

제 2 교시

수리 영역(나형)

1. $\log_2 9 \cdot \log_3 \sqrt{2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^{n+1}}{2 \cdot 7^n + 3}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

3. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $X+B=AB$ 를 만족시키는 행렬 X 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

4. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = P(B|A) = \frac{2}{3}$ 일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{18}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

5. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2^n$ 일 때, $a_1 + a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

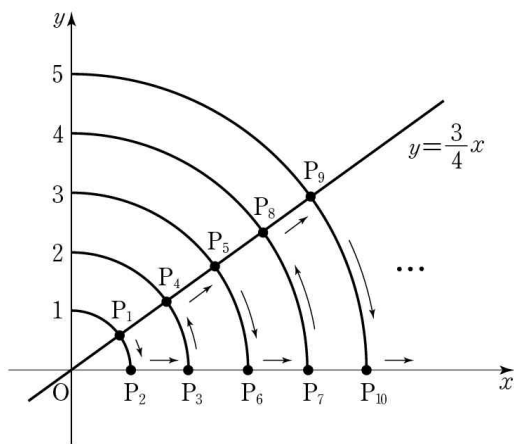
6. 어느 도시의 중심온도 $u(^{\circ}\text{C})$, 근교의 농촌온도 $r(^{\circ}\text{C})$, 도시화된 지역의 넓이 $a(\text{km}^2)$ 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$u = r + 0.65 + 1.6 \log a$$

10년 전에 비하여 이 도시의 도시화된 지역의 넓이가 25% 확장되었고 근교의 농촌온도는 변하지 않았을 때, 도시의 중심온도는 10년 전에 비하여 $x^{\circ}\text{C}$ 높아졌다. x 의 값은? (단, 도시 중심의 위치는 10년 전과 같고, $\log 2$ 는 0.30으로 계산한다.) [3점]

- ① 0.12 ② 0.13 ③ 0.14 ④ 0.15 ⑤ 0.16

7. 다음 그림은 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1부터 1씩 증가하는 원들이 두 직선 $y = \frac{3}{4}x$, $y = 0$ 과 각각 만나는 점들의 일부를 P_1 부터 시작하여 화살표 방향을 따라 P_1, P_2, P_3, \dots 으로 나타낸 것이다.



점 P_{25} 의 x 좌표는? [3점]

- ① $\frac{52}{5}$ ② 11 ③ $\frac{56}{5}$ ④ 12 ⑤ $\frac{64}{5}$

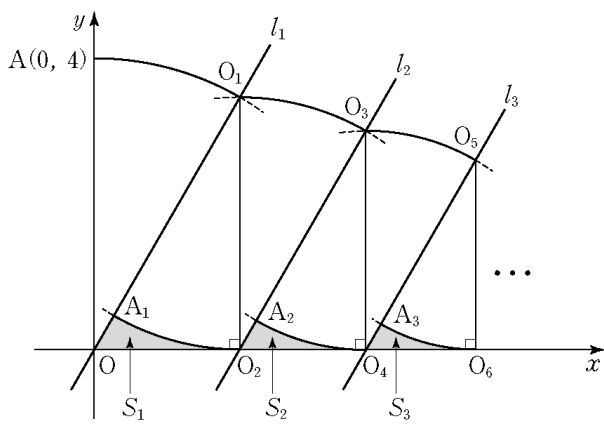
8. 어느 김밥 가게에서는 기본재료만 포함된 김밥의 가격을 1000원으로 하고, 기본재료 외에 선택재료가 추가될 경우 다음 표에 따라 가격을 정한다. 예를 들어 맛살과 참치가 추가된 김밥의 가격은 1500원이다.

선택재료	가격(원)
햄	200
맛살	200
김치	200
불고기	300
치즈	300
참치	300

선택재료를 추가하였을 때, 가격이 1500원 또는 2000원이 되는 김밥의 종류는 모두 몇 가지인가? (단, 선택재료의 양은 가격에 영향을 주지 않는다.) [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

9. 그림과 같이 원점 O 를 지나고 기울기가 $\sqrt{3}$ 인 직선 l_1 과 점 $A(0, 4)$ 가 있다.
 점 O 를 중심으로 하고 선분 OA 를 반지름으로 하는 원이 직선 l_1 과 제1사분면에서 만나는 점을 O_1 이라 하자. 점 O_1 에서 x 축에 내린 수선의 발을 O_2 라 하자. 점 O_1 을 중심으로 하고 선분 O_1O_2 를 반지름으로 하는 원이 선분 OO_1 과 만나는 점을 A_1 이라 하자. 선분 A_1O , 선분 OO_2 , 호 O_2A_1 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이라 하자.
 점 O_2 를 중심으로 하고 선분 O_1O_2 를 반지름으로 하는 원이 점 O_2 를 지나고 직선 l_1 에 평행한 직선 l_2 와 제1사분면에서 만나는 점을 O_3 이라 하자. 점 O_3 에서 x 축에 내린 수선의 발을 O_4 라 하자. 점 O_3 을 중심으로 하고 선분 O_3O_4 를 반지름으로 하는 원이 선분 O_2O_3 과 만나는 점을 A_2 라 하자. 선분 A_2O_2 , 선분 O_2O_4 , 호 O_4A_2 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $4\sqrt{3} - 2\pi$ ② $8\sqrt{3} - 4\pi$ ③ $4\sqrt{3} - \pi$
- ④ $8\sqrt{3} - 2\pi$ ⑤ $16\sqrt{3} - 4\pi$

10. 1부터 9까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 있다. 다음은 이 카드 중에서 동시에 3장을 선택할 때, 카드에 적힌 어느 두 수도 연속하지 않는 경우의 수를 구하는 과정이다.

두 자연수 $m, n (2 \leq m \leq n)$ 에 대하여 1부터 n 까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 n 장의 카드에서 동시에 m 장을 선택할 때, 카드에 적힌 어느 두 수도 연속하지 않는 경우의 수를 $N(n, m)$ 이라 하자.

9장의 카드에서 3장의 카드를 선택할 때, 9가 적힌 카드가 선택되는 경우와 선택되지 않는 경우로 나누면 $N(9, 3)$ 에 대하여 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$N(9, 3) = N(\text{가}), 2) + N(8, 3)$$

$N(8, 3)$ 에 8이 적힌 카드가 선택되는 경우와 선택되지 않는 경우로 나누어 적용하면

$$N(9, 3) = N(\text{가}), 2) + N(6, 2) + N(7, 3)$$

이다. 이와 같은 방법을 계속 적용하면

$$N(9, 3) = \sum_{k=3}^7 N(k, 2)$$

이다. 여기서

$$N(k, 2) = \text{나} - (k-1)$$

이므로

$$N(9, 3) = \text{다}$$

이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

(가)	(나)	(다)
① 7	${}_k C_2$	35
② 8	${}_{k+1} C_2$	48
③ 7	${}_k C_2$	48
④ 8	${}_k C_2$	48
⑤ 7	${}_{k+1} C_2$	35

11. 어느 공항에는 A, B 두 대의 검색대만 있으며, 비행기 탑승 전에는 반드시 공항 검색대를 통과하여야 한다.

남학생 7명, 여학생 7명이 모두 A, B 검색대를 통과하였는데, A 검색대를 통과한 남학생은 4명, B 검색대를 통과한 남학생은 3명이다. 여학생 중에서 한 학생을 임의로 선택할 때, 이 학생이 A 검색대를 통과한 여학생일 확률을 p 라 하자. B 검색대를 통과한 학생 중에서 한 학생을 임의로 선택할 때, 이 학생이 남학생일 확률을 q 라 하자.

$p = q$ 일 때, A 검색대를 통과한 여학생은 모두 몇 명인가? (단, 두 검색대를 모두 통과한 학생은 없으며, 각 검색대로 적어도 1명의 여학생이 통과하였다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 1부터 9까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수 a, b, c ($a < b < c$)가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가) $a+b+c$ 는 홀수이다.
(나) $a \times b \times c$ 는 3의 배수이다.

- ① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{8}{21}$ ③ $\frac{17}{42}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{19}{42}$

13. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라

할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $a_1 > 0$) [3점]

<보 기>

- ㄱ. 수열 $\{S_n\}$ 이 수렴한다.
ㄴ. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n}$ 이 수렴한다.
ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{S_{n+1}} - \sqrt{S_n})$ 이 존재한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

14. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 k 에 대하여

$$b_{2k-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_1 + a_3 + \dots + a_{2k-1}}$$

$$b_{2k} = 2^{a_2 + a_4 + \dots + a_{2k}}$$

을 만족시킨다. $\{a_n\}$ 은 등차수열이고,

$$b_1 \times b_2 \times b_3 \times \dots \times b_{10} = 8$$

일 때, $\{a_n\}$ 의 공차는? [4점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

15. 5보다 크고 50보다 작은 두 자연수 a, b 에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a^2 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않을 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 28 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 44

16. 한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 5번 반복한다. 각 시행에서 나온 결과에 대하여 다음 규칙에 따라 표를 작성한다.

- (가) 첫 번째 시행에서 앞면이 나오면 \triangle , 뒷면이 나오면 \circ 를 표시한다.
 (나) 두 번째 시행부터
 (1) 뒷면이 나오면 \circ 를 표시하고,
 (2) 앞면이 나왔을 때, 바로 이전 시행의 결과가 앞면이면 \circ , 뒷면이면 \triangle 를 표시한다.

예를 들어 동전을 5번 던져 '앞면, 뒷면, 앞면, 앞면, 뒷면'이 나오면 다음과 같은 표가 작성된다.

시행	1	2	3	4	5
표시	\triangle	\circ	\triangle	\circ	\circ

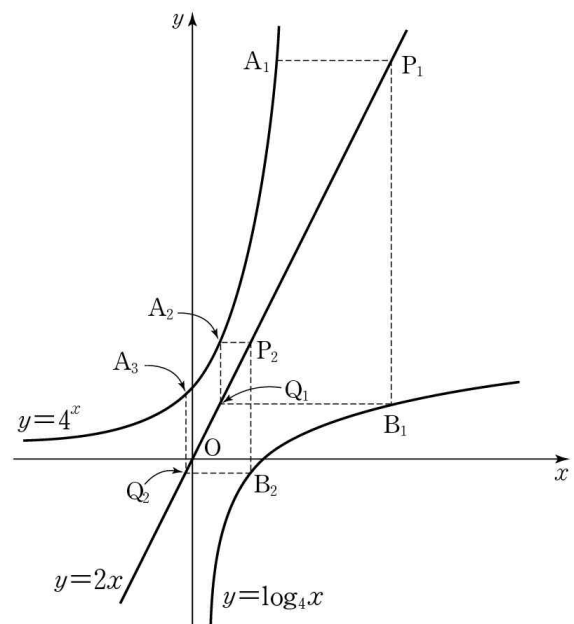
한 개의 동전을 5번 던질 때 작성되는 표에 표시된 \triangle 의 개수를 확률변수 X 라 하자. $P(X=2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{32}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{17}{32}$ ④ $\frac{19}{32}$ ⑤ $\frac{21}{32}$

17. 자연수 n 에 대하여 점 A_n 이 함수 $y=4^x$ 의 그래프 위의 점일 때, 점 A_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 A_1 의 좌표는 $(a, 4^a)$ 이다.
 (나) (1) 점 A_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 직선 $y=2x$ 와 만나는 점을 P_n 이라 한다.
 (2) 점 P_n 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_4 x$ 와 만나는 점을 B_n 이라 한다.
 (3) 점 B_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 직선 $y=2x$ 와 만나는 점을 Q_n 이라 한다.
 (4) 점 Q_n 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=4^x$ 과 만나는 점을 A_{n+1} 이라 한다.

점 A_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 의 값은? [4점]



- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{11}{16}$ ③ $-\frac{5}{8}$ ④ $-\frac{9}{16}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

단답형

18. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A + 3A^{-1}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

19. 지수방정식 $6 - 2^x = 2^{3-x}$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [3점]

20. 로그부등식 $\log_3 x + \log_3 (12 - x) \leq 3$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 합을 구하시오. [3점]

21. 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_5 = 2^8$, $a_8 = 2^5$ 을 만족시킬 때,

$\sum_{n=9}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 수열 $\{a_n\}$ 의 제 n 항 a_n 을 $\frac{n}{3^k}$ 이 자연수가 되게 하는 음이 아닌 정수 k 의 최댓값이라 하자. 예를 들어 $a_1 = 0$ 이고 $a_6 = 1$ 이다. $a_m = 3$ 일 때, $a_m + a_{2m} + a_{3m} + \dots + a_{9m}$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B(10, p)$ 를 따르고,

$$P(X=4) = \frac{1}{3}P(X=5)$$

일 때, $E(7X)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < p < 1$) [3점]

24. 좌표평면에서 세 점 $(15, 4)$, $(15, 1)$, $(64, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형과 로그함수 $y = \log_k x$ 의 그래프가 만나도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오. [4점]

25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$A^m = A^n$$

을 만족시키는 40 이하의 두 자연수 $m, n (m > n)$ 의 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오. [4점]

5지선다형

26. 양의 실수 전체의 집합에서 연산 $*$ 을

$$a * b = a^b b^{-\frac{a}{2}}$$

으로 정의하자. $(2 * 4) * x = 8 x^{-2}$ 일 때, x 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

27. 어느 회사에서는 생산되는 제품을 1000개씩 상자에 넣어 판매한다. 이때, 상자에서 임의로 추출한 16개 제품의 무게의 표본평균이 12.7 이상이면 그 상자를 정상 판매하고, 12.7 미만이면 할인 판매한다.

A 상자에 들어 있는 제품의 무게는 평균 16, 표준편차 6인 정규분포를 따르고, B 상자에 들어 있는 제품의 무게는 평균 10, 표준편차 6인 정규분포를 따른다고 할 때,

A 상자가 할인 판매될 확률이 p ,

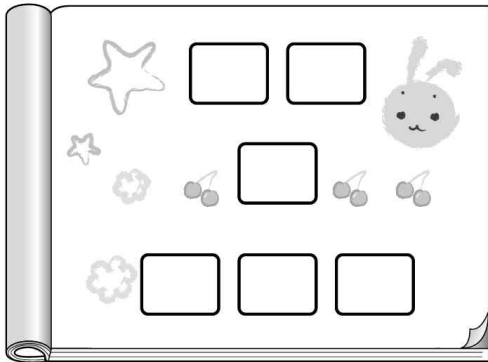
B 상자가 정상 판매될 확률이 q 이다.

$p+q$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 무게의 단위는 g 이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.6	0.4452
1.8	0.4641
2.0	0.4772
2.2	0.4861

- ① 0.0367 ② 0.0498 ③ 0.0587
 ④ 0.0687 ⑤ 0.0776

28. 다음 그림의 빈칸에 6장의 사진 A, B, C, D, E, F를 하나씩 배치하여 사진첩의 한 면을 완성할 때, A와 B가 이웃하는 경우의 수는? (단, 옆으로 이웃하는 경우만 이웃하는 것으로 한다.) [4점]



- ① 128 ② 132 ③ 136 ④ 140 ⑤ 144

29. 양의 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수 $H(t)$ 는 평균 20, 표준편차 t 인 정규분포를 따르는 확률변수 X 에 대하여

$$H(t) = P(X \leq 15)$$

이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

(단, 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여

$P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$ 이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $H(2.5) = P(Z \geq 2)$

ㄴ. $H(2) < H(2.5)$

ㄷ. $H(5) < 5H(2)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 다음 표와 같이 3개 과목에 각각 2개의 수준으로 구성된 6개의 과제가 있다. 각 과목의 과제는 수준I의 과제를 제출한 후에만 수준II의 과제를 제출할 수 있다. 예를 들어 ‘국어A → 수학A → 국어B → 영어A → 영어B → 수학B’ 순서로 과제를 제출할 수 있다.

과목 \ 수준	국어	수학	영어
I	국어A	수학A	영어A
II	국어B	수학B	영어B

6개의 과제를 모두 제출할 때, 제출 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.