1.

$$\log_2 9 \cdot \log_3 \sqrt{2} = \frac{2\log 3}{\log 2} \cdot \frac{\frac{1}{2}\log 2}{\log 3}$$
$$= 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

탭 ①

2.

$$\lim_{n \to \infty} \frac{7^{n+1}}{2 \cdot 7^n + 3}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{7}{2 + \frac{3}{7^n}} = \frac{7}{2}$$

탭 4

3.

$$X = AB - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 4 & -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$$

탭 ③

4.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2}{3} \text{ old } A$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{3} P(A) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\text{ If } 4$$

5.

$$a_1 + a_5$$

$$= S_1 + (S_5 - S_4)$$

$$= (1^2 + 2^1) + \{ (5^2 + 2^5) - (4^2 + 2^4) \}$$

$$= 3 + (57 - 32) = 28$$

탭 ②

6.

10년 전의 이 도시의 중심온도를 $u(\mathbb{C})$, 근교의 농촌온도를 $r(\mathbb{C})$, 도시화된지역의 넓이를 $a(\ker)$ 라고 하면 현재의 이 도시의 중심온도는 $u+x(\mathbb{C})$, 근교의 농촌온도는 $r(\mathbb{C})$, 도시화된 지역의 넓이는 $\frac{5}{4}a(\ker)$ 이다. 즉,

 $u = r + 0.65 + 1.6 \log a \cdots$

$$u + x = r + 0.65 + 1.6 \log \frac{5}{4} a \cdots \bigcirc$$

(나-(그)에서

$$x = 1.6 \log \frac{5}{4} a - 1.6 \log a$$

$$= 1.6\log \frac{\frac{5}{4}a}{a} = 1.6\log \frac{5}{4}$$

$$= 1.6(\log 5 - \log 4)$$

$$=1.6(1-3\log 2)$$

$$= 1.6(1-3\times0.3) = 0.16$$

답 5

7.

점 P_{4n} (n은 자연수)은 원 $x^2 + y^2 = (2n)^2$ 과 직선 $y = \frac{3}{4}x$ 가 만나는 점이므로 점 P_{24} 는 원 $x^2 + y^2 = 12^2$ 과 직선 $y = \frac{3}{4}x$ 가 만나는 점이다.

따라서 점 P_{25} 는 원 $x^2 + y^2 = 13^2$ 과 직선 $y = \frac{3}{4}x$ 가 만나는 점이다.

$$\cos\theta = \frac{4}{5} \quad (\because \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2})$$

따라서 점 P_{25} 의 X좌표는

$$\overline{OP_{25}} \times \cos \Theta = 13 \times \frac{4}{5} = \frac{52}{5}$$

탭 ①

8.

선택재료를 추가하였을 때 가격이 1500원 또는 2000원이 되는 경우는 기본재료 1000원에 (i)추가재료가 500원인 경우

200원짜리 한 가지, 300원짜리 한 가지를 택 하면 되므로

$$_{3}C_{1}\times_{3}C_{1}=9$$

(ii)추가재료가 1000원인 경우

200원짜리 두 가지, 300원짜리 두 가지를 택하면 되므로

$$_{3}C_{2}\times_{3}C_{2}=9$$

(i), (ii)에 의해 구하는 경우의 수는 9+9=18 (가지)

답 4

9.

직선 I_1 의 기울기가 $\sqrt{3}$ 이므로 직선 I_1 과

x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 Θ 라 하면

$$\tan \Theta = \sqrt{3}$$

$$\therefore \Theta = \frac{\pi}{3}$$

이때,
$$\overline{OO_1} = 4$$
, $\angle A_1O_1O_2 = \frac{\pi}{6}$ 에서
 $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1O_2} = \overline{OO_1}\cos\frac{\pi}{6} = 2\sqrt{3}$

$$\overline{OO_2} = \overline{OO_1} \sin \frac{\pi}{6} = 2$$

그러므로

한편.

$$\overline{O_{2}O_{3}} = \overline{O_{1}O_{2}} = \overline{OO_{1}}\cos\frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{OO_{1}}$$

. . .

$$\frac{O_{2n+2}O_{2n+3}}{O_{2n+3}} = \frac{\sigma_{2n+1}O_{2n+2}}{O_{2n+1}O_{2n+2}} = \frac{\pi}{O_{2n}O_{2n+1}}\cos\frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sigma_{2n}O_{2n+1}}{O_{2n}O_{2n+1}}$$

이므로 $\{S_n\}$ 은 첫째항이 $2\sqrt{3}-\pi$ 이고 공비가 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ 즉, $\frac{3}{4}$ 인 등비수열이다. 따라서.

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{2\sqrt{3} - \pi}{1 - \frac{3}{4}} = 8\sqrt{3} - 4\pi$$

답 2

10.

9가 적힌 카드가 선택 되는 경우 어느 두 수도 연속하지 않는 경우의 수는 9장의 카드에서 9와 연속인 8도 제외 시켜야하므로 7장의 카드에서 연속하지 않 는 2장의 카드를 뽑아야 한다.

따라서 경우의 수는 N(7,2)

 $\therefore N(9,3) = N(7,2) + N(8,3)$

여기서 N(k,2)는 k장의 카드에서 2장을 뽑을 때 어느 두 수도 연속하지 않는 경우의 수이므로

$$N(k,2) = {}_{k}C_{2} - (k-1)$$

$$\therefore N(9,3) = \sum_{k=3}^{7} \{ {}_{k}C_{2} - (k-1) \}$$

$$= 35$$

탭 ①

11.

A 검색대를 통과한 여학생의 수를 x라 고 하면

$$p = \frac{{_{x}C_{1}}}{{_{7}C_{1}}} = \frac{X}{7}$$

B 검색대를 통과한 여학생의 수는 7-x이므로 B 검색대를 통과한 학생의 수는 3+(7-x)=10-x

$$q = \frac{{}_{3}C_{1}}{{}_{10-x}C_{1}} = \frac{3}{10-x}$$

따라서 $\frac{X}{7} = \frac{3}{10-X}$, $x^2 - 10x + 21 = 0$ (x-3)(x-7) = 0 $\therefore x = 3$ ($\because 0 < x < 7$)

탭 ③

12.

9개의 수 중 서로 다른 3개를 뽑는 경우의 수는

한편, (나)의 조건에서 a,b,c중 적어도 하나는 3의 배수이므로 (가)에서 a+b+c가 홀수이기 위해서는 다음과 같은 경우가 있다.

(i) 홀수가 3개인 경우

홀수 1, 3, 5, 7, 9 중에서 3개를 택하는 것 중 3의 배수가 포함되지 않는 1, 5, 7을 뽑 는 경우를 빼면 되므로

$$_{5} C_{3} - 1 = 9(7)$$

(ii) 홀수 1개, 짝수 2개인 경우

짝수 2, 4, 6, 8 중 6을 포함하지 않고 뽑는 경우는 홀수 중 3의 배수인 3, 9가 반드시 포함해야 하므로

$$_{3} C_{2} \times _{2} C_{1} = 6(7)$$

또, 짝수 2, 4, 6, 8 중 6을 포함하여 뽑는 경우는 홀수 중 어느 것이 와도 되므로

$$_{3} C_{1} \times _{5} C_{1} = 15(7)$$

그러므로 홀수1개, 짝수 2개인 경우는

$$6+15=21(가지)$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{9+21}{{}_{9}C_{3}} = \frac{5}{14}$$

탭 ①

13.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항과 공차를 모두d라 하면

$$a_n = d + (n-1) d = dn$$

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_n = \sum_{k=1}^n dk = \frac{dn(n+1)}{2}$$

지.
$$\lim_{n \to \infty} S_n = \lim_{n \to \infty} \frac{dn(n+1)}{2} = \infty \ (거짓)$$

$$L. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{dn(n+1)}$$

$$= \frac{2}{d} \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$$

$$= \frac{2}{d} \lim_{n \to \infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)}\right) = \frac{2}{d} (참)$$

$$L. \lim_{n \to \infty} \left(\sqrt{S_{n+1}} - \sqrt{S_n}\right)$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{S_{n+1} - S_n}{\sqrt{S_{n+1}} + \sqrt{S_n}}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{a_{n+1}}{\sqrt{S_{n+1}} + \sqrt{S_n}}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{d(n+1)}{\sqrt{\frac{d(n+1)(n+2)}{2}} + \sqrt{\frac{dn(n+1)}{2}}}$$

$$= \frac{d}{\sqrt{\frac{d}{2}} + \sqrt{\frac{d}{2}}} = \frac{\sqrt{2}d}{2} \ (含)$$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

탭 ⑤

14.

$$b_1 \times b_3 \times \dots \times b_9 = \left(\frac{1}{2}\right)^{5a_1 + 4a_3 + 3a_5 + 2a_7 + a_9}$$
$$= 2^{-(5a_1 + 4a_3 + 3a_5 + 2a_7 + a_9)}$$

이때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d라 하면 $a_{n+1}-a_n=d$ 이므로 $b_1 \times b_2 \times \cdots \times b_{10}$

$$d = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$
 답 ③

15.

행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a^2 \end{pmatrix}$ 이 역행렬이 존재하지 않으므로

$$a \cdot a^{2} - b \cdot b = a^{3} - b^{2} = 0$$

 $a^{3} = b^{2}$. $b = a\sqrt{a}$

이때, a,b는 5보다 크고 50보다 작은 자연수이므로 a는 완전제곱수이어야 한다.

즉,
$$a=3^2$$
일 때 $b=27$ 이므로 $a+b=36$

탭 ③

16.

두 번째 시행부터 △가 표시되는 경우는 뒤(T)→앞(H)인 경우뿐이다. 또한, 두 번째 시행부터는 뒤

- (I) 1회의 시행에 앞면(H)이 나온 경우(즉, 1회에 △가 표시된 경우)
- ①T→H가 2, 3회에 나온 경우의 수는 2×2-1=3(가지)
- ©T→H가 3, 4회에 나온 경우의 수는 2×2=4 (가지)
- ©T→H가 4, 5회에 나온 경우의 수는 2×2-1=3(가지)
- $\therefore 3 + 4 + 3 = 10 (가지)$
- (II) 1회의 시행에 뒷면(T)이 나온 경우(즉, 1회에 ○가 표시된 경우)
- ② 2회에 H가 나온 경우는 T→H가 3, 4, 5회에 1번은 나와야 하므로

$$2 \times 2 = 4 \ (7 - 7)$$

© 2회에 T가 나온 경우는 3, 4, 5회에 각각 H, T, H가 나와야 한다.

즉, 1(가지)

4 + 1 = 5(7 - 7)

또한, 모든 경우의 수는 $2^5=32$ 가지이므로 구하고자 하는 확률은

$$\frac{10+5}{32} = \frac{15}{32}$$

탭 ②

17.

n이 자연수일 때, $A_n(x_n, 4^{x_n})$ 이라 하면 $P_n(\frac{4^{x_n}}{2}, 4^{x_n})$ 이다.

이때, 점 B_n 의 y좌표를 y_n 이라 하면

$$y_n = \log_4 \frac{4^{x_n}}{2} = x_n - \frac{1}{2}$$
이므로
$$B_n \left(\frac{4^{x_n}}{2}, x_n - \frac{1}{2} \right)$$

$$\therefore Q_n \left(\frac{x_n}{2} - \frac{1}{4}, x_n - \frac{1}{2} \right)$$

이때, 점 A_{n+1} 의 x좌표는 점 Q_n 의 x좌표 와 같으므로

$$X_{n+1} = \frac{1}{2} X_n - \frac{1}{4}$$

이때, $\lim_{n\to\infty} x_n = a$ (a는 상수)라 하면

$$\lim_{n\to\infty} X_{n+1} = \lim_{n\to\infty} X_n = \alpha$$

이므로

$$\lim_{n\to\infty} x_{n+1} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} x_n - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \lim_{n\to\infty} x_n - \frac{1}{4}$$
 of all

$$\alpha = \frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{4}$$

$$\therefore \quad \alpha = -\frac{1}{2}$$

탭 ⑤

18.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$
에서

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A+3A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} + 3 \times \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \left(\begin{array}{cc} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{array}\right)$$

따라서 모든 성분의 합은 14이다.

답 14

19

주어진 방정식의 양변에 2^x을 곱하면

$$6 \cdot 2^{x} - 2^{2x} = 8$$

$$2^{2x} - 6 \cdot 2^{x} + 8 = 0$$

$$(2^{x}-2)(2^{x}-4)=0$$

따라서 $2^{x}=2^{1}$. $2^{x}=2^{2}$ 에서

$$x=1$$
 또는 $x=2$

이므로 모든 근의 합은 3이다.

답 3

20.

$$\log_{3}X + \log_{3}(12 - X) \le 3$$
 에서

$$\log_{3} X(12-X) \le 3$$
, $X > 0$, $12-X > 0$ (진수조건)

탭 36

21.

구하는 수열의 첫째항을 a, 공비를 r라고 하면

$$a_5 = ar^4 = 2^8$$
, $a_8 = ar^7 = 2^5$ 이므로
$$\frac{a_8}{a_5} = \frac{ar^7}{ar^4} = \frac{2^5}{2^8}$$

$$\therefore r = \frac{1}{2}, \quad a = 2^{12}$$

$$\therefore a_n = 2^{12} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \sum_{n=9}^{\infty} a_n = \frac{a_9}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2^4}{\frac{1}{2}} = 32$$
답 32

22.

은 0이므로 $a_2 = 0$

 a_n 은 $\frac{n}{3^k}$ 이 자연수가 되게 하는 음이 아 닌 정수 k의 최댓값이므로 n=1일 때, $\frac{1}{3^k}$ 이 자연수가 되는 k의 값 은 0이므로 $a_1=0$ n=2일 때, $\frac{2}{3^k}$ 이 자연수가 되는 k의 값 n=3일 때, $\frac{3}{3^k}$ 이 자연수가 되는 k의 값 은 1이므로 $a_3=1$

• • •

그러므로 $n=I\times 3^k$ (단, I은 3의 배수가 아닌 자연수)이면 $a_n=k$ 이다.

 a_m = 3에서 $m=I\times3^3$ (단, I은 3의 배수가 아닌 자연수)

따라서

$$a_{m} + a_{2m} + a_{3m} + a_{4m} + a_{5m}$$

$$+ a_{6m} + a_{7m} + a_{8m} + a_{9m}$$

$$= a_{1 \times 3} + a_{2 \times 3} + a_{3 \times 3} + a_{4 \times 3} + a_{5 \times 3}$$

$$+ a_{6 \times 3} + a_{7 \times 3} + a_{8 \times 3} + a_{9 \times 3}$$

$$= 3 + 3 + 4 + 3 + 3 + 4 + 3 + 3 + 5$$

$$= 31$$

답 31

23.

$$P(X=4) = \frac{1}{3} P(X=5)$$
에서

$${}_{10}C_4 p^4 (1-p)^6 = \frac{1}{3} p^5 (1-p)^5 {}_{10}C_5$$

$$1-p = \frac{1}{3} p \cdot \frac{6}{5}$$

$$1-p = \frac{2}{5} p$$

$$\therefore p = \frac{5}{7}$$

$$E(X) = 10 \times \frac{5}{7} = \frac{50}{7}$$

$$E(7X) = 7E(X) = 50$$

답 50

24.

A(15,4), B(15,1), C(64,1)이라 하자.

곡선 $y = \log_k x$ 의 그래프가 삼각형 ABC와 만나기 위한 필요충분조건은

곡선 $y = \log_{k} x$ 가 선분 AB 또는 선분 BC와 만나는 것이다.

(i) 곡선 $y = \log_k x$ 가 선분 AB와 만날 조건 $1 \le \log_k 15 \le 4$

이어야 하므로 *k*≤15≤*k*⁴ ∴ 2≤*k*≤15

(ii) 곡선 $y = \log_k x$ 가 선분 BC와 만날 조건 $1 = \log_k x$ 에서 x = k이므로

 $15 \le k \le 64$

(i) 또는 (ii)를 만족시키는 자연수 *k*는 2≤*k*≤64

따라서 구하는 자연수 k의 개수는 64-2+1=63

탭 63

25.

$$A^{2} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -E$$

 $A^{3} = -A$. $A^{4} = E$

$$\therefore A = A^5 = A^9 = \cdots$$

$$A^2 = A^6 = A^{10} = \cdots$$

$$A^3 = A^7 = A^{11} = \cdots$$

$$A^4 = A^8 = A^{12} = \cdots$$

따라서 $A^m = A^n$ 을 만족하는 40이하의 두 자연수 m, n(m>n)의 순서쌍 (m,n)은 (5, 1)

(6, 2)

(7, 3)

(8, 4)

(9, 5), (9, 1)

(10, 6), (10, 2)

(11, 7), (11, 3)

(12, 8), (12, 4)

(13, 9), (13, 5), (13, 1)

• • •

(16, 12), (16, 8), (16, 4)

• • •

(40, 36), (40, 32), …, (40, 4) 따라서, 순서쌍의 개수는

 $4\times1+4\times2+4\times3+\cdots+4\times9$

 $= 4(1+2+3+\cdots+9)$

$$=4\times\frac{9\times10}{2}=180$$

탭 180

26.

$$(2*4) = 2^4 \times 4^{-\frac{2}{2}} = 4$$

$$\therefore (2*4)*_X=4*_X$$

$$= 4^{x} \times x^{-\frac{4}{2}}$$
$$= 4^{x} \times x^{-2}$$

따라서 $4^x \times x^{-2} = 8x^{-2}$ 에서 $4^x = 8$ 이므로 $2^{2x} = 2^3$, 2x = 3

$$\therefore X = \frac{3}{2}$$

답 ⑤

27.

A 상자에서 임의추출한 표본평균을 \overline{X}_A ,

B 상자에서 임의추출한 표본평균을 $\overline{X_B}$ 라 하자.

확률변수 $\overline{X_A}$ 는 정규분포 $M\left(16,\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)$ 을 따르고,

확률변수 $\overline{X_B}$ 는 정규분포 $N\!\!\left(10,\!\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)$ 을 따른다.

$$p = P(\overline{X_A} < 12.7) = P\left(Z < \frac{12.7 - 16}{\frac{3}{2}}\right)$$

$$= P(Z < -2.2) = 0.5 - P(0 \le Z \le 2.2)$$

$$= 0.5 - 0.4861 = 0.0139$$

$$q \!=\! P(\overline{X_{B}} \!\! \geq \! 12.7) = P\!\left(\! Z \!\! \geq \! \frac{12.7 \! - \! 10}{\frac{3}{2}} \right)$$

$$= P(Z \ge 1.8) = 0.5 - P(0 \le Z \le 1.8)$$

$$= 0.5 - 0.4641 = 0.0359$$

$$p+q=0.0498$$

탭 2

28.

(i) 1열에 *A,B*가 이웃하여 놓이는 경우 2!×4!=48

(ii) 3열에 A,B가 이웃하여 놓이는 경우

 $AB\Box$, $\Box AB$

처럼 놓이고 A,B의 위치를 바꾸면 되므로 구하는 경우의 수는

 $2 \times 2! \times 4! = 96$

따라서 구하는 경우의 수는

48 + 96 = 144

답 ⑤

29.

 \neg . H(2.5)에서 <math>X는 정규분포

N(20,2.5²)을 따르므로

$$H(2.5) = P(X \le 15)$$

$$= P\left(\frac{X-20}{2.5} \le \frac{15-20}{2.5}\right)$$

$$= P(Z \le -2)$$

ㄴ. H(2)에서 X는 정규분포 $N(20,2^2)$ 을 따르므로

$$H(2) = P(X \le 15)$$

$$= P\left(\frac{X-20}{2} \le \frac{15-20}{2}\right)$$

$$= P(Z \le -2.5)$$

$$= P(Z \ge 2.5)$$

¬에서 *H*(2.5) = P(*Z*≥2)이므로

H(2)<H(2.5) <참>

다. H(5)에서 X는 정규분포 $N(20,5^2)$ 을 따르므로

$$H(5) = P(X \le 15)$$

$$= P\left(\frac{X-20}{5} \le \frac{15-20}{5}\right)$$

$$= P(Z \le -1)$$

$$= P(Z \ge 1)$$

$$= 0.5 - P(0 \le Z \le 1)$$

$$= 0.5 - 0.3413$$

=0.1587

하편.

$$5H(2) = 5P(Z \ge 2.5)$$

$$= 5 (1 - P(0 \le Z \le 2.5))$$

$$< 5(1 - P(0 \le Z \le 2))$$

$$=5(1-0.4772)$$

$$=5 \times 0.0228$$

$$=0.1140$$

그러므로 *H*(5)>5*H*(2) <거짓>

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ③

30.

수준 I의 세 과목을 a, b, c

수준 II의 세 과목을 A, B, C라고 하면 a, b, c, A, B, C를 일렬로 배열하는 모든 경우의 수는 6! 이 때 수준 I의 세 과목 a, b, c 가수준 II의 세 과목 A, B, C 보다 항상 앞에 배열되어야 하므로 abBAcC와 같이 배열 된 경우와 AbBacC 와 같이 배열 된 경우는 같은 경우이다. 따라서 구하는 경우의 수는

 $\frac{6!}{2 \times 2 \times 2} = \frac{720}{8} = 90$

답 90

맵 90