

# 수리 영역 (나형)

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

3.  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

1.  $\log_4 2 + \log_{16} 2$ 를 간단히 하면? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤  $\frac{5}{4}$

2. 무한수열  $\frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \dots, \frac{n}{2n-1}, \dots$ 의 극한값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{6}$
- ②  $\frac{1}{5}$
- ③  $\frac{1}{4}$
- ④  $\frac{1}{3}$
- ⑤  $\frac{1}{2}$

4. 행렬의 곱셈 중 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

< 보 기 >

ㄱ.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$

ㄴ.  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$

ㄷ.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 양수  $x$ 가  $2^{3x^2-4x-9} = \frac{1}{4}$ 을 만족시킬 때,  $x$ 의 값은? [3점]

- ① 1  
 ②  $\frac{4}{3}$   
 ③  $\frac{5}{3}$   
 ④ 2  
 ⑤  $\frac{7}{3}$

6. 1이 아닌 양수  $a, b$ 에 대하여  $\langle\langle a, b \rangle\rangle = \log_a b$ 라 정의할 때,  $\langle$ 보기 $\rangle$ 에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

〈보기〉

- ㄱ.  $\langle\langle 3, 2 \rangle\rangle + \langle\langle 3, 7 \rangle\rangle = 2$   
 ㄴ.  $\langle\langle 3, 6 \rangle\rangle - \langle\langle 3, 2 \rangle\rangle = 1$   
 ㄷ.  $\langle\langle 3, 4 \rangle\rangle \times \langle\langle 4, 3 \rangle\rangle = 1$

- ① ㄱ  
 ② ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 다음 규칙을 만족시키는 수열  $\{a_n\}$ 이 있다.

I.  $a_1 = 2$

II.  $a_{n+1}$ 은  $3a_n$ 을 5로 나눈 나머지이다.

이 수열에서  $a_{13} + a_{40}$ 의 값은? [3점]

- ① 3  
 ② 4  
 ③ 5  
 ④ 6  
 ⑤ 7

8. 공차가 3인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\langle$ 보기 $\rangle$ 에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

〈보기〉

- ㄱ. 수열  $\{3a_n\}$ 은 공차가 9인 등차수열이다.  
 ㄴ. 수열  $\{a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.  
 ㄷ. 수열  $\{2a_{2n} - a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.

- ① ㄱ  
 ② ㄷ  
 ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 세 수  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[6]{6}$  중에서 두 수를 선택하여  $a$ ,  $b$ 라고 할 때,  $\frac{b}{a}$ 의 최대값은? [3점]

- ①  $\sqrt{\frac{3}{2}}$
- ②  $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$
- ③  $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$
- ④  $\sqrt[6]{\frac{3}{2}}$
- ⑤  $\sqrt[6]{\frac{1}{3}}$

10. 어느 대학에서는 모집단위별로 수능점수와 내신점수의 반영비율을 다르게 하여 두 점수를 합산한 점수로 학생을 선발한다. <표 1>은 갑과 을의 수능과 내신의 백분위점수이고, <표 2>는 P, Q 모집단위의 점수 반영비율이다.

학생	갑	을
수능점수	70	75
내신점수	65	60

<표 1>

모집단위	P	Q
수능점수	60%	70%
내신점수	40%	30%

<표 2>

$A = \begin{pmatrix} 70 & 75 \\ 65 & 60 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 70 & 65 \\ 75 & 60 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.7 \\ 0.4 & 0.3 \end{pmatrix}$ 이라고 할 때,

P 모집단위에 대한 갑의 점수를 나타내는 것은? [3점]

- ① AC의 (1, 1)성분
- ② AC의 (1, 2)성분
- ③ BC의 (1, 1)성분
- ④ BC의 (1, 2)성분
- ⑤ CB의 (1, 1)성분

11.  $x + x^{-1} = 3$ 일 때,  $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\sqrt{3}$
- ②  $2\sqrt{3}$
- ③ 4
- ④  $3\sqrt{2}$
- ⑤  $2\sqrt{5}$

12. 이차 정사각행렬  $A, B$ 에 대하여  $AB = BA$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $E$ 는 단위행렬,  $O$ 는 영행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

ㄴ.  $AB + BA = O$ 이면  $A = O$  또는  $B = O$ 이다.

ㄷ.  $A + 2BA = AB + E$ 이면  $A$ 의 역행렬은  $B + E$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$  의 합은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$
- ②  $\frac{2}{3}$
- ③ 1
- ④  $\frac{4}{3}$
- ⑤  $\frac{5}{3}$

14. A 나라에 수출을 하는 B 회사가 있다. B 회사는 앞으로의 수출 전략을 수립하기 위해 기획팀에서 수출전망 보고서를 작성하였다.

○ ○

## 수출 전망

---

**서론**

A 나라는 최근 높은 실질성장률을 보이고 있어 우리 회사의 지속적인 수출증가세가 예상 된다.

----- 중략 -----

긍정적인 요인	부정적인 요인
...	...

----- 중략 -----

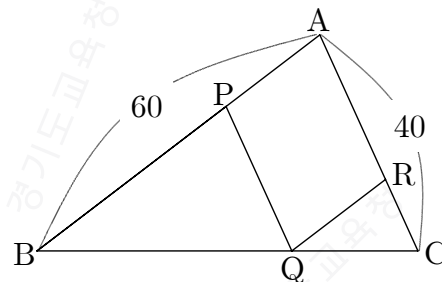
**결론**

매년 어떤 시기에 우리 회사 제품의 수출량은 전년도 같은 시기의 수출량에 비해 8% 증가하였으며 앞으로도 같은 추세로 수출증가세가 유지될 전망이다.

이 보고서의 결론대로 수출증가세가 유지된다고 할 때, B 회사의 수출량이 현재의 3배 이상이 되는 것은 최소 몇 년 후부터인가? (단,  $\log_{10} 3 = 0.4771$ ,  $\log_{10} 1.08 = 0.0334$ ) [4점]

- ① 14년
- ② 15년
- ③ 16년
- ④ 17년
- ⑤ 18년

15. 그림과 같이  $\overline{AB}=60$ ,  $\overline{AC}=40$ 인  $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA 위에 각각 점 P, Q, R가 있다. 다음은 선분 RQ가 AB와 평행하고 선분 PQ가 AC와 평행하며  $\overline{PQ}$ ,  $\overline{QR}$ ,  $\overline{RC}$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 사각형 APQR의 둘레의 길이를 구하는 과정이다.



$\overline{PQ}=x$ ,  $\overline{QR}=y$ ,  $\overline{RC}=z$ 라 하면

$x, y, z$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

(가)  $\dots\dots$  ㉠

$\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$ 이고  $\overline{RQ} \parallel \overline{AB}$ 이므로

$x+z=40$   $\dots\dots$  ㉡

$\triangle ABC \sim \triangle RQC$ 이므로

(나)  $\dots\dots$  ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면  $x, y, z$ 를 구할 수 있다.

따라서, 사각형 APQR의 둘레의 길이는 (다) 이다.

이 과정에서 (가) ~ (다)를 바르게 짝지은 것은? [4점]

- |   | (가)          | (나)       | (다)             |
|---|--------------|-----------|-----------------|
| ① | $y = x + z$  | $y = z$   | $\frac{140}{3}$ |
| ② | $z = x + y$  | $y = z$   | $\frac{140}{3}$ |
| ③ | $2y = x + z$ | $2y = 3z$ | $\frac{140}{3}$ |
| ④ | $2y = x + z$ | $2y = 3z$ | $\frac{280}{3}$ |
| ⑤ | $2y = x + z$ | $3y = 2z$ | $\frac{280}{3}$ |

16. 다음은  $n$ 부터  $2n-1$ 개의 연속한 자연수의 합에 대하여

$$n + (n+1) + (n+2) + \dots + (3n-2) = (2n-1)^2$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

[증명]

i)  $n=1$ 일 때, (좌변) = 1, (우변) =  $1^2$ 이므로 성립한다.

ii)  $n=k$ 일 때 성립한다고 가정하면

$$k + (k+1) + (k+2) + \dots + (3k-2) = (2k-1)^2$$

$n=k+1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$(k+1) + (k+2) + (k+3) + \dots + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= k + (k+1) + (k+2) + \dots + (3k-2) + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= (2k-1)^2 + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= \boxed{\text{(다)}}$$

그러므로  $n=k+1$ 일 때도 성립한다.

i), ii)에 의해서 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립한다.

이 증명에서 (가)~(다)를 바르게 짝지은 것은? [4점]

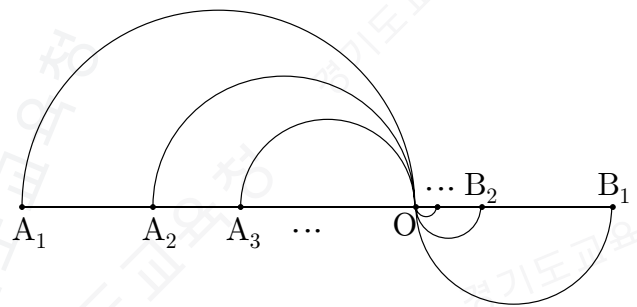
- |   | (가)    | (나)    | (다)        |
|---|--------|--------|------------|
| ① | $3k+1$ | $8k$   | $(2k+1)^2$ |
| ② | $3k+1$ | $8k$   | $4k^2$     |
| ③ | $3k+2$ | $8k$   | $(2k+1)^2$ |
| ④ | $3k+2$ | $4k-1$ | $(2k+1)^2$ |
| ⑤ | $3k+2$ | $4k-1$ | $4k^2$     |

17. 그림과 같이  $\overline{A_1B_1}=1$ 이고 점  $O$ 는 선분  $A_1B_1$ 을 2:1로 내분

하는 점이다. 점  $A_2$ 는 선분  $OA_1$ 을 2:1로 내분하는 점, 점  $A_3$ 은 선분  $OA_2$ 를 2:1로 내분하는 점,  $\dots$ , 점  $A_{n+1}$ 은 선분  $OA_n$ 을 2:1로 내분하는 점이다. 점  $B_2$ 는 선분  $OB_1$ 을 1:2로 내분하는 점, 점  $B_3$ 은 선분  $OB_2$ 를 1:2로 내분하는 점,  $\dots$ , 점  $B_{n+1}$ 은 선분  $OB_n$ 을 1:2로 내분하는 점이다.

선분  $OA_n$ 을 지름으로 하는 반원의 호의 길이를  $s_n$ , 선분  $OB_n$ 을 지름으로 하는 반원의 호의 길이를  $t_n$ 이라 할 때, 무한

급수  $\sum_{n=1}^{\infty} (s_n - t_n)$ 의 합은? [4점]



- ①  $\frac{1}{4}\pi$
- ②  $\frac{1}{3}\pi$
- ③  $\frac{1}{2}\pi$
- ④  $\frac{2}{3}\pi$
- ⑤  $\frac{3}{4}\pi$

## 단답형

18. 첫째항이  $-10$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제7항까지의 합과 제7항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제10항까지의 합을 구하시오. [3점]

19. 서로 다른 여섯 개의 수  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 이 차례대로 등비수열을 이룬다.  $a_1$ 과  $a_6$ 의 곱이  $25a_3$ 과 같을 때,  $a_4$ 를 구하시오. [3점]

20. 수렴하는 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{9n^2+1}{n^2+3} \leq \frac{na_n}{2n+4} \leq \frac{9n^2+10}{n^2+3}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 로그함수  $y = \log_{a-3}(x^2 - 2x + 65)$ 의 최소값이 2일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 3, a \neq 4$ ) [4점]

22.  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가  $x=y=0$  이외의 해를 가질 때,  $8ab$ 의 최대값을 구하시오. (단,  $a > 0, b > 0$ ) [3점]

23. 좌표평면에서  $2 \leq x \leq 8$ ,  $y \geq 1$ 이고, 연립부등식

$$\begin{cases} \log_x y \leq 1 \\ \log_{(10-x)} y \leq 1 \end{cases}$$

을 만족시키는 영역의 넓이를 구하시오. [4점]

24. 자연수  $x$ ,  $y$ 가  $\log_3 x + \log_9 y^2 = \log_3 (2x + y + 2)$ 를 만족시킬 때,  $2x + y$ 의 최대값을 구하시오. [4점]

25. 어떤 암석에 포함되어 있는 물질 A는 시간이 지남에 따라 점차적으로 물질 B로 변한다. 물질 A와 B의 양을 측정함으로써 그 암석의 생성연도를 알 수 있다. 암석이 생성된  $t$ 억년 후의 A의 양과 B의 양을 각각  $a$ ,  $b$ 라 하면 상수  $k$ 에 대하여

$$t = k \log_{10} \left( \frac{9b}{a} + 1 \right)$$

이 성립한다.

처음에 물질 B는 없고 물질 A만 있는 암석이 25.2억년이 지난 후, A의 양과 B의 양의 비가 3:1이 되었다. 암석이 생성되어  $x$ 억년이 지난 후 A의 양과 B의 양이 같아질 때,  $x$ 의 값을 구하시오. (단,  $\log_{10} 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [4점]

### 5 지선 다형

26. 무한수열  $\{a_n\}$ 이 <보기>와 같을 때, 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하는 것을 모두 고르면? [3점]

<보기>

- ㄱ. 3, 3, 3, 3, ..., 3, ...
- ㄴ.  $\frac{1}{3}, \left(\frac{1}{3}\right)^2, \left(\frac{1}{3}\right)^3, \left(\frac{1}{3}\right)^4, \dots, \left(\frac{1}{3}\right)^n, \dots$
- ㄷ.  $\frac{1}{\sqrt{2}+1}, \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}, \dots$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

27. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 집합  $S, T$ 를

$$S = \{X \mid X = A^n, n \text{은 자연수}\}$$

$$T = \{Y \mid Y = B^n, n \text{은 자연수}\}$$

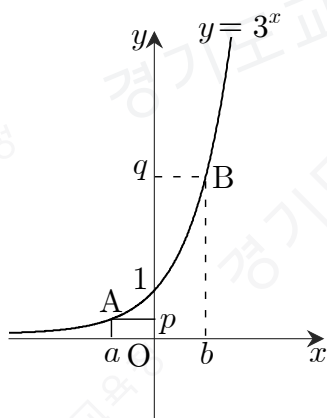
라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ.  $X \in S$ 이면  $X^2 \in S$ 이다.
- ㄴ.  $X \in S, Y \in T$ 이면  $XY \in S$ 이다.
- ㄷ.  $Y \in T$ 이면  $Y$ 는 항상 역행렬을 갖는다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 함수  $f(x) = 3^x$ 의 그래프 위의 임의의 두 점  $A(a, p)$ ,  $B(b, q)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $a \neq b, b \neq 0$ ) [4점]



< 보 기 >

- ㄱ.  $a + b = (\log_3 p)(\log_3 q)$
- ㄴ.  $f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \sqrt{pq}$
- ㄷ.  $\frac{q-p}{b-a} > \frac{q-1}{b}$

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 상용로그  $\log \frac{10}{x}$ 의 지표가  $-2$ 가 되도록 하는 자연수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 99
- ② 900
- ③ 990
- ④ 999
- ⑤ 9900

단답형

30. 그림은 자연수를 일정한 규칙에 따라 배열한 것이다.

1	3	6	10	15	21	...
2	5	9	14	20	...	
4	8	13	19	...		
7	12	18	...			
11	17	...				
16	...					
...						

색칠한 부분의 수 2, 8, 18, ... 을 수열  $\{a_n\}$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.