

수리 영역(가형)

제 2 교시

성명

수험번호

2

1

- 먼저 수험생이 선택한 과목의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $27^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{3}$
- ② 3
- ③ $3\sqrt{3}$
- ④ 9
- ⑤ $9\sqrt{3}$

2. 이차방정식 $x^2 - 7x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? [2점]

- ① 37
- ② 39
- ③ 41
- ④ 43
- ⑤ 45

3. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $2X + B = 2A - B$ 를 만족하는 행렬 X 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

4. 좌표평면 위의 원점에서 직선 $3x - (k-1)y + 6 = 0$ 까지의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 실수이다.) [3점]

- ① $\sqrt{3}$
- ② 2
- ③ $\sqrt{6}$
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 3

2

수리 영역(가형)

5. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 일 때,

$G = \{(x, y) \mid y = f(x), x \in X, y \in X\}$ 를 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 그래프로 정의한다. 역함수가 존재하는 함수 f 의 그래프를 <보기>에서 모두 고르면? [3점]

< 보기 >

ㄱ. $G_1 = \{(-1, 0), (0, 0), (1, 0)\}$
 ㄴ. $G_2 = \{(-1, -1), (0, 0), (1, 1)\}$
 ㄷ. $G_3 = \{(-1, 0), (0, 1), (1, -1)\}$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. $\log_{10} N$ 의 가수를 $f(N)$ 이라 할 때,
 $f(90) + f(800) - f(6000)$ 의 값은? [3점]

- ① $\log_{10} 2$
- ② $\log_{10} 5$
- ③ $\log_{10} 6$
- ④ $\log_{10} 9$
- ⑤ $\log_{10} 12$

7. 다음은 거듭제곱근에 대한 수업 장면의 일부이다.

교사: 제곱하여 2가 되는 수를 모두 말해보세요.
 학생: (가)가 있습니다.
 교사: 맞습니다. 그러면 세제곱하여 8이 되는 수는 무엇이 있나요?
 학생: 2가 있습니다.
 교사: 물론 실수인 것은 2뿐이지만 복소수 범위까지 확장하면
 세제곱하여 8이 되는 수는 2와 (나)가 있습니다.
 ∴
 교사: 실수 범위에서 음수의 세제곱근은 항상 (다)개가 있고,
 음수의 네제곱근은 없습니다.

이 장면에서 (가)~(다)에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은?

(단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\sqrt{2}$	$-1 \pm \sqrt{3}i$	1
②	$\sqrt{2}$	$1 \pm \sqrt{3}i$	2
③	$\pm \sqrt{2}$	$1 \pm \sqrt{3}i$	2
④	$\pm \sqrt{2}$	$-1 \pm \sqrt{3}i$	2
⑤	$\pm \sqrt{2}$	$-1 \pm \sqrt{3}i$	1

8. 모든 실수 x 에 대하여 $\log_{a-4}(x^2 - ax + 2a)$ 가 정의되기 위한
 정수 a 의 값들의 합은? [3점]

- ① 13
- ② 15
- ③ 18
- ④ 20
- ⑤ 22

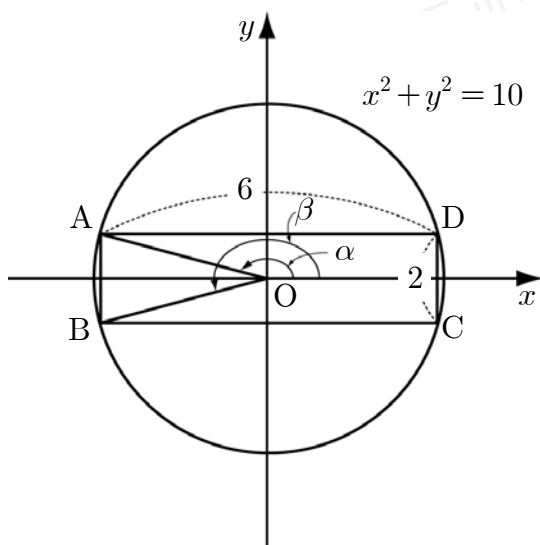
9. 역행렬이 존재하는 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 함수 f, g 를

$f(A) = a+d, g(A) = ad-bc$ 로 정의한다.

$f(A) = 4, f(A^{-1}) = 2$ 일 때, $g(A)$ 의 값은? (단, A^{-1} 는 A 의 역행렬이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ 4

10. 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 6, 2인 직사각형 ABCD가 원 $x^2 + y^2 = 10$ 에 내접하고 있다. 두 선분 OA, OB가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각 α, β 라 할 때, $\operatorname{cosec} \alpha + \sec \beta$ 의 값은? (단, 선분 AD는 x 축과 평행하다.) [3점]



- ① $-\frac{4\sqrt{10}}{3}$
- ② $-\frac{2\sqrt{10}}{3}$
- ③ $\frac{2\sqrt{10}}{3}$
- ④ $\frac{4\sqrt{10}}{3}$
- ⑤ $\frac{5\sqrt{10}}{3}$

11. 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단, a, b 는 실수이다.) [3점]

< 보기 >	
ㄱ. $p: ab > 0$	$q: a > 0$ 이고 $b > 0$
ㄴ. $p: a^2 + b^2 = 0$	$q: ab = 0$
ㄷ. $p: a + b\sqrt{2} = 0$	$q: a = 0$ 이고 $b = 0$

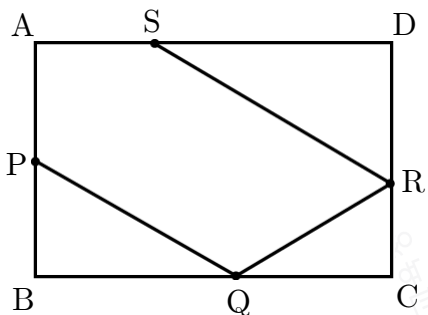
- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 0이 아닌 모든 실수 x 에 대하여 정의된 함수 f 가

$2f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4}{x}$ 를 만족할 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

13. 그림과 같이 가로 길이가 3, 세로 길이가 2인 직사각형 ABCD가 있다. 변 AB의 중점을 P, 변 BC 위의 임의의 점을 Q, 변 CD 위의 임의의 점을 R, 변 AD를 1:2로 내분하는 점을 S라 하자. 이때, $\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS}$ 의 길이의 최솟값은? [3점]



- ① 5
- ② $4\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{34}$
- ④ 6
- ⑤ $2\sqrt{13}$

14. 다음은 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n^2+1}$ 이 무리수임을 증명한 것이다.

[증명]

$\sqrt{n^2+1}$ 이 (가) 라고 가정하면

$\sqrt{n^2+1} = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)이다.

$p^2(n^2+1) = q^2$ 이므로 q^2 은 p 로 나누어 떨어진다.

p, q 는 서로소이므로 $p =$ (나) 이다.

$\therefore n^2 = q^2 - 1$

여기에서 $q > 1$ 이므로, 자연수 k 에 대하여

(i) $q = 2k$ 일 때, $(2k-1)^2 < n^2 <$ (다) 을 만족하는 자연수 n 이 존재하지 않고,

(ii) $q = 2k+1$ 일 때, (다) $< n^2 < (2k+1)^2$ 을 만족하는 자연수 n 이 존재하지 않는다.

(i)과 (ii)에 의해서 1보다 큰 자연수 q 는 존재하지 않는다.

따라서 $\sqrt{n^2+1}$ 이 (가) 라는 가정에 모순이다.

그러므로 $\sqrt{n^2+1}$ 은 무리수이다.

이 증명에서 (가)~(다)에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-----|-----|------------|
| ① | 유리수 | 1 | $4k^2$ |
| ② | 유리수 | 1 | $4k^2 - 1$ |
| ③ | 유리수 | 2 | $4k^2 - 1$ |
| ④ | 무리수 | 1 | $4k^2 - 1$ |
| ⑤ | 무리수 | 2 | $4k^2$ |

15. 물 $(a+b)$ mL를 담을 수 있는 같은 크기의 두 병 A, B에 각각 물 a mL, b mL가 들어 있다. A에 들어있는 물의 $\frac{1}{3}$ 을 B에 옮겨 담은 후, B에 들어있는 물의 $\frac{1}{2}$ 을 다시 A로 옮겨 담았더니 A, B에 들어있는 물의 양이 각각 x mL, y mL가 되었다. 물의 양 a, b, x, y 사이의 관계는 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 과 같이 행렬을 사용하여 나타낼 수 있다. 이때, $p+s$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$) [3점]

- ① $\frac{4}{3}$
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ $\frac{5}{3}$
- ④ $\frac{11}{6}$
- ⑤ $\frac{13}{6}$

16. 이차정사각행렬 A 에 대하여 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단, O 는 영행렬, E 는 단위행렬, A^{-1} 는 A 의 역행렬이다.) [4점]

< 보기 >

ㄱ. $A^2 = O$ 이면 $A = O$ 이다.

ㄴ. $A^2 = O$ 이면 $A + E$ 는 역행렬을 갖는다.

ㄷ. $A + A^{-1} = O$ 이면 $A^2 + A^4 + A^6 + \dots + A^{2008} = -E$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음은 자연수 n 에 대하여 $2(1^{11} + 2^{11} + 3^{11} + \dots + n^{11})$ 이 $n(n+1)$ 로 나누어 떨어짐을 증명한 것이다.

[증명]
 $x^{2n+1} + y^{2n+1}$
 $= (\text{가}) (x^{2n} - x^{2n-1}y + x^{2n-2}y^2 - \dots - xy^{2n-1} + y^{2n})$
 이므로, $x^{2n+1} + y^{2n+1}$ 은 (가) 의 배수이다.
 이를 이용하면
 $2(1^{11} + 2^{11} + 3^{11} + \dots + n^{11})$
 $= (1^{11} + n^{11}) + \{2^{11} + (n-1)^{11}\} + \{3^{11} + (n-2)^{11}\} + \dots + (n^{11} + 1^{11})$ 이므로
 $2(1^{11} + 2^{11} + 3^{11} + \dots + n^{11})$ 은 (나) 의 배수이다.
 또한
 $2(1^{11} + 2^{11} + 3^{11} + \dots + n^{11})$
 $= \{1^{11} + (n-1)^{11}\} + \{2^{11} + (n-2)^{11}\} + \{3^{11} + (n-3)^{11}\} + \dots + \{(n-1)^{11} + 1^{11}\} + 2n^{11}$ 이므로
 $2(1^{11} + 2^{11} + 3^{11} + \dots + n^{11})$ 은 (다) 의 배수이다.
 따라서 $2(1^{11} + 2^{11} + 3^{11} + \dots + n^{11})$ 은 $n(n+1)$ 로 나누어 떨어진다.

이 증명에서 (가)~(다)에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은? [4점]

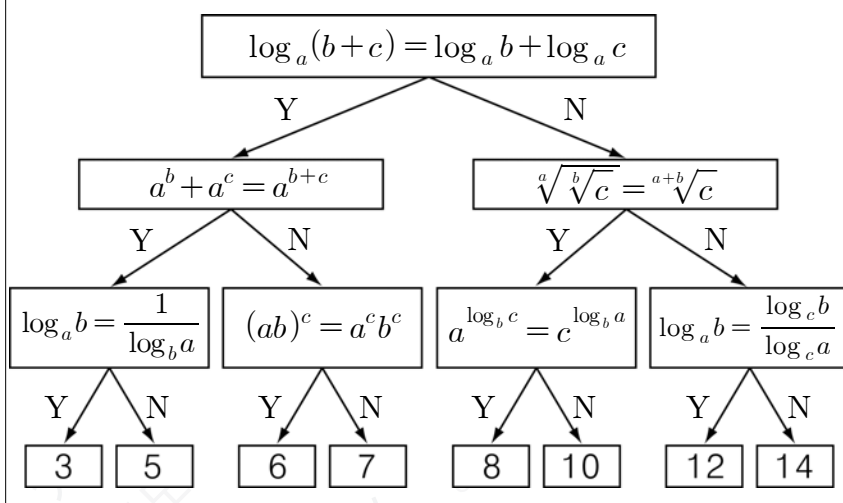
- | | | | |
|---|-------|-------|-------|
| | (가) | (나) | (다) |
| ① | $x+y$ | $n+1$ | n |
| ② | $x+y$ | $n+1$ | $n+1$ |
| ③ | $x+y$ | n | $n+1$ |
| ④ | $x-y$ | n | n |
| ⑤ | $x-y$ | n | $n+1$ |

18. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$ 에 대하여, $A+kE$ 의 역행렬이 존재하지 않도록 하는 실수 k 값들의 곱은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① 6
- ② 8
- ③ 9
- ④ 11
- ⑤ 13

19. 다음은 어떤 금고를 여는 방법이다.

- I. 금고에 다섯 개의 버튼 ①, ②, ④, ⑥, ⑧만 있다.
- II. 아래 그림의 맨 위에서부터 시작하여 각 단계에서 제시된 명제가 참이면 Y, 거짓이면 N이 가리키는 방향으로 화살표를 따라 맨 아래 수까지 내려간다.
- III. 금고 버튼에 있는 숫자 중 두 수의 합이 위의 II에서 도달한 수와 같아지도록 순서에 관계없이 버튼 두개를 누르면 금고가 열린다.



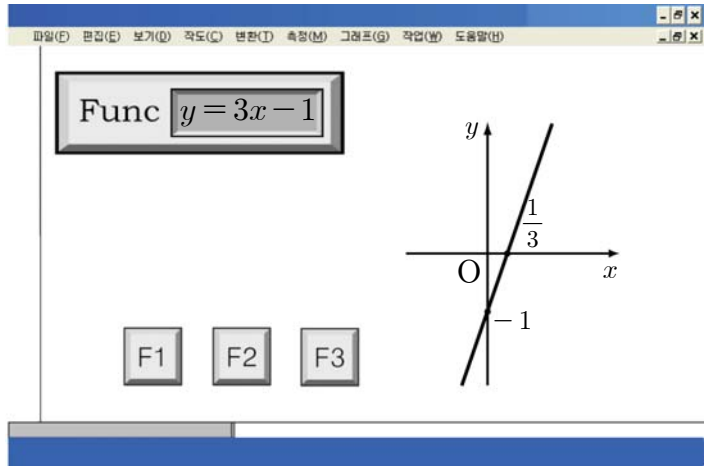
이 문구에 적힌 방법으로 금고를 열기 위해서 눌러야 할 두 개의 버튼은? (단, a, b, c 는 1이 아닌 양의 실수이다.) [4점]

- ① ①, ④
- ② ②, ⑥
- ③ ④, ⑥
- ④ ④, ⑧
- ⑤ ⑥, ⑧

6

수리 영역(가형)

20. 그림과 같이 어떤 컴퓨터 프로그램은 **Func** 에 함수식을 입력하면 그래프를 좌표평면에 그려낸다. **F1** 버튼을 누르면 직선 $y=x$ 에 대한 대칭이동, **F2** 버튼을 누르면 x 축의 양의 방향으로 2만큼 평행이동, **F3** 버튼을 누르면 y 축에 대해 대칭이동이 되어진 그래프가 화면에 그려진다.



Func 에 함수식 $y=3x-1$ 을 입력한 후, **F3** → **F2** → **F1** 버튼의 순서로 한 번씩 눌렀을 때 화면에 그려진 그래프는? [4점]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

21. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 2이고, $x-2$ 로 나눈 나머지는 3, $x-3$ 으로 나눈 나머지는 1이다. $(f \circ f)(x)$ 를 $(x-1)(x-3)$ 으로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(10)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{5}{2}$
- ② $-\frac{3}{2}$
- ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{3}{2}$

단답형

22. 점 $P(1, 1)$ 을 지나는 함수 $y = \frac{ax-b}{x-3}$ 의 그래프가 $y=3$ 을 점근선으로 갖는다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 실수이다.) [3점]

23. 두 집합 A, B 가

$$A = \left\{ (x, y) \mid \begin{pmatrix} 1 & k-4 \\ k & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, k \text{는 실수} \right\},$$

$$B = \{ (x, y) \mid x^2 + (y-3)^2 = r^2, r \text{은 양의 실수} \}$$

이고, 집합 A 는 $(0, 0)$ 이외의 원소를 갖는다고 하자. $A \cap B$ 의 원소의 개수가 한 개일 때, $5r^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 두 집합

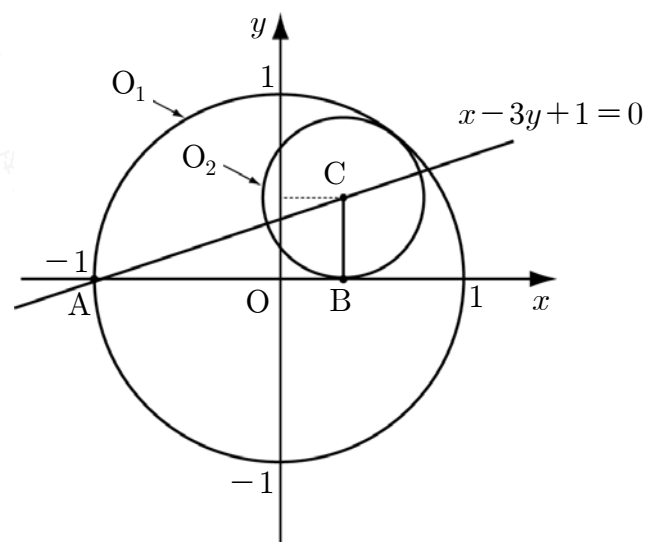
$$A = \{ x \mid (x-2)(x-9) \leq 0 \},$$

$$B = \{ x \mid (x-1)(x-5) < 0 \}$$

에 대하여 $X \subset A$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 는 $X = \{ x \mid 2 \leq x \leq a \}$ 이다. a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 두 수의 합 $M+m$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 서로 다른 10개의 수가 있다. 가장 작은 수를 제외한 9개의 수의 평균은 41이고, 가장 큰 수를 제외한 9개의 수의 평균은 33이다. 가장 작은 수와 가장 큰 수의 합이 74일 때, 10개의 수의 평균을 구하시오. [4점]

26. 그림과 같이 원 O_1 은 원점 O 를 중심으로 하고, 점 $A(-1, 0)$ 을 지난다. 원 O_2 는 직선 $x-3y+1=0$ 위의 점 C 를 중심으로 하고, 원 O_1 에 내접하며 x 축 위의 점 B 에서 x 축에 접한다. 삼각형 ABC 의 넓이를 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



27. 집합 $S = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$ 의 임의의 원소 a, b 에 대하여 두 연산 \oplus, \otimes 을 각각 다음과 같이 정의한다.

$$a \oplus b = (a + b \text{를 } 11 \text{로 나눈 나머지})$$

$$a \otimes b = (a \times b \text{를 } 11 \text{로 나눈 나머지})$$

이때, $2 \otimes (x \oplus 4) = 3$ 을 만족하는 x 의 값을 구하시오. [3점]

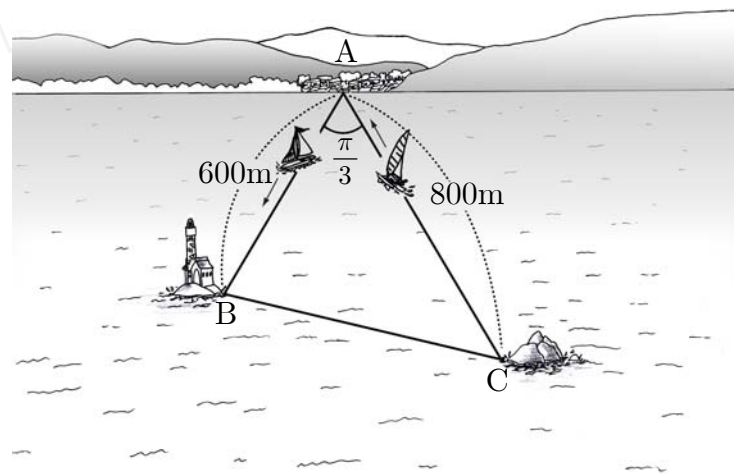
28. 자연수 n 을 이진법의 수로 나타내면 101 자리의 수가 되고, 십진법의 수로 나타내면 k 자리의 수가 된다. 이때, k 의 값을 구하시오.
(단, $\log_{10} 2 = 0.3010$) [4점]

29. 점 $P(x, y)$ 가 집합 $A = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ 의 원소일 때, 점 $Q(2x+y, x-2y)$ 가 나타내는 도형의 넓이를 $a\pi$ 라 하자. 이때, a 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 갑이 탄 배는 해변 A 지점에서 출발하여 600m 떨어진 등대 B 지점을 향해 속력 100m/분으로 직선 경로를 따라서 항해하고, 을이 탄 배는 섬 C 지점에서 출발하여 800m 떨어진 A 지점을 향해 속력 200m/분으로 직선 경로를 따라서 항해하고 있다.

동시에 출발한 갑, 을이 탄 두 배가 지나는 지점을 잇는 선분이 B 지점과 C 지점을 잇는 선분과 평행이 되는 순간의 두 배 사이의 거리는 $a\sqrt{13}$ m 이다. 이때, a 의 값을 구하시오.

(단, $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 이고, 두 배의 크기는 무시한다.) [4점]



※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.