\frac{1}{7}} \times 2^{\frac{3}{7}} \times 2^{\frac{5}{7}} \times \dots \times 2^{\frac{2n-1}{7}} > 1024$ 를 만족시키는 양의 정수  $n$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

23.  $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 이차정사각행렬  $A$ 가  $A^2 - 4A + E = O$ ,  $A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 13 \end{pmatrix}$ 을 만족시킨다. 연립일차방정식  $(4E - A) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 의 해를  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 라 할 때,  $\alpha + 2\beta$ 의 값을 구하시오. (단,  $E$ 는 단위행렬이고  $O$ 는 영행렬이다.) [3점]

25. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 a_n - 3)$ 이 수렴할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20a_n + 3n^{-3}}{a_n + n^{-2}}$$
의 값을 구하시오. [3점]

26. 문항에 따라 배점이 3점 또는 4점인 어느 과목 시험에서 값이 맞힌 문항의 개수는 19이고, 점수는 72이었다. 값이 맞힌 3점 문항의 개수를  $x$ , 4점 문항의 개수를  $y$ 라 할 때,

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -1 \\ -3 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 19 \\ 72 \end{pmatrix}$$

가 성립한다.

이때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $10a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이  $(6 \times 6)$ 개의 칸에  $1, 3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5$ 을 적어 넣었다.

모든 칸에 적힌 수들의 합을  $S$ 라 할 때,  $\log_3 \frac{S-1}{5}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

1	3	$3^2$	$3^3$	$3^4$	$3^5$
3	3	$3^2$	$3^3$	$3^4$	$3^5$
$3^2$	$3^2$	$3^2$	$3^3$	$3^4$	$3^5$
$3^3$	$3^3$	$3^3$	$3^3$	$3^4$	$3^5$
$3^4$	$3^4$	$3^4$	$3^4$	$3^4$	$3^5$
$3^5$	$3^5$	$3^5$	$3^5$	$3^5$	$3^5$

28. 자연수  $n$ 에 대하여  $f(n) = (\log n \text{의 지표})$ 일 때, 다음 두 조건을 만족시키는  $n$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [4점]

- (가)  $n$ 은 두 자리의 자연수이다.  
 (나)  $\log 3n - f(2n) < \log 2$

29. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = p, a_2 = q, a_{n+2} = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때,  $a_{39} = 201$ 이고  $\sum_{k=1}^{100} a_k = \sum_{k=1}^{200} a_k$ 이다.

이때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 상수이다.) [4점]

30. 그림과 같이 5행 5열로 이루어진 표에 네 개의 수가 적혀 있다. 각 행의 다섯 개의 수는 열의 순서대로, 각 열의 다섯 개의 수는 행의 순서대로 각각 등차수열을 이루도록 나머지 빈칸에 수를 적고자 한다. 3행 3열에 들어갈 수를 구하시오. [4점]

	1열	2열	3열	4열	5열
1행	0				
2행			27		
3행					74
4행		41			
5행					

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.