

# 수리 영역 (가 형)

## 제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형 / ‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’ 이 포함되면 그 ‘0’ 도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $\sqrt[5]{3^2} = \sqrt{9^k}$  일 때, 상수  $k$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{3}{10}$                       ②  $\frac{2}{5}$                       ③  $\frac{1}{2}$   
 ④  $\frac{3}{5}$                           ⑤  $\frac{7}{10}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{3} \right)$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\frac{1}{9}$                       ②  $-\frac{1}{6}$                       ③  $-\frac{1}{4}$   
 ④  $-\frac{1}{3}$                       ⑤  $-\frac{1}{2}$

3. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로  $a, b, c$ 라 하자. 이 때, 함수  $f(x) = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 점  $(1, 0)$ 을 지나고 꼭짓점의  $x$ 좌표가  $-1$ 이 될 확률은? [2점]

- ①  $\frac{1}{216}$                       ②  $\frac{1}{108}$                       ③  $\frac{1}{72}$   
 ④  $\frac{1}{54}$                           ⑤  $\frac{1}{18}$

4. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ 일 때,

$P(A \cup B) = k - \frac{1}{4}$ 이 되도록 하는 실수  $k$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{5}{8}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
 ④  $\frac{7}{8}$                       ⑤ 1

5.  $P_n = 3^{\frac{1}{n(n+1)}}$ 에 대하여  $P_1 \times P_2 \times P_3 \times \dots \times P_{2010} = 3^k$ 일 때,  
 상수  $k$ 의 값은? (단,  $n$ 은 자연수이다.) [3점]

- ①  $\frac{2009}{2010}$                       ②  $\frac{2010}{2011}$                       ③ 1  
 ④  $\frac{2011}{2010}$                       ⑤  $\frac{2010}{2009}$

6. 0이 아닌 세 실수  $a, b, c$ 가  $\frac{a+b}{4} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{9}$ 를 만족시킬 때,

$(2^a \times 2^b)^{\frac{1}{c}}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\sqrt[4]{2}$                       ②  $\sqrt[3]{2}$                       ③  $\sqrt[3]{4}$   
 ④  $2\sqrt{2}$                       ⑤ 4

7. 다음은 ‘ $a, b$ 가 1이 아닌 양의 실수일 때,  $\log_a b = \log_b a$ 이면  $\frac{a^2+1}{b^2+1} = \frac{a}{b}$ 이다.’…… (\*)가 성립함을 증명한 것이다.

[증명]

$\log_b a = \frac{1}{\text{(가)}}$  이고 가정에서  $\log_a b = \log_b a$ 이므로

$\log_a b = 1$  또는  $\log_a b = -1$  이다.

(i)  $\log_a b = 1$ 일 때,  $\frac{a^2+1}{b^2+1} = \text{(나)}$  이고  $\frac{a}{b} = \text{(나)}$  이다.

(ii)  $\log_a b = -1$ 일 때,  $\frac{a^2+1}{b^2+1} = \text{(다)}$  이고  $\frac{a}{b} = \text{(다)}$  이다.

따라서, (i), (ii)에 의하여  $\frac{a^2+1}{b^2+1} = \frac{a}{b}$  이므로 (\*)가 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\log_a b$	-1	$b^2$
②	$\log_b \frac{1}{a}$	-1	$ab$
③	$\log_a b$	1	$a^2$
④	$\log_b \frac{1}{a}$	-1	$a^2$
⑤	$\log_a b$	1	$b^2$

8. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & k \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ 과 이차정사각행렬  $B$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $O$ 는 영행렬이다.) [3점]

<보기>

ㄱ.  $k=0$ 일 때,  $A^{-1}$ 이 존재한다.

ㄴ.  $k=1$ 일 때,  $AB=O$ 이면  $B=O$ 이다.

ㄷ.  $k=4$ 일 때,  $AB=O$ 이면 영행렬이 아닌 행렬  $B$ 가 존재한다.

- ① ㄱ                                      ② ㄷ                                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 모든 양의 실수  $x$ 의 곱은?  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

(가)  $[\log x] = [\log 365]$   
(나)  $\log x^3 - [\log x^3] = \log \frac{1}{x} - \left[ \log \frac{1}{x} \right]$

- ①  $10^9$                       ②  $10^{\frac{19}{2}}$                       ③  $10^{10}$   
④  $10^{\frac{21}{2}}$                       ⑤  $10^{11}$

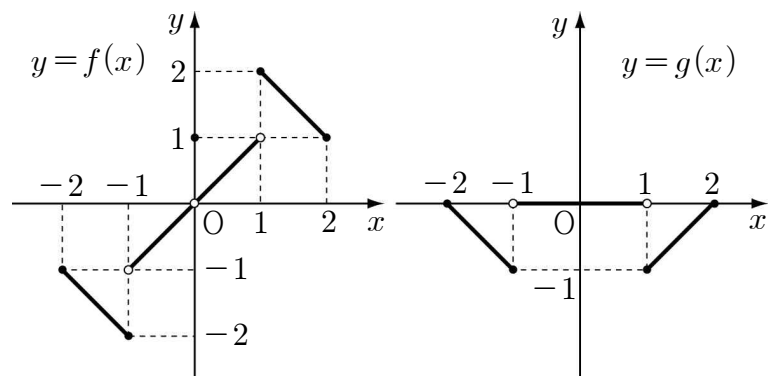
10. 표는 세 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수들 중에서 두 수의 차의 최댓값을 확률변수  $X$ 라 할 때, 확률변수  $X$ 의 확률분포표이다.

$X$	0	1	2	3	4	5	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{36}$	$a$	$\frac{2}{9}$	$b$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{36}$	1

이 때, 확률변수  $Y=12X+5$ 의 평균  $E(Y)$ 의 값은? [4점]

- ① 40                      ② 44                      ③ 48  
④ 52                      ⑤ 56

11.  $-2 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 두 함수  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보기 >  
ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow -1} g(f(x)) = -1$   
ㄴ. 함수  $g(f(x))$ 는  $x=0$ 에서 연속이 아니다.  
ㄷ. 방정식  $g(f(x)) = -\frac{1}{2}$ 의 실근이 1과 2 사이에 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-a|x| - |x|^n + b}{|x|^n + 1}$$

가 모든 실수  $x$ 에서 연속일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

- ㄱ.  $a - b = 1$
- ㄴ. 함수  $f(x)$ 의 최솟값은  $-1$ 이다.
- ㄷ.  $a < 1$ 일 때, 함수  $f(x)$ 의 그래프는  $x$ 축과 만나지 않는다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 분산이  $\sigma^2$ 인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기  $n$ 인 표본을 임의추출하여 모평균  $m$ 을 추정한 후 신뢰구간의 길이를 구하고자 한다. 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 79.6%의 신뢰구간의 길이가  $l$ 이고, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도  $\alpha\%$ 의 신뢰구간의 길이는  $2l$ 이다. 이 때,  $\alpha$ 의 값은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.27	0.3980
1.69	0.4545
1.96	0.4750
2.54	0.4945
3.29	0.4995

- ① 87.3                      ② 90.9                      ③ 95.0
- ④ 98.9                      ⑤ 99.9

14. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가  $A+BA=2E$ ,  $AB+BA=-A+B$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보기 >

- ㄱ.  $A^{-1}$ 이 존재한다.  
 ㄴ.  $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$   
 ㄷ.  $A+B=4E$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 연립부등식  $\begin{cases} |x|+2|y| \leq 4 \\ 2^n(y-x)+y \geq 1 \end{cases}$ 의 해  $(x, y)$ 가 나타내는 영역의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? (단,  $n$ 은 자연수이다.) [4점]

- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
 ④ 14                      ⑤ 16

16. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이  $\begin{pmatrix} a_n & b_n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$ 을 만족시킬 때,  
 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보기 >

ㄱ.  $a_2 + b_2 = 17$     ㄴ.  $b_n = 3^n - 1$     ㄷ.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = 3$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

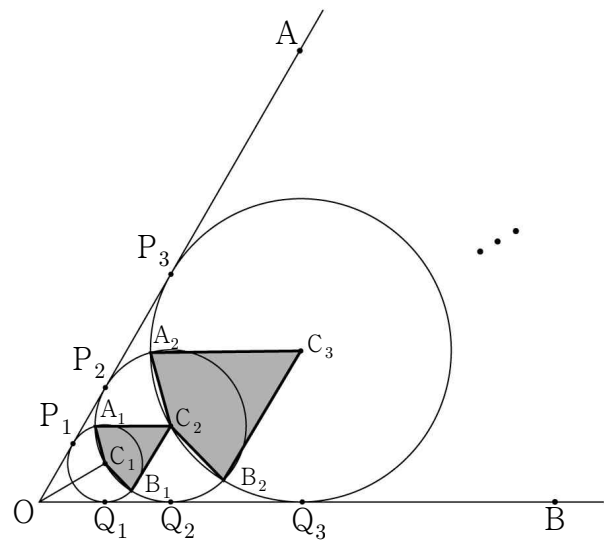
17. 그림과 같이 크기가  $60^\circ$ 인  $\angle AOB$ 의 이등분선 위에  $\overline{OC_1} = 2$ 인 점  $C_1$ 을 잡아 점  $C_1$ 을 중심으로 하고 반직선 OA와 OB에 접하는 원  $C_1$ 을 그릴 때, 원  $C_1$ 과 반직선 OA, OB와의 접점을 각각  $P_1, Q_1$ 이라 하자.

점  $C_1$ 을 지나고 반직선 OA와 OB에 접하는 두 원 중에서 큰 원의 중심을  $C_2$ , 원  $C_2$ 와 반직선 OA, OB와의 접점을 각각  $P_2, Q_2$ 라 하고, 원  $C_1$ 과 원  $C_2$ 가 만나는 점을 각각  $A_1, B_1$ 이라 할 때, 사각형  $A_1C_1B_1C_2$ 의 넓이를  $S_1$ 이라 하자.

점  $C_2$ 를 지나고 반직선 OA와 OB에 접하는 두 원 중에서 큰 원의 중심을  $C_3$ , 원  $C_3$ 과 반직선 OA, OB와의 접점을 각각  $P_3, Q_3$ 이라 하고, 원  $C_2$ 와 원  $C_3$ 이 만나는 점을 각각  $A_2, B_2$ 라 할 때, 사각형  $A_2C_2B_2C_3$ 의 넓이를  $S_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 도형의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{4^n + 3^n}$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       ③  $\frac{3}{8}$   
 ④  $\frac{\sqrt{3}}{4}$                       ⑤  $\frac{\sqrt{15}}{8}$

## 단답형

18.  $\sum_{k=0}^5 {}_5C_k \left(\frac{3}{8}\right)^k \left(\frac{13}{8}\right)^{5-k}$  의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)=2^{ax+b}$ 이 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때,  $a^2+b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

(가)  $f\left(\frac{5}{2}\right)=2\sqrt{2}$

(나) 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(x+y)=2f(x)f(y)$ 이다.

20. 50원, 100원, 500원짜리 동전이 각각 3개씩 모두 9개가 들어 있는 지갑에서 동전 3개를 임의로 꺼낼 때, 꺼낸 모든 동전 금액의 합이 250원 이상일 확률을  $\frac{q}{p}$ 라 하자. 이 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]



21. 연립부등식

$$\begin{cases} x^4 - 50x^2 + 49 \leq 0 \\ \frac{(x-5)(x+1)}{x-3} \geq 0 \end{cases}$$

를 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 합을 구하시오. [3점]

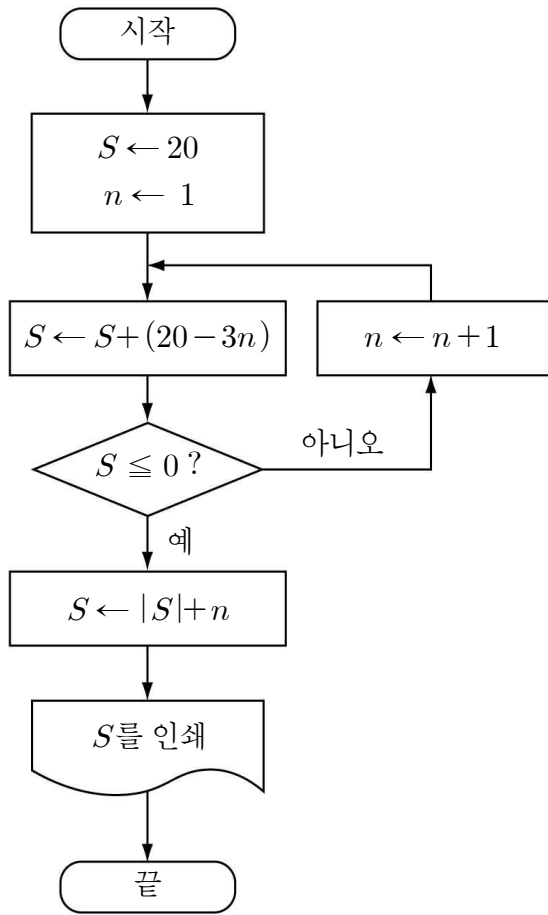
23.  $\frac{1}{3} \leq x \leq 3$ 에서 정의된 함수  $f(x) = 9x^{-2+\log_3 x}$ 의 최댓값을  $M$ ,  
 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 이차식  $f(x)$ 에 대하여  $f(7) = f(8) = 1$ 일 때,

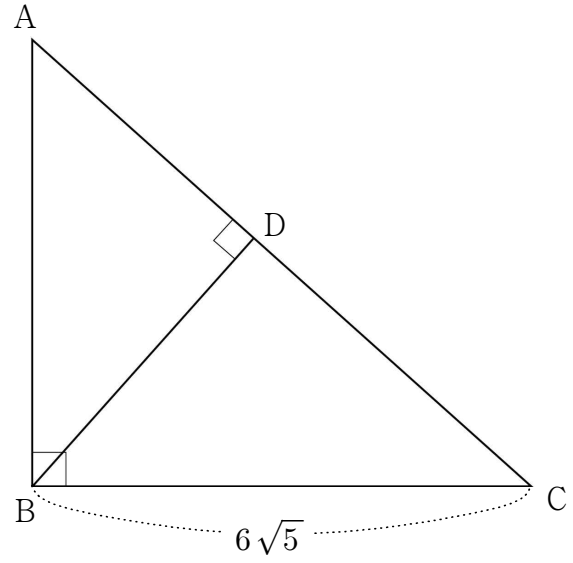
분수방정식  $\frac{1}{f(x)-1} - \frac{2}{\{f(x)\}^2-1} = \frac{1}{3}$ 을 만족시키는 모든

실수  $x$ 의 곱을 구하시오. [4점]

24. 다음 순서도에서 인쇄되는  $S$ 의 값을 구하시오. [3점]



25. 그림과 같이  $\angle B = 90^\circ$ 이고 선분 BC의 길이가  $6\sqrt{5}$ 인 직각 삼각형 ABC의 꼭짓점 B에서 빗변 AC에 내린 수선의 발을 D라 하자. 세 선분 AD, CD, AB의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [4점]



26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26.  $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$ ,  $\sin\beta = \frac{\sqrt{2}}{4}$  일 때,  $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값은?

(단,  $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ ,  $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ ) [3점]

- ①  $\frac{3 - \sqrt{14}}{12}$
- ②  $\frac{-4 + \sqrt{14}}{12}$
- ③  $\frac{4 - \sqrt{14}}{12}$
- ④  $\frac{-3 + \sqrt{14}}{12}$
- ⑤  $\frac{3 + \sqrt{14}}{12}$

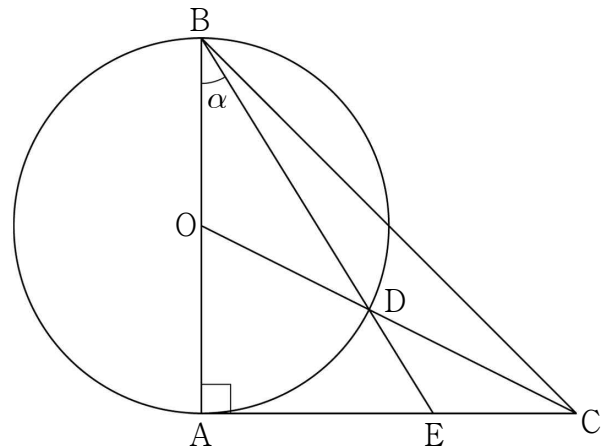
27. 폐구간  $[0, 2\pi]$ 에서 삼각방정식

$$(\sqrt{3}\sin x + \cos x)^2 - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ①  $4\pi$
- ②  $\frac{13}{3}\pi$
- ③  $\frac{14}{3}\pi$
- ④  $5\pi$
- ⑤  $\frac{16}{3}\pi$

28. 그림과 같이  $\overline{BC}$ 를 빗변으로 하는 직각이등변삼각형  $ABC$ 가 있다.  $\overline{AB}$ 의 중점을  $O$ ,  $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원  $O$ 와  $\overline{OC}$ 와의 교점을  $D$ ,  $\overline{BD}$ 의 연장선과  $\overline{AC}$ 의 교점을  $E$ 라 하자.  $\angle ABE = \alpha$ 라 할 때,  $\tan\alpha$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$
- ②  $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$
- ③  $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$
- ④  $\frac{-1 + \sqrt{6}}{2}$
- ⑤  $\frac{-1 + \sqrt{7}}{2}$

29.  $0 \leq x \leq \pi$ 에서 삼각방정식  $\cos x + \cos 2x = 2\cos \frac{3}{2}x$ 를 만족

시키는 모든 해의 합은? [3점]

- ①  $\frac{4}{3}\pi$                       ②  $\frac{5}{3}\pi$                       ③  $2\pi$   
 ④  $\frac{7}{3}\pi$                       ⑤  $\frac{8}{3}\pi$

단답형

30.  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\sin \beta = \frac{5}{13}$ 일 때,  $\tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = \frac{q}{p}$ 라 하자. 이 때,  
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ 이고,  
 $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

**확률과 통계**

26. 그림은 어떤 자료의 십의 자리의 수를 줄기로, 일의 자리의 수를 앞으로 하여 만든 줄기와 잎 그림을 나타낸 것이다.

줄기	잎
3	5 6 8
4	3 4 4 6 7 7 7 8
5	2
6	1 2 6 7
7	5
8	3
9	2 7

위 자료의 중앙값과 최빈값의 합은? [3점]

- ① 94                      ② 94.5                      ③ 95  
 ④ 95.5                      ⑤ 96

27. 표는 어느 회사원 갑의 평정 점수를 구하기 위해서 영역별 평가 점수를 나타낸 것이다.

구분	자기평가 점수	동료평가 점수	외부평가 점수	평정 점수
갑	80	$x$	$y$	

이 회사는 자기평가 점수, 동료평가 점수, 외부평가 점수에 차례로 25%, 50%, 25%의 가중치를 적용한 가중평균을 평정 점수로 한다. 갑의 평정 점수가 90점 이상일 때,  $x+y$ 의 최솟값은? (단, 영역별 평가 점수의 만점은 100점이다.) [3점]

- ① 170                      ② 175                      ③ 180  
 ④ 185                      ⑤ 190

28. 표는 어느 고등학교 학생 600명의 수학 점수에 대한 누적 상대도수의 분포표이고 도수와 누적상대도수의 일부가 보이지 않는다.

점수	도수	누적상대도수
0 이상 ~ 20 미만		0.12
20 ~ 40		0.38
40 ~ 60	216	
60 ~ 80	120	
80 ~ 100		1

위 누적상대도수의 분포표에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. 계급값이 30인 구간의 도수는 228이다.  
 ㄴ. 계급값이 50인 구간의 상대도수는 0.36이다.  
 ㄷ. 계급값이 70인 구간의 누적상대도수는 0.94이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 표는 학생 수가 30명인 A학급에서 남학생과 여학생의 수학 과목 수행 평가 한 영역 점수에 대한 평균과 분산을 나타낸 것이다.

구분	평균	분산
남학생	4	4
여학생	7	6

A학급 전체 학생에 대한 이 영역 점수의 평균이 5일 때, 분산은? [4점]

- ①  $\frac{14}{3}$                       ②  $\frac{16}{3}$                       ③  $\frac{17}{3}$   
 ④  $\frac{19}{3}$                       ⑤  $\frac{20}{3}$

단답형

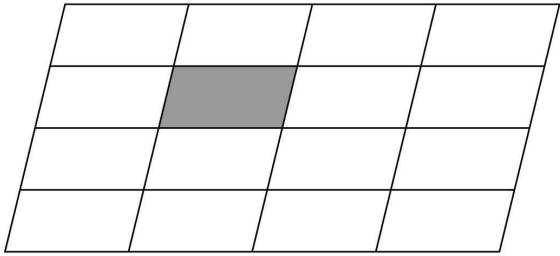
30. 어느 학급의 남학생과 여학생을 대상으로 일주일 동안의 인터넷 사용시간을 조사하였더니 남학생, 여학생, 전체 학생에 대한 인터넷 사용시간의 평균이 각각 10시간, 6시간, 8.5시간이었다. 이 학급의 남학생 수와 여학생 수의 비가  $p:q$ 일 때,  $p$ 와  $q$ 의 곱을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

26. 그림은 평행사변형의 각 변을 4등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선들로 만들 수 있는 평행사변형 중에서 색칠한 부분을 포함하는 평행사변형의 개수는? [3점]



- ① 24
- ② 30
- ③ 36
- ④ 42
- ⑤ 48

27.  ${}_{10}C_0 + {}_{10}C_2 + {}_{10}C_4 + {}_{10}C_6 + {}_{10}C_8 + {}_{10}C_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 64
- ② 128
- ③ 256
- ④ 512
- ⑤ 1024

28. 길이가 1인 같은 모양의 성냥개비 20개를 모두 사용하여 하나의 삼각형을 만들려고 한다. 삼각형의 세 변을 이루는 성냥개비의 개수를 각각  $x, y, z(x \geq y \geq z)$ 라 할 때, 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의 개수는? [4점]

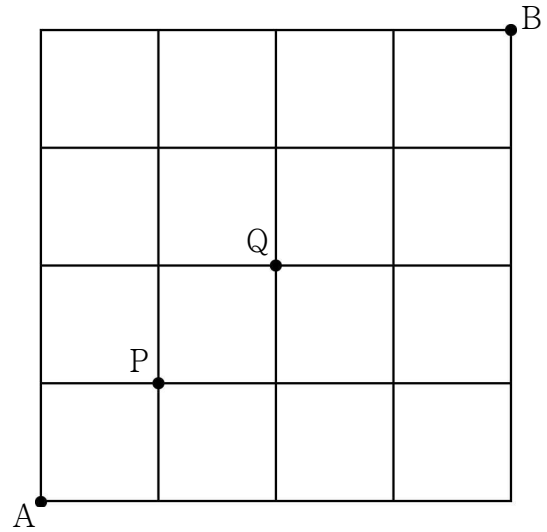
- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

29. 자연수 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8에서 어느 두 수의 합도 9가 되지 않는 서로 다른 4개의 수를 뽑아 네 자리의 자연수를 만들려고 한다. 이 때, 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는? [4점]

- ① 384                      ② 424                      ③ 464
- ④ 504                      ⑤ 544

단답형

30. 그림과 같이 직사각형으로 이루어진 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단거리로 갈 때, P와 Q 두 지점을 모두 지나는 경로의 수를 구하시오. [3점]



※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.