

제 2 교시

수리 영역(나형)

1. $\frac{1}{\sqrt[3]{8}} \times \log_3 81$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 B 가 $A+B=2E$ 를 만족시킬 때, 행렬 $A-B$ 의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.) [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 4^n - 3^n}{4^n + 3^n + 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 지수방정식 $\frac{16^x}{2} = 2^{x+3}$ 을 만족시키는 x 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

5. 세 함수 $f(x) = 2^x$, $g(x) = x^2$, $h(x) = \log_2 x$ 에 대하여 $(f \circ g)(2) + (g \circ h)(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

2

수리 영역(나형)

6. 1과 2 사이에 n 개의 수를 넣어 만든 등차수열

$$1, a_1, a_2, \dots, a_n, 2$$

의 합이 24일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

7. 로그부등식

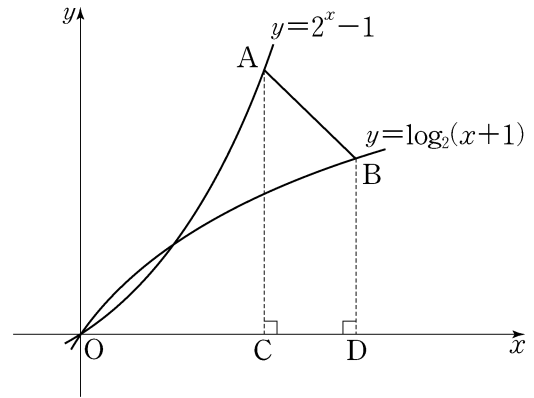
$$\log_2(x^2 + x - 2) < \log_2(-2x + 2)$$

의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 곡선 $y = 2^x - 1$ 위의 점 $A(2, 3)$ 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = \log_2(x+1)$ 과 만나는 점을 B 라 하자.

두 점 A, B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 $ACDB$ 의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

9. 어느 세라믹 재료의 열전도 계수(κ)는 적절한 실험 조건에서 일정하고, 다음과 같이 계산된다고 한다.

$$\kappa = C \frac{\log t_2 - \log t_1}{T_2 - T_1}$$

(단, C 는 0보다 큰 상수, T_1 ($^{\circ}\text{C}$), T_2 ($^{\circ}\text{C}$)는 실험을 시작한 후 각각 t_1 (초), t_2 (초)일 때 세라믹 재료의 측정 온도이다.)

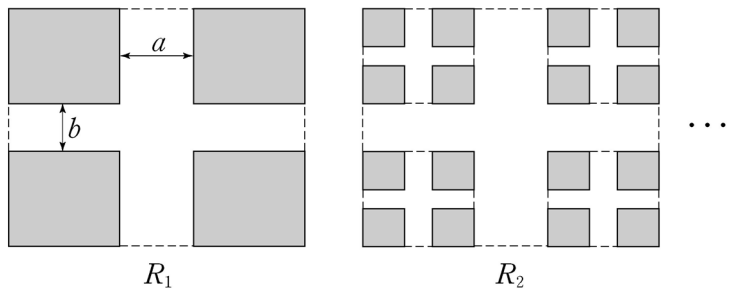
이 세라믹 재료의 열전도 계수를 측정하는 실험에서 실험을 시작한 후 10초일 때와 20초일 때의 측정 온도가 각각 200°C , 202°C 이었다. 실험을 시작한 후 x 초일 때 측정 온도가 206°C 가 되었다. x 의 값은? [3점]

- ① 70 ② 80 ③ 90 ④ 100 ⑤ 110

10. 가로 길이가 5이고 세로 길이가 4인 직사각형에서 그림과 같이 가로의 폭 a 가 직사각형의 가로의 길이의 $\frac{1}{4}$, 세로의 폭 b 가 직사각형의 세로의 길이의 $\frac{1}{5}$ 인 \oplus 모양의 도형을 잘라내어 얻은 4개의 직사각형을 R_1 이라 하고, 그 4개의 직사각형의 넓이의 합을 S_1 이라 하자.

R_1 의 각 직사각형에서 가로의 폭이 각 직사각형의 가로의 길이의 $\frac{1}{4}$, 세로의 폭이 각 직사각형의 세로의 길이의 $\frac{1}{5}$ 인 \oplus 모양의 도형을 잘라내어 얻은 16개의 직사각형을 R_2 라 하고, 그 16개의 직사각형의 넓이의 합을 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 R_n 의 4^n 개의 직사각형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① 26 ② 30 ③ 34 ④ 38 ⑤ 42

11. 행렬 $\begin{pmatrix} t & t+1 \\ 2t & t^2+t \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 갖지 않도록 하는 모든 t 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$7a_1 + 7^2a_2 + \dots + 7^n a_n = 3^n - 1$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^{n-1}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = \alpha$ ($\alpha \neq 0$)이고, 모든 n ($n \geq 2$)에 대하여

$$(n-1)a_n + \sum_{m=1}^{n-1} ma_m = 0 \text{ 을 만족시킨다. 다음은}$$

$$a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \alpha \quad (n \geq 1)$$

임을 수학적귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=1$ 일 때, $a_1 = \alpha = \frac{(-1)^{1-1}}{(1-1)!} \alpha$ 이다.

(2) i) $n=2$ 일 때, $a_2 + a_1 = 0$ 이므로

$$a_2 = -a_1 = \frac{(-1)^{2-1}}{(2-1)!} \alpha \text{ 이다.}$$

따라서 주어진 식이 성립한다.

ii) $n=k$ ($k \geq 2$)일 때 성립한다고 가정하고,

$n=k+1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} 0 &= ka_{k+1} + \sum_{m=1}^k ma_m \\ &= ka_{k+1} + \sum_{m=1}^{k-1} ma_m + ka_k \\ &= ka_{k+1} + (\boxed{\text{(가)}}) \times a_k + ka_k \end{aligned}$$

이므로

$$a_{k+1} = \boxed{\text{(나)}} \times a_k = \frac{(-1)^k}{k!} \alpha$$

이다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \alpha \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식의 곱을 $f(k)$ 라 할 때, $f(10)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

14. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 값은? [4점]

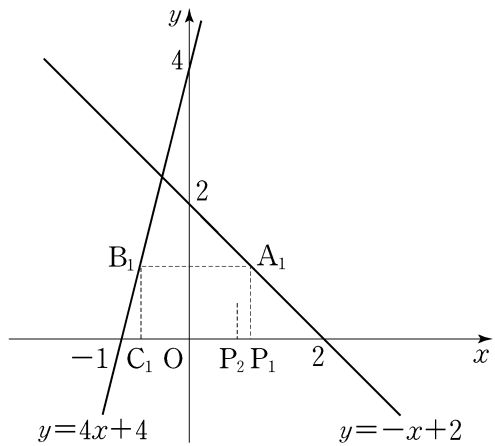
(가) $a_1 = 1$

(나) $\{a_n\}$ 의 계차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $b_n = a_n$ 이다.

- ① 57 ② 60 ③ 63 ④ 66 ⑤ 69

16. 자연수 n 에 대하여 점 P_n 이 x 축 위의 점일 때, 점 P_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다.

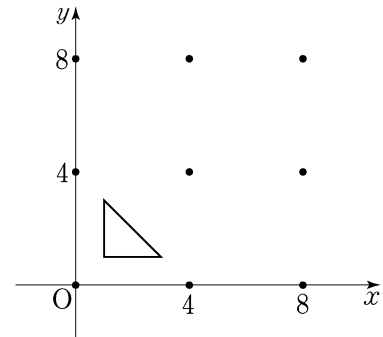
- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(a_1, 0)$ ($0 < a_1 < 2$)이다.
 (나) (1) 점 P_n 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 직선 $y = -x + 2$ 와 만나는 점을 A_n 이라 한다.
 (2) 점 A_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 직선 $y = 4x + 4$ 와 만나는 점을 B_n 이라 한다.
 (3) 점 B_n 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 x 축과 만나는 점을 C_n 이라 한다.
 (4) 점 C_n 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_{n+1} 이라 한다.



점 P_n 의 x 좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

17. 좌표평면 위에 9개의 점 (i, j) ($i=0, 4, 8, j=0, 4, 8$)이 있다. 이 9개의 점 중 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형 중에서 내부에 세 점 $(1, 1), (3, 1), (1, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 포함하는 사각형의 개수는? [4점]



- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

단답형

18. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 a_4 = 16$, $a_3 a_5 = 64$ 일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

6

수리 영역(나형)

19. $\left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 상수항을 구하시오. [3점]

22. $a = \log_2(2 + \sqrt{3})$ 일 때, $4^a + \frac{4}{2^a}$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 모든 성분의 합이 24인 이차정사각행렬 A 가
 $2A^2 - A = 2E$ 를 만족시킬 때, 행렬 $2A - E$ 의 역행렬의
 모든 성분의 합을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

23. A, B 두 사람이 서로 다른 4개의 동아리 중에서 2개씩
 가입하려고 한다. A와 B가 공통으로 가입하는 동아리가 1개
 이하가 되도록 하는 경우의 수를 구하시오. (단, 가입 순서는
 고려하지 않는다.) [4점]

21. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (3^n a_n - 2)$ 가

수렴할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6a_n + 5 \cdot 4^{-n}}{a_n + 3^{-n}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log n$ 의 가수가 $\log \frac{1}{2}$ 의 가수보다 작은 두 자리 자연수 n 의 개수를 구하시오. [4점]

25. 첫째항이 16이고 공비가 $2^{\frac{1}{10}}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\log a_n$ 의 가수를 b_n 이라 하자.

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_{k-1}, b_k, b_{k+1} + 1$$

이 주어진 순서로 등차수열을 이룰 때, k 의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.301$ 로 계산한다.) [4점]

5지선다형

26. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 AB 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

27. 1보다 큰 양수 a 에 대하여 두 곡선 $y = a^{-x-2}$ 과 $y = \log_a(x-2)$ 가 직선 $y = 1$ 과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 8$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

28. 1개의 본사와 5개의 지사로 이루어진 어느 회사의 본사로부터 각 지사까지의 거리가 표와 같다.

지사	가	나	다	라	마
거리(km)	50	50	100	150	200

본사에서 각 지사에 A, B, C, D, E를 지사장으로 각각 발령할 때, A보다 B가 본사로부터 거리가 먼 지사의 지사장이 되도록 5명을 발령하는 경우의 수는? [4점]

- ① 50 ② 52 ③ 54 ④ 56 ⑤ 58

29. 이차정사각행렬 A, B, P 가

$$AP = P \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \quad BP = P \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

를 만족시킨다. P 가 역행렬을 가질 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a=c$ 이고 $b=d$ 이면 $A=B$ 이다.

ㄴ. $AB=BA$

ㄷ. $A-B$ 가 역행렬을 가지면 $a \neq c$ 이고 $b \neq d$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 0을 한 개 이하 사용하여 만든 세 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 3인 자연수는 111, 120, 210, 102, 201이다. 0을 한 개 이하 사용하여 만든 다섯 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 5인 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.