

제 2 교시

수리 영역(나형)

1. $\log_3 6 + \log_3 2 - \log_3 4$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 4n + 11} - n)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 행렬 A, B 에 대하여 $A - B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때,

$AX = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $BX = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 행렬 X 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,

$$P(A) = P(B), \quad P(A) + P(B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

5. 로그부등식 $(1 + \log_3 x)(a - \log_3 x) > 0$ 의 해가

$\frac{1}{3} < x < 9$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수리 영역(나형)

6. 양수기로 물을 끌어올릴 때, 펌프의 1분당 회전수 N , 양수량 Q , 양수할 높이 H 와 양수기의 비효회전도 S 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$S = NQ^{\frac{1}{2}}H^{-\frac{3}{4}}$$

(단, N , Q , H 의 단위는 각각 rpm, $m^3/\text{분}$, m이다.)

펌프의 1분당 회전수가 일정한 양수기에 대하여

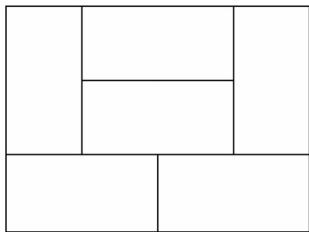
양수량이 24, 양수할 높이가 5일 때의 비효회전도를 S_1 ,

양수량이 12, 양수할 높이가 10일 때의 비효회전도를 S_2

라 하자. $\frac{S_1}{S_2}$ 의 값은? [3점]

- ① $2^{\frac{3}{4}}$ ② $2^{\frac{7}{8}}$ ③ 2 ④ $2^{\frac{9}{8}}$ ⑤ $2^{\frac{5}{4}}$

7. 그림과 같이 경계가 구분된 6개 지역의 인구조사를 조사원 5명이 담당하려고 한다. 5명 중에서 1명은 서로 이웃한 2개 지역을, 나머지 4명은 남은 4개 지역을 각각 1개씩 담당한다. 이 조사원 5명의 담당 지역을 정하는 경우의 수는? (단, 경계가 일부라도 닿은 두 지역은 서로 이웃한 지역으로 본다.) [3점]



- ① 720 ② 840 ③ 960 ④ 1080 ⑤ 1200

8. 어느 동물의 특정 자극에 대한 반응 시간은 평균이 m ,

표준편차가 1인 정규분포를

따른다고 한다. 반응 시간이 2.93

미만일 확률이 0.1003일 때,

m 의 값을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여 구한

것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.91	0.3186
1.28	0.3997
1.65	0.4505
2.02	0.4783

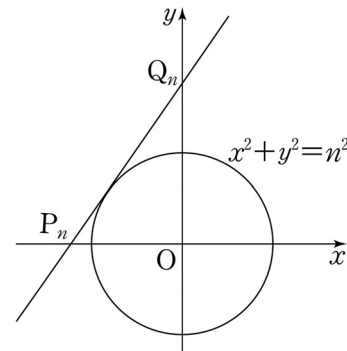
- ① 3.47 ② 3.84 ③ 4.21
④ 4.58 ⑤ 4.95

9. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 기울기가 n 이고 y 절편이

양수인 직선이 원 $x^2 + y^2 = n^2$ 에 접할 때, 이 직선이 x 축,

y 축과 만나는 점을 각각 P_n , Q_n 이라 하자.

$l_n = \overline{P_n Q_n}$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{2n^2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

10. 이차정사각행렬 A, B, C 에 대하여

$ABC = E$ 이고 $ACB = E$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A = E$ 이면 $B = E$ 이다.
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. 모든 자연수 n 에 대하여 $A^n B^n C^n = E$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{3n}{n+1}\right)$ 과 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 이 모두 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-b_n}{a_n}$ 의 값은? (단, $a_n \neq 0$) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

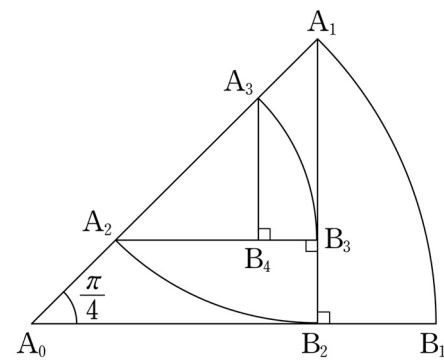
12. 그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인

부채꼴 $A_0A_1B_1$ 이 있다. 점 A_1 에서 선분 A_0B_1 에 내린 수선의 발을 B_2 라 하고, 선분 A_0A_1 위의 $\overline{A_1B_2} = \overline{A_1A_2}$ 인 점 A_2 에 대하여 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인 부채꼴 $A_1A_2B_2$ 를 그린다. 점 A_2 에서 선분 A_1B_2 에 내린 수선의 발을 B_3 이라 하고, 선분 A_1A_2 위의 $\overline{A_2B_3} = \overline{A_2A_3}$ 인 점 A_3 에 대하여 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인 부채꼴 $A_2A_3B_3$ 을 그린다.

이와 같은 과정을 계속하여 점 A_n 에서 선분 $A_{n-1}B_{n-1}$ 에 내린 수선의 발을 B_{n+1} 이라 하고, 선분 $A_{n-1}A_n$ 위의 $\overline{A_nB_{n+1}} = \overline{A_nA_{n+1}}$ 인 점 A_{n+1} 에 대하여 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인 부채꼴 $A_nA_{n+1}B_{n+1}$ 을 그린다.

부채꼴 $A_{n-1}A_nB_n$ 의 호 A_nB_n 의 길이를 l_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? [3점]

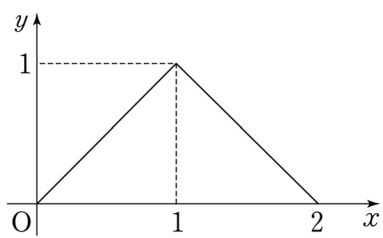


- ① $(4 - \sqrt{2})\pi$ ② $(2 + \sqrt{2})\pi$ ③ $(2 + 2\sqrt{2})\pi$
 ④ $(4 + \sqrt{2})\pi$ ⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\pi$

13. 두 사람 A와 B가 각각 주사위를 한 개씩 동시에 던지는 시행을 한다. 이 시행에서 나온 두 주사위의 눈의 수의 차가 3보다 작으면 A가 1점을 얻고, 그렇지 않으면 B가 1점을 얻는다. 이와 같은 시행을 15회 반복할 때, A가 얻는 점수의 합의 기댓값과 B가 얻는 점수의 합의 기댓값의 차는? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

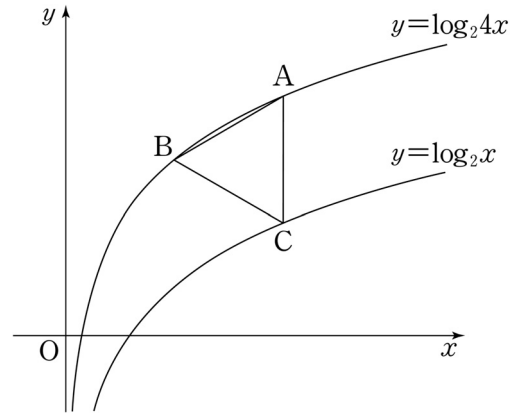
14. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



확률 $P\left(a \leq X \leq a + \frac{1}{2}\right)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

15. 함수 $y = \log_2 4x$ 의 그래프 위의 두 점 A, B와 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프 위의 점 C에 대하여, 선분 AC가 y 축에 평행하고 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 점 B의 좌표는 (p, q) 이다. $p^2 \times 2^q$ 의 값은? [4점]



- ① $6\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$ ④ $15\sqrt{3}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

16. $\log x = -\frac{4}{5}$ 일 때, x^2 은 소수점 아래 a 번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자 b 가 나타난다. $a+b$ 의 값은? (단, $\log 2$ 는 0.30, $\log 3$ 은 0.48로 계산한다.) [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$a_n = n^2 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k+1)a_k \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식으로부터 $a_2 = 7$ 이다.
 자연수 $n(n \geq 3)$ 에 대하여

$$a_n = n^2 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k+1)a_k$$

$$= n^2 + \sum_{k=1}^{n-2} (2k+1)a_k + (2n-1)a_{n-1}$$

$$= n^2 + a_{n-1} - \boxed{\text{(가)}} + (2n-1)a_{n-1}$$
 이므로, $a_n + 1 = 2n(a_{n-1} + 1)$ 이 성립한다. 따라서

$$a_n + 1 = n \times (n-1) \times \dots \times 3 \times \boxed{\text{(나)}} \times (a_2 + 1)$$

$$= 4 \times n! \times \boxed{\text{(나)}}$$
 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$ 이라 할 때, $f(9) \times g(9)$ 의 값은? [4점]

- ① 2^{13} ② 2^{14} ③ 2^{15} ④ 2^{16} ⑤ 2^{17}

단답형

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 5$, $a_6 - a_4 = 4$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

19. 등식 ${}_n P_3 = 12 \times {}_n C_2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

20. 지수방정식 $(2^x - 8)(3^{2x} - 9) = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ a & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

에 대하여 $x=b, y=9$ 가 이 연립방정식을 만족시킬 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 어느 여객선의 좌석이 A구역에 2개, B구역에 1개, C구역에 1개 남아 있다. 남아 있는 좌석을 남자 승객 2명과 여자 승객 2명에게 임의로 배정할 때, 남자 승객 2명이 모두 A구역에 배정될 확률을 p 라 하자. $120p$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$ 이고,

$$a_{n+1} = a_n + (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \quad (n \geq 1)$$

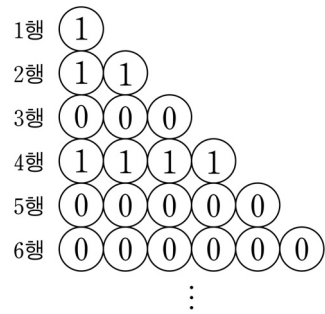
을 만족시킨다. $a_{20} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

24. 주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복한다. 주머니 안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A 라 하자. 시행을 6번 하였을 때, 1회부터 5회까지는 사건 A 가 일어나지 않고, 6회에서 사건 A 가 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 그림과 같이 1행에는 1개, 2행에는 2개, ..., n 행에는 n 개의 원을 나열하고 그 안에 다음 규칙에 따라 0 또는 1을 써 넣는다.

- (가) 1행의 원 안에는 1을 써 넣는다.
 (나) $n \geq 2$ 일 때, 1행부터 $(n-1)$ 행까지 나열된 모든 원 안의 수의 합이 n 이상이면 n 행에 나열된 모든 원 안에 0을 써 넣고, n 미만이면 n 행에 나열된 모든 원 안에 1을 써 넣는다.



1행부터 32행까지 나열된 원 안에 써 넣은 모든 수의 합을 구하시오. [4점]

5지선다형

26. $1 \leq m \leq 3, 1 \leq n \leq 8$ 인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sqrt[3]{n^m}$ 이 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

27. 지수는 다음 규칙에 따라 월요일부터 금요일까지 5일 동안 하루에 한 가지씩 운동을 하는 계획을 세우려 한다.

- (가) 5일 중 3일을 선택하여 요가를 한다.
 (나) 요가를 하지 않는 2일 중 하루를 선택하여 수영, 줄넘기 중 한 가지를 하고, 남은 하루는 농구, 축구 중 한 가지를 한다.

지수가 세울 수 있는 계획의 가짓수는? [3점]

- ① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

28. 어느 지역에서 발생한 식중독과 음식 A의 연관성을 알아보기 위해 300명을 조사하여 다음 결과를 얻었다.

(단위: 명)

	식중독에 걸린 사람	식중독에 걸리지 않은 사람	합계
A를 먹은 사람	22	28	50
A를 먹지 않은 사람	24	226	250
합계	46	254	300

조사 대상 300명 중에서 임의로 선택된 사람이 A를 먹은 사람일 때 이 사람이 식중독에 걸렸을 확률을 p_1 , A를 먹지 않은 사람일 때 이 사람이 식중독에 걸렸을 확률을 p_2 라고 하자. $\frac{p_1}{p_2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{3}$ ② $\frac{25}{6}$ ③ $\frac{55}{12}$ ④ $\frac{21}{4}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

29. 다음은 어느 모집단의 확률분포표이다.

X	-2	0	1	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{2}$	1

이 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 \bar{X} 의 표준편차는? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{4}$
 ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

단답형

30. 행렬 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}^n$ 의 (1, 2) 성분은 $2^4 - 2^5 + 2^6 - 2^7 + 2^8$ 이고 (1, 1) 성분은 a 이다. $a+n$ 의 값을 구하시오. (단, n 은 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.