

수리 영역 (가형)

제 2 교시

성명

수험번호

2

1

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생 이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

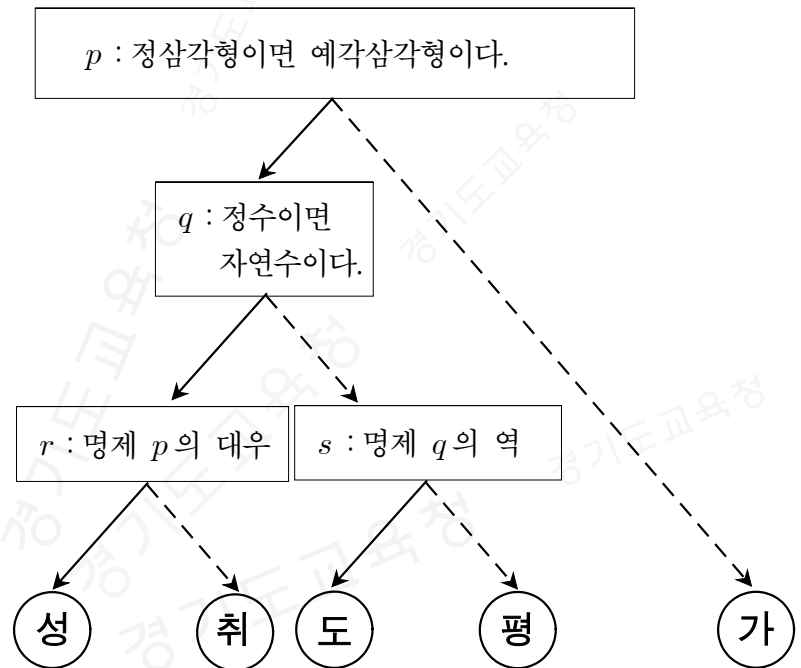
1. 공집합이 아닌 서로 다른 두 집합 A, B 에 대하여 $B \cap (A \cup B)$ 와 항상 같은 집합은? (단, ϕ 는 공집합이다.) [2점]

- ① ϕ
- ② A
- ③ B
- ④ $A \cap B$
- ⑤ $A \cup B$

2. θ 가 제3사분면의 각이고 $\tan\theta = 2$ 일 때, $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{3}{5}$
- ② $-\frac{2}{5}$
- ③ $\frac{1}{5}$
- ④ $\frac{2}{5}$
- ⑤ $\frac{3}{5}$

3. 명제 p, q, r, s 가 각각 참이면 실선 화살표(\blacktriangleright) 방향으로, 거짓이면 점선 화살표(\dashrightarrow) 방향으로 계속해서 이동할 때, 최종적으로 도착하는 지점의 글자는? [3점]



- ① 성
- ② 취
- ③ 도
- ④ 평
- ⑤ 가

4. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $A+B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$,

$A-B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬 AB 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 22
- ② 24
- ③ 26
- ④ 28
- ⑤ 30

수리 영역 (가형)

5. 집합 $S = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ 의 임의의 두 원소 A, B 에 대하여 연산 Δ 를 $A\Delta B = (A-B) \cup (B-A)$ 와 같이 정의하여 다음 표를 얻었다.

Δ	ϕ	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{1, 2\}$
ϕ	ϕ	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{1, 2\}$
$\{1\}$	$\{1\}$	ϕ	$\{1, 2\}$	$\{2\}$
$\{2\}$	$\{2\}$	$\{1, 2\}$	ϕ	$\{1\}$
$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\{2\}$	$\{1\}$	ϕ

집합 S 에서 연산 Δ 에 대한 $\{1, 2\}$ 의 역원은? (단, ϕ 는 공집합이다.) [3점]

- ① ϕ
- ② $\{1\}$
- ③ $\{2\}$
- ④ $\{\phi\}$
- ⑤ $\{1, 2\}$

6. 두 다항식 $P(x), Q(x)$ 에 대하여 $P(x^2) + 2xQ(x^2)$ 이 $x^2 - 1$ 로 나누어 떨어질 때, $P(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

7. 표는 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E에 대한 수학성적의 편차를 나타낸 것이다.

학생	A	B	C	D	E
편차	4	x	-5	2	1

다섯 명의 학생에 대한 수학성적의 평균을 m , 표준편차를 σ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보기>

- ㄱ. $x = -2$
- ㄴ. $\sigma = \sqrt{10}$
- ㄷ. 수학성적이 m 보다 높은 학생은 3명이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 평행이동 $f: (x, y) \rightarrow (x+p, y+q)$ 에 의하여

원 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 가 원 $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ 으로 이동되었다. 이 때, $p+q$ 의 값은? [3점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

9. 다음은 실계수 삼차방정식 $f(x)=0$ 의 한 근이 $a+bi$ 이면 $a-bi$ 도 근임을 증명한 것이다. (단, a, b 는 실수이고 $b \neq 0$, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

[증명]

$a+bi, a-bi$ 를 두 근으로 하는 실계수 이차방정식을

$h(x)=0$ 이라 하면,

$$h(x) = \{x - (a+bi)\}\{x - (a-bi)\}$$

$$= x^2 - 2ax + \boxed{\text{(가)}} = 0 \text{이다.}$$

삼차다항식 $f(x)$ 를 다항식 $h(x)$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x), rx+s$ 라 하면

$$f(x) = h(x)Q(x) + rx + s \dots\dots \text{㉠}$$

이다.

㉠에 $f(x)=0$ 의 한 근인 $x=a+bi$ 를 대입하면

$$0 = 0 \cdot Q(a+bi) + r(a+bi) + s$$

a, b, r, s 는 모두 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의해

$$ra = \boxed{\text{(나)}} \text{이고 } rb = 0 \text{이다.}$$

이때, $f(a-bi) = 0 \cdot Q(a-bi) + r(a-bi) + s = 0$ 이므로

$a-bi$ 도 삼차방정식 $f(x)=0$ 의 근이다.

이 증명에서 (가), (나)를 바르게 짝지은 것은? [3점]

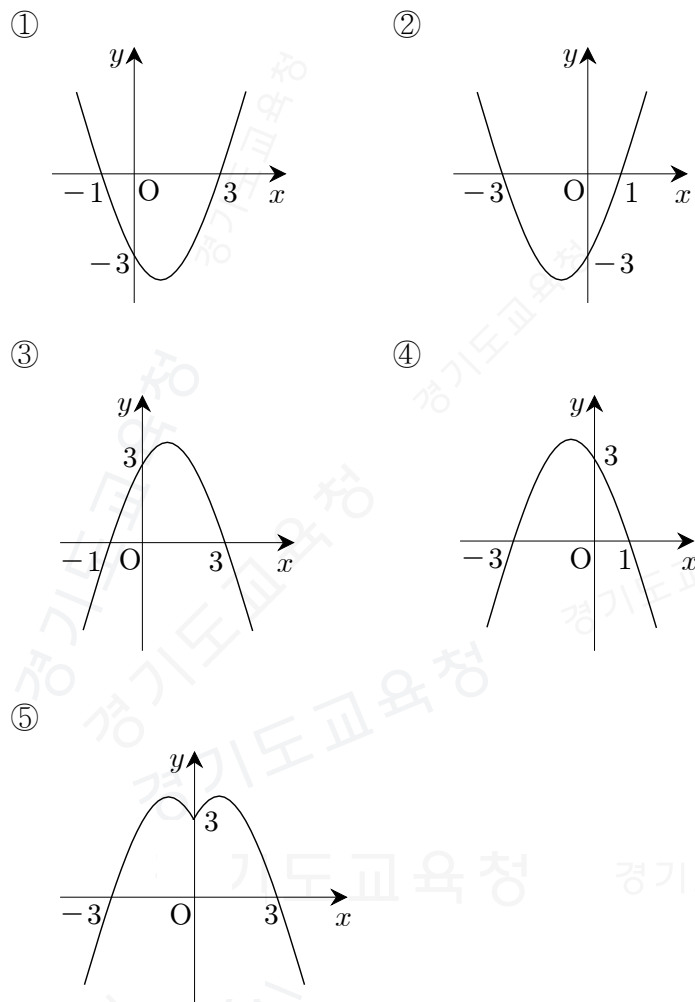
- | | (가) | (나) |
|---|-------------|------|
| ① | $a^2 + b^2$ | $-a$ |
| ② | $a^2 + b^2$ | $-s$ |
| ③ | $a^2 - b^2$ | $-b$ |
| ④ | $a^2 - b^2$ | s |
| ⑤ | $b^2 - a^2$ | b |

10. 연립방정식 $\begin{pmatrix} a+2 & -b+4 \\ b+3 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+6y \\ 5x+2y \end{pmatrix}$ 가 $x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, 점 (a, b) 가 나타내는 도형의 넓이는? [3점]

- ① 2π
- ② 3π
- ③ 4π
- ④ 5π
- ⑤ 6π

11. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2x & 1 \\ 1 & x^2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & y \end{pmatrix}$ 가

$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 을 만족시킬 때, 점 (x, y) 가 나타내는 그래프는? [3점]

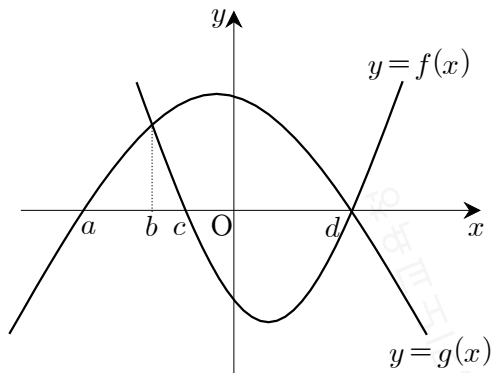


12. 두 점 $A(4, 1), B(2, 5)$ 와 x 축 위의 임의의 점 P, y 축 위의 임의의 점 Q 에 대하여 사각형 $APQB$ 의 둘레의 길이가 최소일 때, 직선 PQ 의 기울기는? [4점]

- ① $-\frac{5}{3}$
- ② $-\frac{4}{3}$
- ③ -1
- ④ $-\frac{2}{3}$
- ⑤ $-\frac{1}{3}$

수리 영역 (가형)

13. 그래프는 두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 를 나타낸 것이다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]



< 보 기 >

- ㄱ. $f(x)=g(x)$ 의 해집합은 $\{a, d\}$ 이다.
- ㄴ. $f(x)g(x)=0$ 의 해집합은 $\{a, c, d\}$ 이다.
- ㄷ. $f(x)g(x) \leq 0$ 의 해집합은 $\{x|x \leq a \text{ 또는 } x \geq c\}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

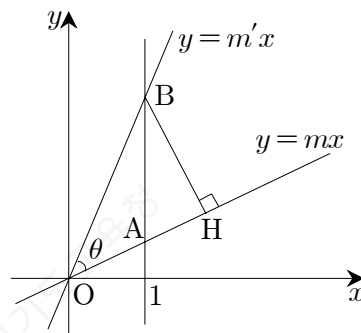
14. 연립부등식 $\begin{cases} y \leq 2x \\ (x-t)^2 + (y-t^2) \leq 2 \end{cases}$ 가 나타내는 영역의 넓이가 최대일 때, 상수 t 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{3}$
- ② 1
- ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ 2

15. 다음은 두 직선 $y=mx+n$, $y=m'x+n'$ 에 대하여 두 직선이 이루는 예각을 θ 라 할 때, $\tan\theta = \frac{m'-m}{1+mm'}$ 임을 증명한 것이다. (단, $0 < m < m'$)

[증명]

두 직선 $y=mx+n$, $y=m'x+n'$ 의 교점이 원점이 되도록 평행이동한 후, 두 직선 $y=mx$, $y=m'x$ 와 직선 $x=1$ 과의 교점을 각각 A, B라 하자.



점 B로부터 직선 $y=mx$ 에 내린 수선의 발을 H, $\angle BOA = \theta$ 라 할 때,

$$\overline{BH} = \frac{m'-m}{\text{(가)}}$$

한편, 직선 BH의 방정식은 $y-m' = \text{(나)}(x-1)$ 이므로

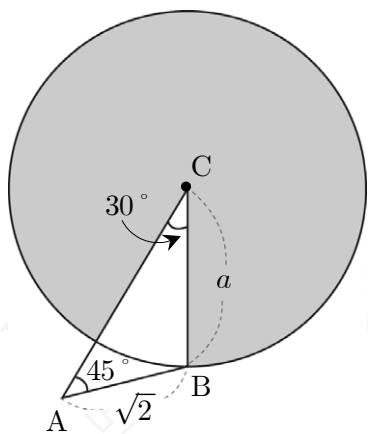
$$\overline{OH} = \frac{1+mm'}{\text{(가)}}$$

$$\text{그러므로 } \tan\theta = \frac{\overline{BH}}{\overline{OH}} = \frac{m'-m}{1+mm'}$$

이 증명에서 (가), (나)를 바르게 짝지은 것은? [4점]

- | | | |
|---|----------------|----------------|
| | (가) | (나) |
| ① | $\sqrt{1+m^2}$ | $\frac{1}{m}$ |
| ② | $\sqrt{1+m^2}$ | $-\frac{1}{m}$ |
| ③ | $\sqrt{1+m^2}$ | $\frac{1}{m'}$ |
| ④ | $1+m^2$ | $-\frac{1}{m}$ |
| ⑤ | $1+m^2$ | $\frac{1}{m'}$ |

16. 그림은 $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $\overline{AB} = \sqrt{2}$, $\overline{BC} = a$ 인 삼각형 ABC와 중심이 C, 반지름의 길이가 a 인 원을 나타낸 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{11}{3}\pi$
- ② $\frac{11}{4}\pi$
- ③ $\frac{11}{5}\pi$
- ④ $\frac{11}{6}\pi$
- ⑤ $\frac{11}{7}\pi$

17. 세 점 A(2, 3), B(-1, -1), C(8, -5)를 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC에서 각 A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 A와 D를 지름의 양끝으로 하는 원의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{16}{9}\pi$
- ② $\frac{25}{9}\pi$
- ③ 4π
- ④ $\frac{49}{9}\pi$
- ⑤ $\frac{64}{9}\pi$

18. 2^{25} 과 $\left(\frac{1}{2}\right)^{25}$ 에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\log_{10} 2 = 0.3010$) [4점]

<보기>

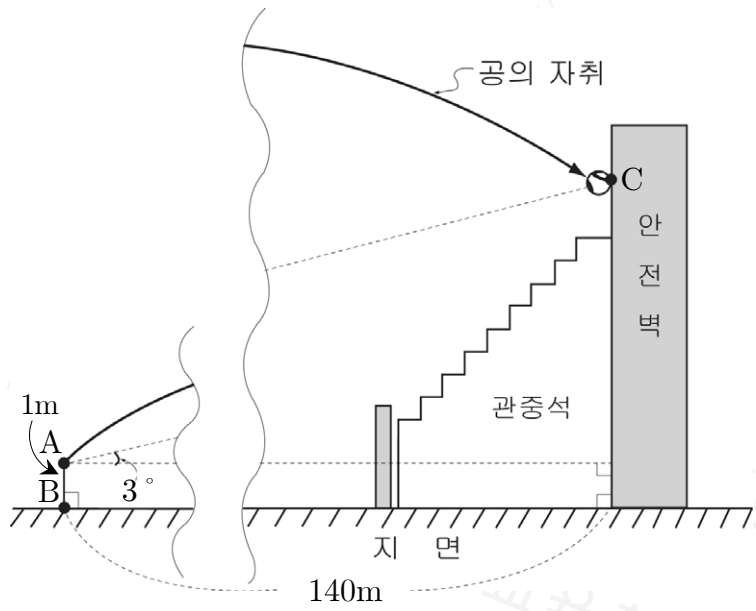
- ㄱ. 2^{25} 은 8자리 정수이다.
- ㄴ. 2^{25} 과 $\left(\frac{1}{2}\right)^{25}$ 의 상용로그의 가수는 서로 같다.
- ㄷ. $\left(\frac{1}{2}\right)^{25}$ 은 소수점 아래 8번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 함수 $y = \sqrt{x+8+4\sqrt{x+4}}$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{2}x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 최소값은? [4점]

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

20. 그림과 같이 어떤 타자가 친 야구공이 지면에 있는 B지점에서부터 1m 높이에 있는 A지점에서 C지점까지 포물선을 그리며 날아갔다. B지점으로부터 지면을 따라 x m 떨어진 곳에서의 야구공의 높이를 y m이라 할 때, $y = -\frac{1}{400}x^2 + kx + 1$ 이 성립한다. A지점에서 C지점을 바라본 각이 3° 이고, B지점에서 안전벽까지의 수평거리가 140m일 때, 지면으로부터 야구공의 최고 높이는? (단, k 는 상수이고 $\tan 3^\circ = 0.05$ 로 계산한다.) [4점]



- ① 13m
- ② 14m
- ③ 15m
- ④ 16m
- ⑤ 17m

21. 원 $x^2 - 2x + y^2 = 8$ 위의 임의의 점 (x, y) 에 대하여 $|x| + |y|$ 의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은? [4점]

- ① $2 + \sqrt{2}$
- ② $2 + 2\sqrt{2}$
- ③ $2 + 2\sqrt{3}$
- ④ $3 + 3\sqrt{2}$
- ⑤ $3 + 3\sqrt{3}$

단답형 (22 ~ 30)

22. $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)$ 의 값을 구하시오. [2점]

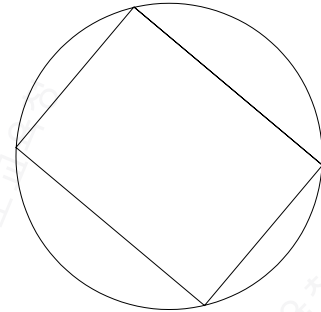
23. $x = 1 + \sqrt{3}$, $y = 1 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오. [3점]

수리 영역 (가형)

7

24. $3 - \sqrt{2}$ 의 정수부분을 a , 소수부분을 b 라 할 때, $\left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right]$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수이다.) [3점]

26. 그림은 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}$ 인 원에 둘레의 길이가 42인 직사각형이 내접되어 있는 것이다. 내접된 직사각형의 가로의 길이를 a , 세로의 길이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하시오. [3점]



25. 이차정사각행렬 $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 의 역행렬을 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 할 때, 세 점 $A(a, 0)$, $B(b, 0)$, $C(c, d)$ 를 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

27. 삼각부등식 $2\sin^2\theta > 1 + \sin\theta$ 의 해집합이 $\left\{ \theta \mid \frac{m}{6}\pi < \theta < \frac{n}{6}\pi \right\}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, $0 \leq \theta < 2\pi$) [3점]

28. 임의의 실수 x 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

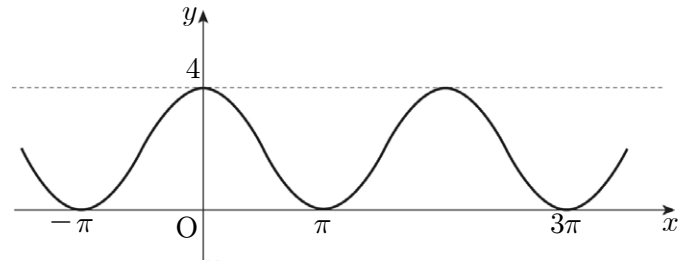
$$\text{I. } f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & (0 \leq x \leq 1) \\ x-1 & (1 < x \leq 2) \end{cases}$$

$$\text{II. } f(x+2) = f(x)$$

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{5}x$ 와의 교점의 개수가 n 개 일 때, n 의 값을 구하시오. [4점]

29. 두 다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 가 각각 x^3+100 , $x^3-x+101$ 이고 $P(x)=0$ 의 세 근이 α , β , γ 이다. 이 때, $Q(\alpha)Q(\beta)Q(\gamma)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그래프는 삼각함수 $y = a \sin\left(bx + \frac{\pi}{2}\right) + c$ 를 나타낸 것이다.



이 때, $a+2b+3c$ 의 값을 구하시오. (단, $a>0$, $b>0$) [4점]

※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.