

수리 영역 (가형)

제 2 교시

성명

수험번호

						3			
--	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생 이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_4 2 + \log_{16} 2$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{5}{4}$

2. 무한수열 $\frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \dots, \frac{n}{2n-1}, \dots$ 의 극한값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{5}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

3. 분수방정식 $\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+2} = \frac{2x+5}{x^2+x-2}$ 의 모든 근의 곱은? [3점]

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 2

4. 함수 $f(x) = x^4 + x^2 + 1$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1}$ 의 값은?

[3점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

6. 1이 아닌 양수 a, b 에 대하여 $\langle\langle a, b \rangle\rangle = \log_a b$ 라 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보기>

- ㄱ. $\langle\langle 3, 2 \rangle\rangle + \langle\langle 3, 7 \rangle\rangle = 2$
- ㄴ. $\langle\langle 3, 6 \rangle\rangle - \langle\langle 3, 2 \rangle\rangle = 1$
- ㄷ. $\langle\langle 3, 4 \rangle\rangle \times \langle\langle 4, 3 \rangle\rangle = 1$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

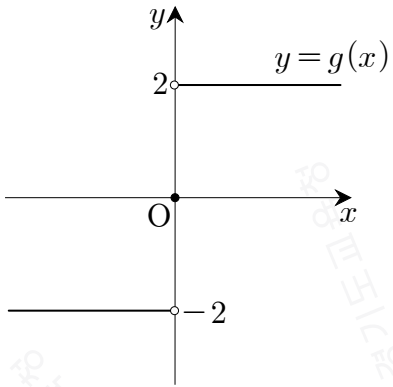
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(f(x))}{x-2}$ 의 값은? [3점]

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 4
- ⑤ 6

수리 영역 (가형)

7. 두 함수 $f(x) = x^2$, $y = g(x)$ 에 대하여 $y = g(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow 0} g(f(x))$ 의 값은? [3점]



- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

8. 다음은 두 학생 A, B가 나눈 대화의 일부이다.

A: 너희 반의 남학생, 여학생은 몇 명이니?
 B: 남학생은 18명이고 여학생은 16명이야.
 A: 너희 반은 학업성취도평가에서 수리영역을 모두 선택했니?
 B: 응. 모두 선택했어. 수리 가형을 선택한 남학생은 12명이고, 수리 나형을 선택한 여학생은 7명이야.
 A: 그럼 너희 반에서 수리 가형을 선택한 학생들 중 한 명을 뽑을 때, 그 학생이 여학생일 확률은 얼마일까?

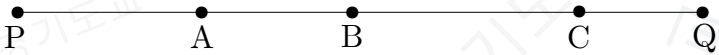
이 대화에서 A의 마지막 질문에 대한 옳은 답은? [3점]

- ① $\frac{1}{7}$
- ② $\frac{2}{7}$
- ③ $\frac{3}{7}$
- ④ $\frac{4}{7}$
- ⑤ $\frac{5}{7}$

9. 6개의 문자 a, a, a, b, b, c 중에서 4개를 선택하여 일렬로 나열할 때, 만들 수 있는 서로 다른 문자열의 개수는? [3점]

- ① 36
 ② 38
 ③ 40
 ④ 42
 ⑤ 44

10. P역을 출발하여 Q역에 도착한 기차가 있다. 세 지점 A, B, C를 차례로 통과할 때의 속력은 각각 시속 100km, 시속 130km, 시속 80km이었다. 각 구간에서의 기차의 속력에 대한 설명으로 항상 옳은 것은? [3점]



- ① 구간 AB에서 시속 110km인 지점이 적어도 두 곳 있었다.
 ② 구간 AB에서 시속 140km인 지점이 적어도 한 곳 있었다.
 ③ 구간 AC에서 시속 110km인 지점이 적어도 두 곳 있었다.
 ④ 구간 BC에서 시속 90km인 지점이 적어도 세 곳 있었다.
 ⑤ 구간 BC에서 시속 110km인 지점이 적어도 두 곳 있었다.

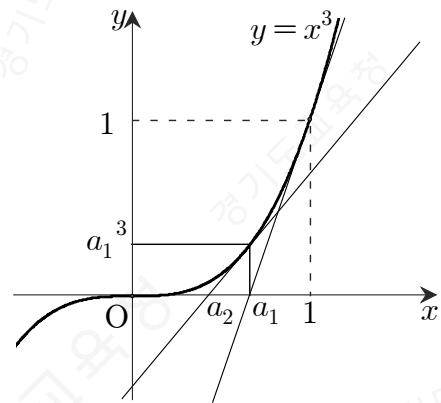
11. 곡선 $y = x^3$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 $(a_1, 0)$ 이라 하자.

점 (a_1, a_1^3) 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 $(a_2, 0)$,

점 (a_2, a_2^3) 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 $(a_3, 0)$,

⋮

점 (a_n, a_n^3) 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 $(a_{n+1}, 0)$ 이라 할 때, a_5 의 값은? [4점]



- ① $\left(\frac{2}{3}\right)^4$
 ② $\left(\frac{2}{3}\right)^5$
 ③ $\left(\frac{2}{3}\right)^6$
 ④ $\left(\frac{3}{4}\right)^5$
 ⑤ $\left(\frac{3}{4}\right)^6$

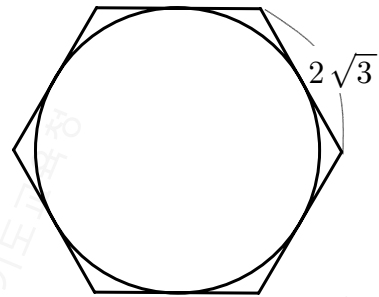
12. 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여 $AB=BA$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, E 는 단위행렬, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보기>

- ㄱ. $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$
- ㄴ. $AB+BA = O$ 이면 $A = O$ 또는 $B = O$ 이다.
- ㄷ. $A+2BA = AB+E$ 이면 A 의 역행렬은 $B+E$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정육각형에 내접하는 원이 있다. 원의 반지름의 길이가 매초 2의 속력으로 증가할 때, 4초 후 원의 넓이의 증가율은? [4점]



- ① 38π
- ② 40π
- ③ 42π
- ④ 44π
- ⑤ 46π

수리 영역 (가형)

14. A 나라에 수출을 하는 B 회사가 있다. B 회사는 앞으로의 수출 전략을 수립하기 위해 기획팀에서 수출전망 보고서를 작성하였다.

○ ○
수출 전망

서론

A 나라는 최근 높은 실질성장률을 보이고 있어 우리 회사의 지속적인 수출증가세가 예상 된다.

----- 중략 -----

긍정적인 요인	부정적인 요인
...	...

----- 중략 -----

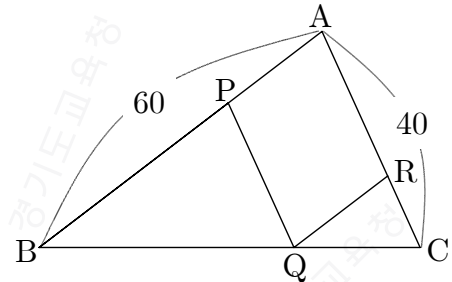
결론

매년 어떤 시기에 우리 회사 제품의 수출량은 전년도 같은 시기의 수출량에 비해 8% 증가하였으며 앞으로도 같은 추세로 수출증가세가 유지될 전망이다.

이 보고서의 결론대로 수출증가세가 유지된다고 할 때, B 회사의 수출량이 현재의 3배 이상이 되는 것은 최소 몇 년 후부터인가? (단, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 1.08 = 0.0334$) [4점]

- ① 14년
- ② 15년
- ③ 16년
- ④ 17년
- ⑤ 18년

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=60$, $\overline{AC}=40$ 인 $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA 위에 각각 점 P, Q, R가 있다. 다음은 선분 RQ가 AB와 평행하고 선분 PQ가 AC와 평행하며 \overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RC} 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 사각형 APQR의 둘레의 길이를 구하는 과정이다.



$\overline{PQ}=x$, $\overline{QR}=y$, $\overline{RC}=z$ 라 하면

x, y, z 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

(가) ㉠

$\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$ 이고 $\overline{AB} \parallel \overline{RQ}$ 이므로

$x+z=40$ ㉡

$\triangle ABC \sim \triangle RQC$ 이므로

(나) ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 x, y, z 를 구할 수 있다.

따라서, 사각형 APQR의 둘레의 길이는 (다) 이다.

이 과정에서 (가)~(다)를 바르게 짝지은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$y = x + z$	$y = z$	$\frac{140}{3}$
②	$z = x + y$	$y = z$	$\frac{140}{3}$
③	$2y = x + z$	$2y = 3z$	$\frac{140}{3}$
④	$2y = x + z$	$2y = 3z$	$\frac{280}{3}$
⑤	$2y = x + z$	$3y = 2z$	$\frac{280}{3}$

16. 다음은 n 부터 $2n-1$ 개의 연속한 자연수의 합에 대하여

$$n + (n+1) + (n+2) + \dots + (3n-2) = (2n-1)^2$$

 이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

[증명]

i) $n=1$ 일 때, (좌변) = 1, (우변) = 1^2 이므로 성립한다.

ii) $n=k$ 일 때 성립한다고 가정하면

$$k + (k+1) + (k+2) + \dots + (3k-2) = (2k-1)^2$$

$n=k+1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$(k+1) + (k+2) + \dots + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= k + (k+1) + (k+2) + \dots + (3k-2) + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= (2k-1)^2 + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= \boxed{\text{(다)}}$$

그러므로 $n=k+1$ 일 때도 성립한다.

i), ii)에 의해서 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

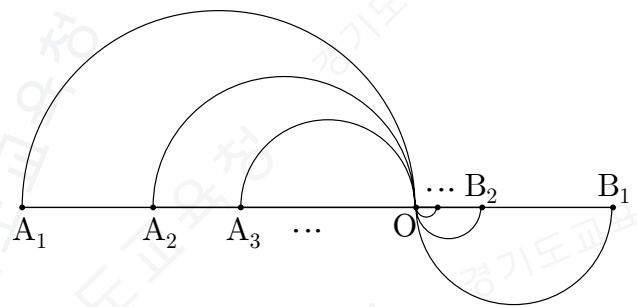
이 증명에서 (가)~(다)를 바르게 짝지은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|--------|--------|------------|
| ① | $3k+1$ | $8k$ | $(2k+1)^2$ |
| ② | $3k+1$ | $8k$ | $4k^2$ |
| ③ | $3k+2$ | $8k$ | $(2k+1)^2$ |
| ④ | $3k+2$ | $4k-1$ | $(2k+1)^2$ |
| ⑤ | $3k+2$ | $4k-1$ | $4k^2$ |

17. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$ 이고 점 O 는 선분 A_1B_1 을 2:1로 내분하는 점이다. 점 A_2 는 선분 OA_1 을 2:1로 내분하는 점, 점 A_3 은 선분 OA_2 을 2:1로 내분하는 점, \dots , 점 A_{n+1} 은 선분 OA_n 을 2:1로 내분하는 점이다. 점 B_2 는 선분 OB_1 을 1:2로 내분하는 점, 점 B_3 은 선분 OB_2 을 1:2로 내분하는 점, \dots , 점 B_{n+1} 은 선분 OB_n 을 1:2로 내분하는 점이다.

선분 OA_n 을 지름으로 하는 반원의 호의 길이를 s_n , 선분 OB_n 을 지름으로 하는 반원의 호의 길이를 t_n 이라 할 때, 무한

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (s_n - t_n)$ 의 합은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}\pi$
- ② $\frac{1}{3}\pi$
- ③ $\frac{1}{2}\pi$
- ④ $\frac{2}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

단답형

18. 방정식 $x + 3\sqrt{x-1} = 11$ 을 만족하는 x 의 값을 구하시오.

[2점]

19. 1회의 시행에서 어떤 사건 A 가 일어날 확률을 $\frac{1}{3}$ 이라고 하자.

10회의 독립시행에서 사건 A 가 r 회 일어날 확률을 $P(r)$ 라고

할 때, $\frac{P(2)}{P(9)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 갑은 10km 단축마라톤대회에 참가하기 위하여 연습을 하고 있다.

처음 4km 구간의 평균속력을 남은 6km 구간의 평균속력보다 시속 3km만큼 빠르게 하여 10km를 1시간 이내에 달리려고 한다. 처음 4km 구간의 평균속력을 시속 x km라고 할 때, x 의 최소값을 구하시오. [3점]

21. 책상 위에 서로 다른 7개의 동전이 앞면 4개, 뒷면 3개가 보이도록 놓여 있다. 이 중에서 임의로 3개를 뒤집어 놓을 때, 앞면이 보이는 동전의 개수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 X 의 평균을 $\frac{n}{m}$ 이라 할 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.) [4점]

23. 좌표평면에서 $2 \leq x \leq 8, y \geq 1$ 이고, 연립부등식

$$\begin{cases} \log_x y \leq 1 \\ \log_{(10-x)} y \leq 1 \end{cases}$$

을 만족시키는 영역의 넓이를 구하시오. [4점]

22. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, $8ab$ 의 최대값을 구하시오. (단, $a > 0, b > 0$) [3점]

24. 어느 과자 공장에서 생산되는 과자의 무게는 평균이 16g, 표준편차가 0.3g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서는 과자의 무게가 15.25g 이하이면 불량품으로 판정한다. 표준정규분포표를 이용하여 이 공장에서 생산된 과자가 불량품일 확률을 구하면 p 라 할 때, $10000p$ 의 값을 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

25. 어떤 암석에 포함되어 있는 물질 A는 시간이 지남에 따라 점차적으로 물질 B로 변한다. 물질 A와 B의 양을 측정함으로써 그 암석의 생성연도를 알 수 있다. 암석이 생성된 t 억년 후의 A의 양과 B의 양을 각각 a , b 라 하면 상수 k 에 대하여

$$t = k \log_{10} \left(\frac{9b}{a} + 1 \right)$$

이 성립한다.

처음에 물질 B는 없고 물질 A만 있는 암석이 25.2억년이 지난 후, A의 양과 B의 양의 비가 3:1이 되었다. 암석이 생성되어 x 억년이 지난 후 A의 양과 B의 양이 같아질 때, x 의 값을 구하시오. (단, $\log_{10} 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [4점]

26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$ 의 값은? [3점]

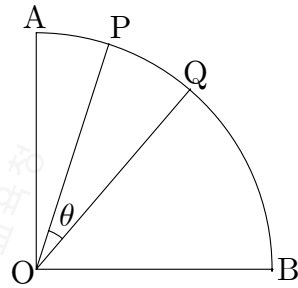
- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{5}{8}$

27. α, β 가 예각이고 $(\tan \alpha - \sqrt{3})(\tan \beta + \sqrt{3}) = -4$ 일 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\pi}{4}$
- ② $-\frac{\pi}{6}$
- ③ 0
- ④ $\frac{\pi}{6}$
- ⑤ $\frac{\pi}{4}$

28. 중심각의 크기가 직각인 부채꼴 AOB가 있다. 호 AB 위의 두 점 P, Q에 대하여 $\angle POQ = \theta$ 라고 하자.

$\widehat{AB} = 4\widehat{PQ}$ 일 때, $\cos^2 \theta$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{2 + \sqrt{2}}{4}$
- ② $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$
- ③ $\frac{2 + \sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$
- ⑤ $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

29. 방정식 $\cos 3x - \cos 4x + \cos 5x = 0$ 을 만족시키는 모든 해의 개수는? (단, $0 \leq x < 2\pi$) [4점]

- ① 2
 ② 4
 ③ 6
 ④ 8
 ⑤ 10

단답형

30. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 함수 $f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x - 2$ 는 $x = a$ 에서 최소값, $x = b$ 에서 최대값을 갖는다.

이 때, $\frac{21}{\pi}(a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 다음은 어느 반 학생 20명의 수리영역 표준점수를 나타낸 것이다. 줄기단위는 10, 잎단위는 1로 하여 줄기와 잎 그림을 그렸을 때, 잎이 가장 많은 줄기는? [3점]

97	121	99	96	98	112	68	85	108	72
104	89	78	80	88	104	102	76	90	74

- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

27. 표는 A, B 두 반 학생들의 수학 점수에 대한 누적도수분포표이다. 수학 점수의 전체 석차가 상위 20% 이내에 들어 있는 A반 학생의 수는? [3점]

점수	A반(명)	B반(명)
40 ^{이상} ~ 50 ^{미만}	2	4
50 ~ 60	4	8
60 ~ 70	9	15
70 ~ 80	14	21
80 ~ 90	20	28
90 ~100	25	35

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

28. 어떤 모임에 가입되어 있는 회원들의 평균 연령은 38세이다. 남자 회원의 평균 연령이 35세이고 여자 회원의 평균 연령이 40세이다. 남자 회원 수를 x , 여자 회원 수를 y 라고 할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

29. 주머니 A에는 흰 구슬이 4개, 검은 구슬이 6개 들어 있고, 주머니 B에는 흰 구슬과 검은 구슬을 합하여 10개가 들어 있다. 주머니 A에서 한 개의 구슬을 꺼내어 주머니 B에 넣고 잘 섞은 다음, 주머니 B에서 한 개의 구슬을 꺼낼 때 그것이 흰 구슬일 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다. 이 때, 주머니 B에 처음 들어 있던 흰 구슬의 개수는? [4점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

단답형

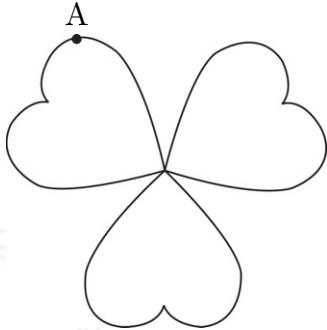
30. 1에서 99까지의 자연수 중에서 한 개의 수를 뽑을 때, 그 수가 3의 배수이거나 일의 자리와 십의 자리 중 적어도 어느 한 자리의 숫자가 3일 확률을 $\frac{a}{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산 수학

26. 그림에서 점 A를 출발점과 도착점으로 하는 한붓그리기를 할 때, 그릴 수 있는 경우의 수는? [3점]



- ① 12
- ② 16
- ③ 20
- ④ 24
- ⑤ 28

27. 4명이 영화관에 갔더니 관람이 가능한 서로 다른 영화 3편이 있었다. 각자 한 편만 선택하기로 하였다면 4명이 영화를 선택할 수 있는 경우의 수는? [3점]

- ① 12
- ② 24
- ③ 48
- ④ 64
- ⑤ 81

28. 10개의 사과를 세 바구니에 나누어 담으려고 할 때, 반드시 성립하는 것은? [3점]

- ① 모든 바구니에 사과가 반드시 있다.
- ② 사과가 없는 바구니가 반드시 있다.
- ③ 모든 바구니에 3개 이하의 사과가 있다.
- ④ 4개 이상의 사과가 있는 바구니가 반드시 있다.
- ⑤ 5개 이상의 사과가 있는 바구니가 반드시 있다.

29. 자연수 n 을 k 개로 분할하는 경우의 수를 $P(n, k)$ 라고 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

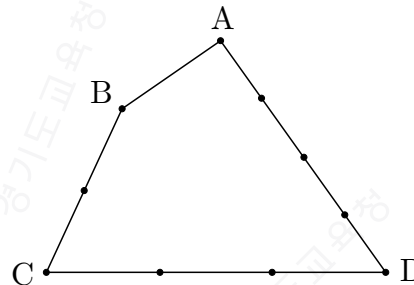
<보기>

- ㄱ. $P(7, 3) = 4$
- ㄴ. $P(7, 2) < P(7, 3)$
- ㄷ. $P(n, k) < P(n, k+1)$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 그림과 같이 사각형 ABCD의 꼭지점과 변 위에 10개의 점이 있다. 이 중에서 3개의 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 개수를 구하시오. [4점]



※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.