

제 2 교시

수리 영역(가형)

1. $\frac{1}{\sqrt[3]{8}} \times \log_3 81$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 B 가 $A+B=2E$ 를 만족시킬 때, 행렬 $A-B$ 의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.) [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 14$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① -25 ② -23 ③ -21 ④ -19 ⑤ -17

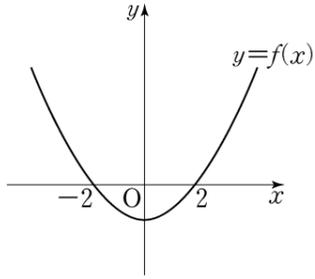
4. x 에 대한 부등식 $x(x-a)(x-1)^2 < 0$ 을 만족시키는 자연수의 개수가 4일 때, 실수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2

수리 영역(가형)

5. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



두 집합

$$A = \left\{ x \mid \frac{f(x+1)}{f(x-1)} \leq 1 \right\}, B = \{ x \mid -5 < x < 5 \}$$

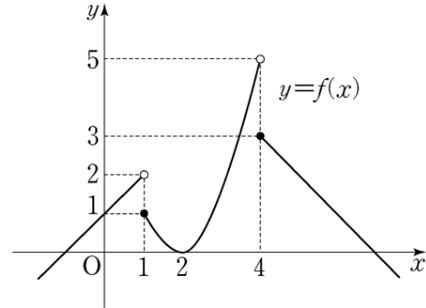
에 대하여 집합 $A \cap B$ 에 속하는 정수의 개수는?
(단, $f(2) = f(-2) = 0$) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. 분수방정식 $\frac{x}{x-1} + \frac{x-2}{x+1} = \frac{ax+5}{x^2-1}$ 가 오직 하나의 실근을
갖도록 하는 모든 상수 a 의 값의 곱은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

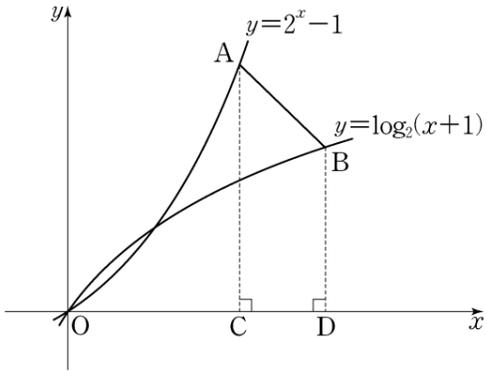
7. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가
그림과 같다.



$$\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{t-1}{t+1}\right) + \lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right) \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 곡선 $y=2^x-1$ 위의 점 $A(2, 3)$ 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=\log_2(x+1)$ 과 만나는 점을 B 라 하자. 두 점 A, B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 $ACDB$ 의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

9. 어느 세라믹 재료의 열전도 계수(κ)는 적절한 실험 조건에서 일정하고, 다음과 같이 계산된다고 한다.

$$\kappa = C \frac{\log t_2 - \log t_1}{T_2 - T_1}$$

(단, C 는 0보다 큰 상수, $T_1(^{\circ}\text{C})$, $T_2(^{\circ}\text{C})$ 는 실험을 시작한 후 각각 t_1 (초), t_2 (초)일 때 세라믹 재료의 측정 온도이다.)

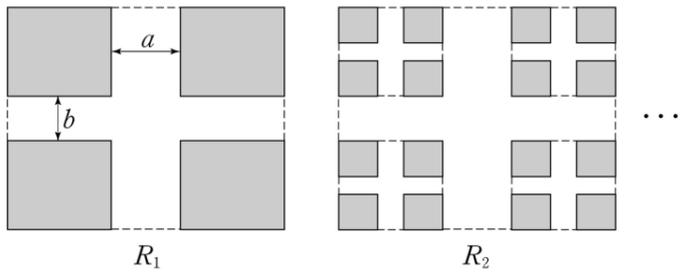
이 세라믹 재료의 열전도 계수를 측정하는 실험에서 실험을 시작한 후 10초일 때와 20초일 때의 측정 온도가 각각 200°C , 202°C 이었다. 실험을 시작한 후 x 초일 때 측정 온도가 206°C 가 되었다. x 의 값은? [3점]

- ① 70 ② 80 ③ 90 ④ 100 ⑤ 110

10. 가로 길이가 5이고 세로 길이가 4인 직사각형에서 그림과 같이 가로의 폭 a 가 직사각형의 가로의 길이의 $\frac{1}{4}$, 세로의 폭 b 가 직사각형의 세로의 길이의 $\frac{1}{5}$ 인 \oplus 모양의 도형을 잘라내어 얻은 4개의 직사각형을 R_1 이라 하고, 그 4개의 직사각형의 넓이의 합을 S_1 이라 하자.

R_1 의 각 직사각형에서 가로의 폭이 각 직사각형의 가로의 길이의 $\frac{1}{4}$, 세로의 폭이 각 직사각형의 세로의 길이의 $\frac{1}{5}$ 인 \oplus 모양의 도형을 잘라내어 얻은 16개의 직사각형을 R_2 라 하고, 그 16개의 직사각형의 넓이의 합을 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 R_n 의 4^n 개의 직사각형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① 26
- ② 30
- ③ 34
- ④ 38
- ⑤ 42

11. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \neq 1) \\ 2 & (x = 1) \end{cases}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$

ㄴ. 함수 $g(x) = f(x-a)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a 가 존재한다.

ㄷ. 함수 $h(x) = (x-1)f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 서로 다른 두 실수 α, β 가 사차방정식 $f(x)=0$ 의 근일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f'(\alpha)=0$ 이면 다항식 $f(x)$ 는 $(x-\alpha)^2$ 으로 나누어 떨어진다.
 ㄴ. $f'(\alpha)f'(\beta)=0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 허근을 갖지 않는다.
 ㄷ. $f'(\alpha)f'(\beta)>0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = \alpha (\alpha \neq 0)$ 이고, 모든 $n (n \geq 2)$ 에 대하여

$$(n-1)a_n + \sum_{m=1}^{n-1} ma_m = 0$$

을 만족시킨다. 다음은

$$a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \alpha \quad (n \geq 1)$$

임을 수학적귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=1$ 일 때, $a_1 = \alpha = \frac{(-1)^{1-1}}{(1-1)!} \alpha$ 이다.

(2) i) $n=2$ 일 때, $a_2 + a_1 = 0$ 이므로

$$a_2 = -a_1 = \frac{(-1)^{2-1}}{(2-1)!} \alpha$$

따라서 주어진 식이 성립한다.

ii) $n=k (k \geq 2)$ 일 때 성립한다고 가정하고, $n=k+1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$0 = ka_{k+1} + \sum_{m=1}^k ma_m$$

$$= ka_{k+1} + \sum_{m=1}^{k-1} ma_m + ka_k$$

$$= ka_{k+1} + (\text{가}) \times a_k + ka_k$$

이므로

$$a_{k+1} = \text{나}) \times a_k = \frac{(-1)^k}{k!} \alpha$$

이다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \alpha$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식의 곱을 $f(k)$ 라 할 때, $f(10)$ 의 값은? [4점]

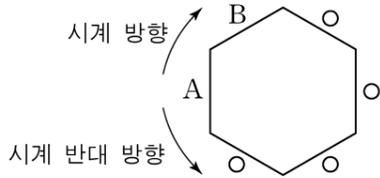
- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

6

수리 영역(가형)

14. A, B를 포함한 6명이 정육각형 모양의 탁자에 그림과 같이 둘러 앉아 주사위 한 개를 사용하여 다음 규칙을 따르는 시행을 한다.

주사위를 가진 사람이 주사위를 던져 나온 눈의 수가 3의 배수이면 시계 방향으로, 3의 배수가 아니면 시계 반대 방향으로 이웃한 사람에게 주사위를 준다.



A부터 시작하여 이 시행을 5번 한 후 B가 주사위를 가지고 있을 확률은? [4점]

- ① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{8}{27}$ ④ $\frac{10}{27}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

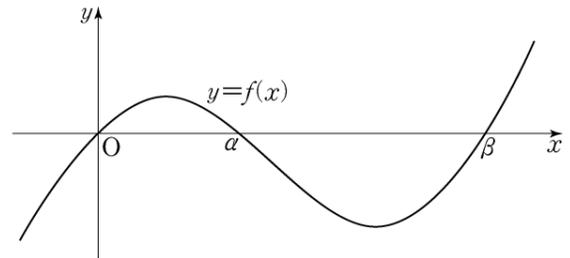
15. 삼차함수 $f(x) = x(x-\alpha)(x-\beta)$ ($0 < \alpha < \beta$)와 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(a) + (b-a)f'(x)$$

라고 하자. $a < 0, \alpha < b < \beta$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. x 에 대한 방정식 $g(x) = f(a)$ 는 실근을 갖는다.
 ㄴ. $g(b) > f(a)$
 ㄷ. $g(a) > f(b)$



- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases}$$

라고 하자. $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

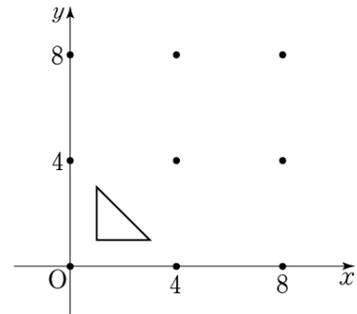
ㄱ. $f(0) = g(0)$

ㄴ. $f'(0) = g'(0)$ 이면 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

ㄷ. $f'(0)g'(0) < 0$ 이면 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 좌표평면 위에 9개의 점 (i, j) ($i=0, 4, 8, j=0, 4, 8$)이 있다. 이 9개의 점 중 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형 중에서 내부에 세 점 $(1, 1), (3, 1), (1, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 포함하는 사각형의 개수는? [4점]



- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

단답형

18. 함수 $f(x) = 2x^4 - 3x + 1$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(1 + \frac{3}{n}\right) - f\left(1 - \frac{2}{n}\right) \right\} \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

19. 무리방정식 $(\sqrt{x-1})^3 - 6\sqrt{x-1} = x-1$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [3점]

20. 모든 성분의 합이 24인 이차정사각행렬 A 가

$2A^2 - A = 2E$ 를 만족시킬 때, 행렬 $2A - E$ 의 역행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

21. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (3^n a_n - 2)$ 가

수렴할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6a_n + 5 \cdot 4^{-n}}{a_n + 3^{-n}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 실수 a ($1 < a < 2$)에 대하여 폐구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{a} & (0 \leq x \leq a) \\ \frac{x-2}{a-2} & (a < x \leq 2) \end{cases}$$

이다. $P(1 \leq X \leq 2) = \frac{3}{5}$ 일 때, $100a$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 최고차항의 계수가 1이 아닌 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2 - f(x^2)}{x^3 f(x)} = 4$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} = 4$$

24. x 가 양수일 때, x 보다 작은 자연수 중에서 소수의 개수를 $f(x)$ 라 하고, 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x > 2f(x)) \\ \frac{1}{f(x)} & (x \leq 2f(x)) \end{cases}$$

라고 하자. 예를 들어, $f\left(\frac{7}{2}\right) = 2$ 이고 $\frac{7}{2} < 2f\left(\frac{7}{2}\right)$ 이므로

$g\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{1}{2}$ 이다. $\lim_{x \rightarrow 8+0} g(x) = \alpha$, $\lim_{x \rightarrow 8-0} g(x) = \beta$ 라고 할 때,

$\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 첫째항이 16이고 공비가 $2^{\frac{1}{10}}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\log a_n$ 의 가수를 b_n 이라 하자.

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_{k-1}, b_k, b_{k+1} + 1$$

이 주어진 순서로 등차수열을 이룰 때, k 의 값을 구하시오.
(단, $\log 2 = 0.301$ 로 계산한다.) [4점]

26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - 1}{\tan x \sin 2x}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

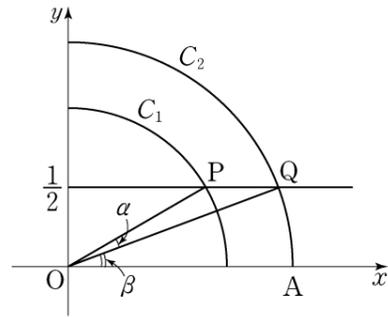
27. 삼각방정식

$$2\sin x - 4\sin x \cos^2 x - \cos 2x + 1 = 0$$

을 만족시키는 모든 근의 합은? (단, $0 \leq x < 2\pi$) [3점]

- ① $\frac{5}{2}\pi$ ② $\frac{11}{4}\pi$ ③ 3π ④ $\frac{13}{4}\pi$ ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

28. 좌표평면에서 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1, $\sqrt{2}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 직선 $y = \frac{1}{2}$ 이 원 C_1, C_2 와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라고 하자. 점 $A(\sqrt{2}, 0)$ 에 대하여 $\angle QOP = \alpha$, $\angle AOQ = \beta$ 라고 할 때, $\sin(\alpha - \beta)$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{3 - \sqrt{14}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{14}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{14}}{8}$
 ④ $\frac{3 - \sqrt{21}}{8}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{21}}{8}$

29. 세 양수 a, b, c 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^a \ln\left(b + \frac{c}{x^2}\right) = 2$$

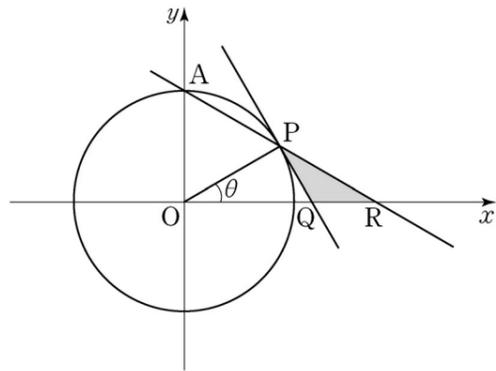
일 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

단답형

30. 좌표평면에서 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q , 점 $A(0, 1)$ 과 점 P 를 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 R 라 하자. $\angle QOP = \theta$ 라 하고 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라고 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \alpha$ 일 때, 100α 의 값을 구하시오. (단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

확률과 통계

26. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B^C | A)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

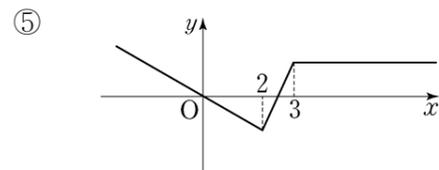
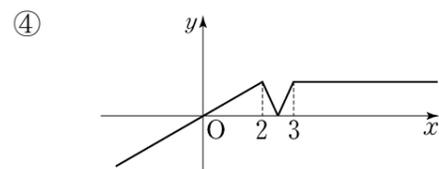
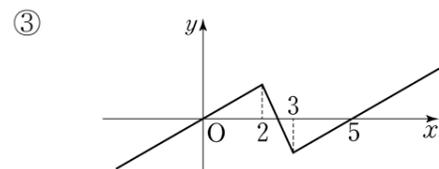
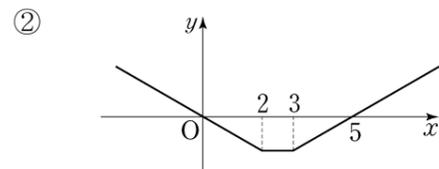
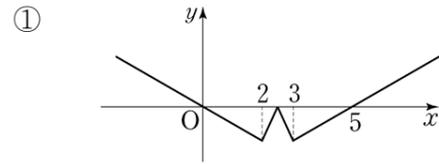
27. 14명의 학생이 특별활동 시간에 연주할 악기를 다음과 같이 하나씩 선택하였다.

피아노	바이올린	첼로
3명	5명	6명

14명의 학생 중에서 임의로 뽑은 3명이 선택한 악기가 모두 같을 때, 그 악기가 피아노이거나 첼로일 확률은? [3점]

- ① $\frac{13}{31}$ ② $\frac{15}{31}$ ③ $\frac{17}{31}$ ④ $\frac{19}{31}$ ⑤ $\frac{21}{31}$

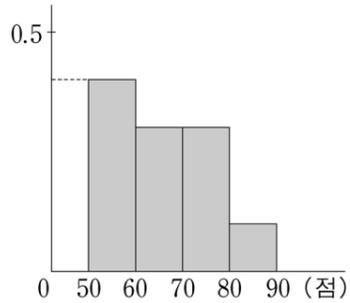
28. 다섯 개의 자료 1, 2, 3, 4, x 의 평균을 $A(x)$, 중앙값을 $M(x)$ 라 할 때, $y = A(x) - M(x)$ 의 그래프의 개형으로 알맞은 것은? [3점]



29. [표]는 100개의 자료 A에 대한 도수분포표이고, [그림]은 자료 A에 10개의 자료를 추가한 110개의 자료 B에 대하여 그린 상대도수에 대한 히스토그램이다.

계급(점)	도수(명)
50 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	40
60 ~ 70	30
70 ~ 80	20
80 ~ 90	10
합계	100

[표]



[그림]

자료 B에 대한 <보기>의 설명에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 도수분포표의 계급과 상대도수에 대한 히스토그램의 계급은 동일하다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. 70점 이상 ~ 80점 미만인 계급의 상대도수는 0.3이다.
- ㄴ. 평균은 자료 A의 평균보다 크다.
- ㄷ. 중앙값은 자료 A의 중앙값보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

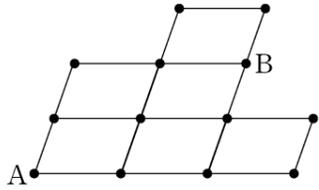
단답형

30. A, B 두 사람이 탁구 시합을 할 때, 한 사람이 먼저 세 세트를 이기거나 연속하여 두 세트를 이기면 승리하기로 한다. 각 세트에서 A가 이길 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고, B가 이길 확률은 $\frac{2}{3}$ 이다. 첫 세트에서 A가 이겼을 때, 이 시합에서 A가 승리할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

이산수학

26. 그림은 두 지점 A, B를 포함한 13개 지점 사이의 도로망을 나타낸 것이다.



지점 A에서 출발하여 서로 다른 5개 지점을 거쳐 지점 B에 도착하는 방법의 수는? (단, 한 번 지나간 도로는 다시 지나가지 않는다.) [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

27. 다음은 5개의 꼭짓점이 a, b, c, d, e 인 어느 그래프의 인접행렬이다.

$$\begin{matrix} & a & b & c & d & e \\ a & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ c & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ d & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ e & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

이 그래프의 꼭짓점을 적절하게 색칠하는 데 필요한 최소 색의 수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

28. 그래프 G는 8개의 꼭짓점 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9를 가지고, 서로소인 관계에 있는 두 꼭짓점을 연결한 선 모두를 변으로 가진다. 예를 들어, 2와 5는 서로소이므로 꼭짓점 2와 꼭짓점 5는 변으로 연결되어 있다. 그래프 G에 대한 <보기>의 설명에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

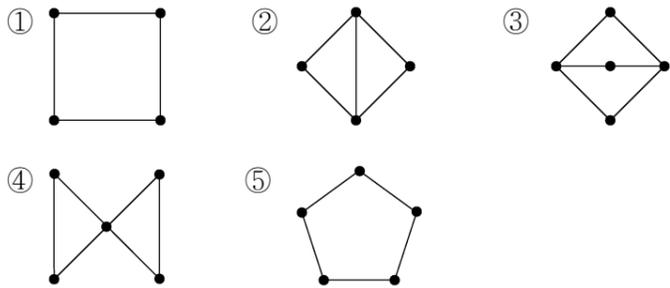
<보 기>

ㄱ. 꼭짓점 5와 꼭짓점 7의 차수는 같다.
 ㄴ. G는 평면그래프이다.
 ㄷ. G는 오일러회로를 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 다음 명제의 반례가 되는 그래프는? [4점]

꼭짓점의 개수가 n 이고 해밀턴회로를 갖는 연결된 그래프는 각 꼭짓점의 차수가 $\frac{n}{2}$ 이상이다.



단답형

30. 어느 상담 교사는 월요일, 화요일, 수요일 3일 동안 학생 9명과 상담하기 위하여 상담 계획표를 작성하려고 한다.

[상담 계획표]

요일	월요일	화요일	수요일
학생 수(명)	a	b	c

상담 교사는 각 학생과 한 번만 상담하고, 요일별로 적어도 한 명의 학생과 상담한다. 상담 계획표에 학생 수만을 기록할 때, 작성할 수 있는 상담 계획표의 가짓수를 구하시오. (단, a, b, c 는 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.