

수리 영역(가형)

제 2 교시

성명

수험번호

2

1

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생 이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $8^{\frac{2}{3}}$ 을 간단히 하면? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\sqrt{2}$
- ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 4

2. 행렬 A 의 성분 a_{ij} 가 $a_{ij} = |i-j|$ 일 때, 행렬 A 는? (단, $i = 1, 2, j = 1, 2, 3$) [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

3. 세 집합 A, B, C 에 대하여 집합 $(A-B)-C$ 와 항상 같은 집합은? [2점]

- ① $A \cap B \cap C$
- ② $A \cap B \cap C^c$
- ③ $A - (B \cap C)$
- ④ $A - (B \cup C)$
- ⑤ $A - (B \cup C)^c$

4. 다음은 다항식 $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하는 과정이다. 이 때, $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는? [3점]

$$\begin{array}{r|rrrr}
 2 & a & b & c & d \\
 & & \square & \square & \square \\
 \hline
 & 1 & -1 & 0 & -2
 \end{array}$$

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

2

수리 영역(가형)

5. $i^3 + i^6 + i^9 + \dots + i^{51}$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① $-i$
- ② i
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

6. 명제의 역이 항상 참인 것을 <보기>에서 모두 고르면? [3점]

< 보 기 >

- ㄱ. 자연수 n 에 대하여 n 이 홀수이면 n^2 은 홀수이다.
- ㄴ. 자연수 n 에 대하여 n 이 2의 배수이면 n 은 4의 배수이다.
- ㄷ. 실수 x, y 에 대하여 $xy < 0$ 이면 $x^2 + y^2 > 0$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 실수 a, b, c 에 대하여 이차방정식 $ax^2 - bx + c = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, 최고차항의 계수가 1이고 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, $c \neq 0$) [3점]

- ① $x^2 + \frac{b}{a}x - \frac{c}{a} = 0$
- ② $x^2 - \frac{b}{a}x - \frac{c}{a} = 0$
- ③ $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$
- ④ $x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} = 0$
- ⑤ $x^2 - \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} = 0$

8. 임의의 실수 x 에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} x & \\ & x-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x+1 & x \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합을 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 의 최소값은? [3점]

- ① -2
- ② -1
- ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 1

9. 두 이차정사각행렬 A, B 가 $A^2 - AB + BA - B^2 = O$ 을 만족시킬 때, 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단, O 는 영행렬) [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $A^2 - B^2 = O$
 ㄴ. $(A+B)(A-B) = O$
 ㄷ. $(A-B)(A+B) = O$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 세 정수 $3^{35}, 4^{28}, 5^{21}$ 의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ① $3^{35} < 4^{28} < 5^{21}$
- ② $3^{35} < 5^{21} < 4^{28}$
- ③ $4^{28} < 3^{35} < 5^{21}$
- ④ $5^{21} < 3^{35} < 4^{28}$
- ⑤ $5^{21} < 4^{28} < 3^{35}$

11. $\log_{10} 1.23 = 0.0899$ 일 때,

$\log_{10} 12.3 + \log_{10} 0.123 - \log_{10} 1230$ 의 값은? [3점]

- ① -3.9101
- ② -3.0899
- ③ -2.9101
- ④ -2.0899
- ⑤ -1.9101

12. 다음은 $3^{2p} + 3^{3q} + 3^{5r} = 3^{7s}$ 을 만족시키는 양의 정수 p, q, r, s 에 대하여 $p+q+r+s$ 의 최소값을 구하는 과정이다.

$3^{2p} + 3^{3q} + 3^{5r} = 3^{2p}(1 + 3^{3q-2p} + 3^{5r-2p}) = 3^{7s}$ 이므로
 $3^{3q-2p} = \boxed{\text{(가)}}$ 이고, $3^{5r-2p} = \boxed{\text{(가)}}$ 이어야 한다.
 따라서 $2p = 3q = 5r$ 이다.
 $2p = 3q = 5r = 30m$ (m 은 양의 정수)라 하면
 $3^{7s} = \boxed{\text{(나)}}$ 이므로 이를 만족시키는 양의 정수 m, s 의
 최소값을 찾으면 $p+q+r+s$ 의 최소값 $\boxed{\text{(다)}}$ 을 구할 수
 있다.

이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-----|-------------|-----|
| ① | 0 | 3^{30m+1} | 100 |
| ② | 0 | 3^{30m+3} | 100 |
| ③ | 1 | 3^{30m+1} | 100 |
| ④ | 1 | 3^{30m+1} | 106 |
| ⑤ | 1 | 3^{30m+3} | 106 |

13. 자전거 공장에서 한 시간 동안 만드는 자전거의 수가 표와 같을 때, 이것을 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 로 나타내자.

(단위: 대)

구분	일반 자전거	산악 자전거
아동용	a	b
성인용	c	d

두 공장 A, B에서 한 시간 동안 만드는 자전거의 수를 나타내는 행렬은 각각 $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 이다. A 공장에서 m 시간, B 공장에서 n 시간 동안 만든 아동용 자전거 수의 합은 100, 성인용 자전거 수의 합은 120이라고 할 때, 두 공장에서 만든 아동용 산악 자전거 수의 합은? [4점]

- ① 30
② 35
③ 40
④ 45
⑤ 50

14. 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 는 중심이 $(2, 0)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원 위에 있다.

x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a-2 & -b \\ b & a-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값과 항상 같은 것은? [4점]

- ① $2a$
② $2b$
③ $3a$
④ $3a+1$
⑤ $3b+2$

15. $a = \sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 일 때, $\frac{a}{a-[a]} + \frac{a-[a]}{a}$ 의 값은? (단, $[a]$ 는 a 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

- ① $\frac{3}{2}$
② $\sqrt{3}$
③ 2
④ $2\sqrt{3}$
⑤ 4

16. 다음은 임의의 실수 x, y 에 대하여

$\log_{2a} a = x, \log_{3a} 2a = y$ (단, $a > 0, a \neq \frac{1}{2}, a \neq \frac{1}{3}$)일 때, $2^{1-xy} = 3^{y-xy}$ 임을 증명한 것이다.

[증명]

$$\begin{aligned} xy &= (\log_{2a} a) \times (\log_{3a} 2a) \\ &= \frac{\log_{10} a}{\log_{10} 2a} \times \frac{\log_{10} 2a}{\log_{10} 3a} \\ &= \boxed{\text{(가)}} \text{이므로} \end{aligned}$$

$$1 - xy = \boxed{\text{(나)}} \text{이고 } y - xy = \boxed{\text{(다)}} \text{이다.}$$

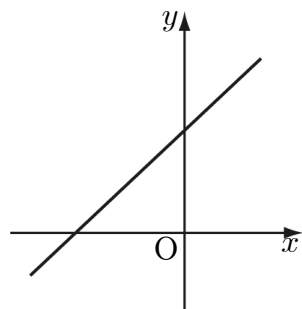
그러므로 $2^{1-xy} = 3^{y-xy}$ 가 성립한다.

이 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

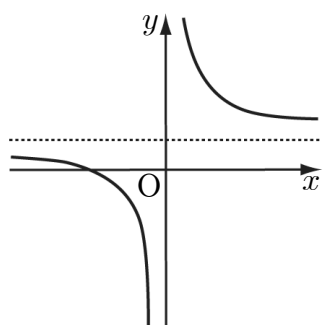
- (가) (나) (다)
- ① $\log_{3a} a$ $\log_{3a} 2$ $\log_{3a} 3$
② $\log_{3a} a$ $\log_{3a} 3$ $\log_{3a} 2$
③ $\log_{3a} a$ $\log_{3a} 3$ $\log_{2a} 3$
④ $\log_a 3a$ $\log_a 2$ $\log_{2a} 3$
⑤ $\log_a 3a$ $\log_a 2$ $\log_{3a} 2$

17. 일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형이 그림과 같을 때,

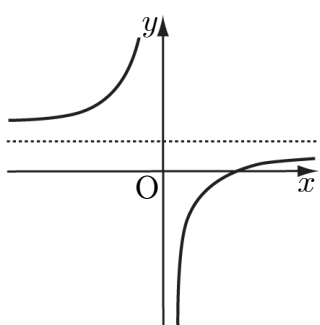
함수 $y=f\left(\frac{1}{2x}\right)$ 의 그래프의 개형은? [3점]



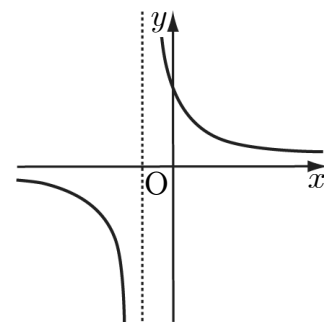
①



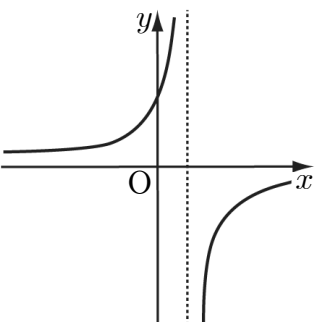
②



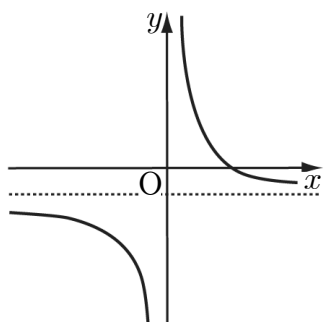
③



④



⑤



18. x 에 대한 두 다항식 $x^2+2ax+5$ 와 $x^2+5x+2a$ 의 최대공약수를

$G(x)$, 최소공배수를 $L(x)$ 라 하자. $G(x)$ 가 일차식일 때,

$\frac{L(x)}{G(x)}$ 는? [3점]

① x^2+x-20

② x^2+x-30

③ x^2+5x-6

④ x^2+6x-7

⑤ x^2+7x+6

19. 무리함수 $y=\sqrt{4x-3}+k$ 의 그래프와 이 함수의 역함수의

그래프가 두 점에서 만날 때, 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{6}$ 이 되도록 하는 상수 k 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{8}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{3}{8}$

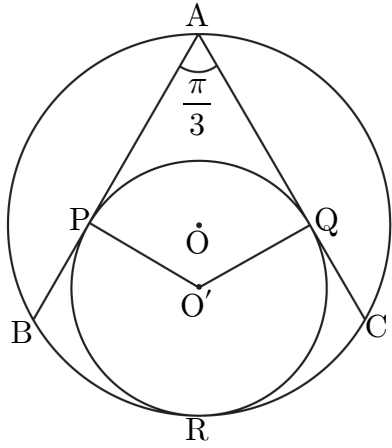
④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{5}{8}$

6

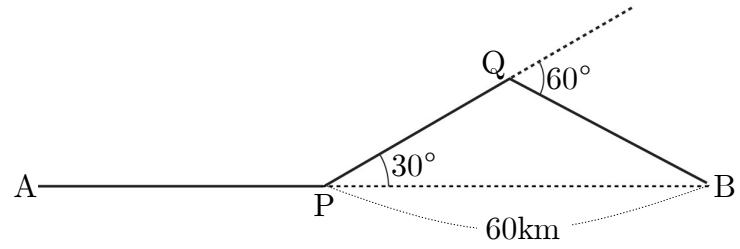
수리 영역(가형)

20. 반지름의 길이가 4인 원 O 위에 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 를 만족시키는 세 점 A, B, C 가 있다. \overline{AB} 와 \overline{AC} 에 모두 접하고 원 O 에 내접하는 원 O' 에 대하여 \overline{AB} 와의 접점을 P , \overline{AC} 와의 접점을 Q , 원 O 와의 접점을 R 이라 하자. 세 점 A, O, O' 이 한 직선 위에 있을 때, 호 PRQ 의 길이는? [4점]



- ① $\frac{5}{3}\pi$
- ② $\frac{7}{3}\pi$
- ③ $\frac{25}{9}\pi$
- ④ $\frac{10}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{32}{9}\pi$

21. 그림과 같이 선분 AP , 선분 PQ , 선분 QB 를 연결하는 도로가 있다. P 지점에서 B 지점까지 직선 도로를 새로 건설하여 A 지점에서 B 지점까지 이동할 때, 단축되는 거리는 몇 km인가? (단, 직선 PQ 와 직선 QB 가 이루는 각은 60° 이다.) [3점]



- ① $36\sqrt{3} - 60$
- ② $38\sqrt{3} - 60$
- ③ $40\sqrt{3} - 60$
- ④ $42\sqrt{3} - 60$
- ⑤ $44\sqrt{3} - 60$

단답형

22. 이차함수 $y = x^2 - kx + 3$ 의 최소값이 -1 일 때, k^2 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차정사각행렬 A 는 다음 두 조건을 만족시킨다.

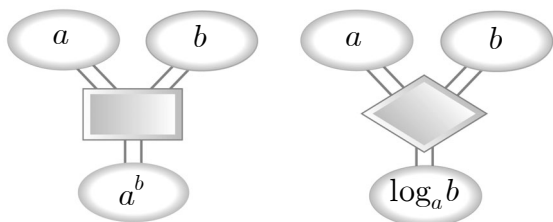
I. $A^2 - 3A = O$
 II. $A \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$

$A \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 영행렬) [3점]

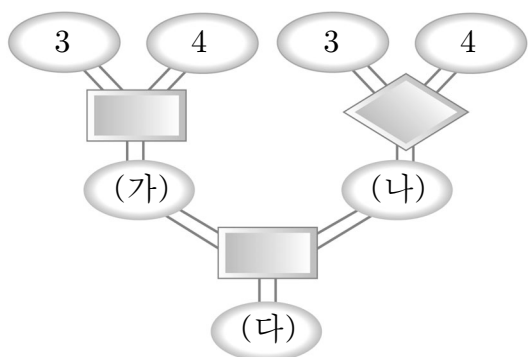
25. 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(a, -3)$, $B(b, a)$ 에 대하여 $\angle AOB = 90^\circ$ 가 되도록 하는 b 의 값을 구하시오. (단, $a \neq 0$)

[3점]

24. 그림과 같이 두 연산장치에 1이 아닌 두 양수 a, b 를 입력하면 \blacksquare 는 a^b , \blacklozenge 는 $\log_a b$ 가 각각 출력된다.



다음에서 (다)에 출력되는 값을 구하시오. [3점]



26. 좌표평면 위의 두 함수 $f(x) = x+a$ 와 $g(x) = -x+b$ 의 그래프의 교점을 P 라 하자. 원점 O 에서 점 P 까지의 거리가 $2\sqrt{2}$ 가 되도록 하는 실수 a, b 에 대하여, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 주사위를 던져 나온 눈의 수 n 에 따라 좌표평면 위의 원을 다음과 같은 규칙으로 이동한다.

- I. n 이 홀수이면 원을 x 축의 방향으로 $n+1$ 만큼, y 축의 방향으로 $2n$ 만큼 평행이동한다.
 II. n 이 짝수이면 원을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한다.

주사위를 세 번 던져 나온 눈의 수가 차례대로 4, 5, 2일 때, 이 순서에 따라 원 $x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 을 이동하면 원 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 과 일치한다. 이 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 좌표평면 위의 세 점 $A(-3, 2)$, $B(6, 5)$, $C(-1, 8)$ 을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. 점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 삼등분하는 두 직선의 기울기의 곱을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면 위에서 연립부등식

$$\begin{cases} x(x-y) \geq 0 \\ x^2+y^2 \leq 16 \end{cases}$$

가 나타내는 영역의 넓이를 S 라 할 때, $\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 갑은 체육과목 농구 수행평가를 대비하여 1세트에 10개씩 5세트의 자유투 연습을 하고 난 후 성공한 횟수와 그 횟수의 평균 및 분산을 계산하여 종이에 적어 놓았다. 그런데 나중에 보니 1세트와 4세트의 성공한 횟수가 지워져 알아볼 수 없었다. 지워진 두 수를 찾아 두 수의 곱을 구하시오. [4점]

1세트	2세트	3세트	4세트	5세트
■	2	1	■	8

평균 : 4
분산 : 6.8

※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.